

ALFONSINA D'ELIA

Ernst Mach

Firenze, La Nuova Italia, 1971

(Pubblicazioni della Facoltà di Lettere e Filosofia dell'Università degli Studi di Milano, 56)

*Quest'opera è soggetta alla licenza **Creative Commons Attribuzione - Non commerciale - Non opere derivate 2.5 Italia (CC BY-NC-ND 2.5)**. Questo significa che è possibile riprodurla o distribuirla a condizione che*

- la paternità dell'opera sia attribuita nei modi indicati dall'autore o da chi ha dato l'opera in licenza e in modo tale da non suggerire che essi avallino chi la distribuisce o la usa;*
- l'opera non sia usata per fini commerciali;*
- l'opera non sia alterata o trasformata, né usata per crearne un'altra.*

*Per maggiori informazioni è possibile consultare il testo completo della licenza **Creative Commons Italia (CC BY-NC-ND 2.5)** all'indirizzo <http://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/2.5/it/legalcode>.*

Nota. Ogni volta che quest'opera è usata o distribuita, ciò deve essere fatto secondo i termini di questa licenza, che deve essere indicata esplicitamente.



PUBBLICAZIONI
DELLA FACOLTÀ DI LETTERE E FILOSOFIA
DELL'UNIVERSITÀ DI MILANO

~~LIX~~ 56

SEZIONE A CURA
DELL'ISTITUTO DI STORIA DELLA FILOSOFIA

18

ALFONSINA D'ELIA

ERNST MACH



LA NUOVA ITALIA EDITRICE
FIRENZE

Proprietà letteraria riservata

Printed in Italy

© Copyright 1971 by « La Nuova Italia » Editrice, Firenze

1ª edizione: dicembre 1971

PREMESSA

Questo studio comprende quattro parti. Nella prima è esaminato il Compendio, uno scritto in cui Mach giovane accettava ancora il progetto di una sistemazione di tutto il sapere su fundamenta meccanico-atomistiche. Nella seconda parte sono seguiti gli studi machiani sulla fisiologia della sensazione. Alla prova dei fatti il meccanicismo risulta per Mach insufficiente: il fenomeno fisiologico è piú complesso del modello fisico-meccanico a cui lo si vuol ridurre; e la teoria della conduzione nervosa, secondo cui la sensazione è somma di stimoli locali, non corrisponde ai fatti. Mach formula una sua teoria sul comportamento del sistema nervoso, in particolare di quello che presiede alla visione. Il modo stesso di concepire la sensazione muta, sotto l'influenza della dottrina darwiniana dell'adattamento. La terza parte tratta delle ricerche machiane sulla fisica. Il problema del rapporto fra meccanica e fisica è studiato in diverse prospettive: come è nata la teoria meccanica; cosa essa sia precisamente sotto l'aspetto semantico e quello sintattico; come sono avvenuti i primi passi al di fuori del dominio dei fenomeni di moto e quale parte vi abbia avuto la teoria meccanica; come, infine, possa essere ricostituita una unità del sapere scientifico, indipendentemente dal metodo proposto dai meccanicisti e rifiutato da Mach. La quarta parte espone gli studi di Mach sul moto dei proiettili a velocità ultrasoniche. Seguono tre appendici. L'una riferisce sulla polemica Mach-Planck. L'altra riguarda l'opera di Lenin Materialismo ed Empiriocriticismo, esaminata relativamente alla critica in essa contenuta del pensiero machiano. La terza, infine, chiarisce i rapporti tra Mach e Avenarius.

Questo studio vuol essere soprattutto una proposta di rilettura degli scritti machiani, a cento anni di distanza dalla pubblicazione dei primi di essi.

I criteri che ho seguito nel mio lavoro sono molto semplici. Ho cercato di ricostruire la situazione verificatasi all'interno della scienza,

e in cui nacque e si sviluppò il pensiero machiano. Di questo pensiero poi ho cercato di individuare ed esprimere la salda coerenza interna.

Allo studio di Mach mi ha indirizzato il Prof. M. Dal Pra, che ha poi sempre seguito il mio lavoro con il suo insegnamento e consiglio. Gli esprimo qui la mia gratitudine. Ringrazio vivamente anche il Prof. L. Geymonat.

INDICE - SOMMARIO

PREMESSA

p. VII

PARTE PRIMA

FISICA E MECCANICA NEL GIOVANE MACH

CAPITOLO I - IL COMPENDIO DI FISICA PER MEDICI	3
1. - La fisica è meccanica applicata	3
2. - Teoria fisica e filosofia	13

PARTE SECONDA

LA FISIOLOGIA DELLA SENSAZIONE

CAPITOLO I - PRIMI STUDI SULLA SENSAZIONE	19
1. - Il problema del rapporto tra fisica e fisiologia	19
2. - Ricerche sull'udito. Teoria e realtà	20
3. - Il principio euristico del parallelismo	28
4. - Fenomeni di contrasto e di costanza visiva. Ipotesi machiana di una « organizzazione nervosa »	30
5. - Il problema della conduzione nervosa	36
6. - Influenza di Darwin su Mach	43
CAPITOLO II - LE SENSAZIONI DI MOTO. L'ORGANO STATOCINETICO DELL'ORECCHIO MEDIO	47
CAPITOLO III - LE SENSAZIONI DI SPAZIO	52
1. - Polemica tra empiristi e innatisti tedeschi sull'origine della nozione di spazio	52
2. - Posizione di Mach nei confronti della polemica. Distinzione tra spazio fisiologico e spazio geometrico	60

CAPITOLO IV - LA VITA INDIPENDENTE DEGLI ORGANI DI SENSO	64
1. - I corpi nello spazio	64
2. - Interdipendenza delle proprietà dei corpi e delle proprietà dello spazio. La profondità	67
3. - Predilezione della vista per le forme piú semplici e piú regolari	68
4. - Sensazioni di tempo e sensazioni di suono	71

CAPITOLO V - PERCEZIONE E SENSAZIONE. IL DATO IMMEDIATO È UN COMPLESSO	74
--	----

PARTE TERZA

LA FISICA

CAPITOLO I - LA RICERCA DI UN PRINCIPIO FISICO UNIVERSALE	81
1. - Ancora sul rapporto tra meccanica e fisica	81
2. - Il principio della conservazione della forza per Helmholtz	82
3. - Il principio della impossibilità del <i>perpetuum mobile</i>	85
4. - La concezione meccanicistica è una metafisica	88
5. - L'ordine economico dei fatti come rimedio alla metafisica	90
6. - Il punto di vista sensistico	92
7. - L'unità della scienza	93

CAPITOLO II - LA MECCANICA ESPOSTA NEL SUO SVILUPPO CON METODO STORICO E CRITICO	96
I 1. - I tre stadi nella formazione della teoria	96
2. - Astrazione ed economia nell'origine della meccanica	97

II - *La statica*

1. - Il principio della leva	99
2. - Il principio del piano inclinato	102
3. - Il principio della composizione delle forze	105
4. - Il principio degli spostamenti virtuali	106

III - *La dinamica*

1. - Galileo. La caduta dei gravi	108
2. - Galileo. I concetti di forza, accelerazione, velocità	112
3. - Galileo. La scoperta della legge d'inerzia	114
4. - La legge universale e il fatto particolare	116
5. - Huygens. Il centro di oscillazione	117
6. - Newton. La scoperta del concetto di massa	119

7. - Newton. La generalizzazione del concetto di forza	123
8. - Newton. Il principio di azione e reazione	125
IV - <i>Deduzione e formalizzazione</i>	
1. - I principi generalissimi	126
2. - Il calcolo delle variazioni	130
3. - La Meccanica Analitica	131
V - <i>Conclusioni sulla teoria meccanica</i>	
1. - La teoria meccanica e l'economia	132
2. - Funzione delle ipotesi nella teoria fisica	135
3. - La convenzionalità dei principi meccanici	137
CAPITOLO III - MACH CRITICA NEWTON	145
I - <i>Il problema</i>	145
II - <i>Critica del concetto di massa</i>	
1. - Manchevolezze della definizione newtoniana di massa	148
2. - Concetto di massa e concetto di materia	150
III - <i>Critica del concetto di forza</i>	
1. - La forza come causa	151
2. - Il concetto di forza è superfluo?	153
IV - <i>Critica del concetto di spazio assoluto</i>	
1. - Il paradosso di Newton	155
2. - La legge di inerzia presuppone l'esistenza dello spazio assoluto	156
3. - La posizione della legge di inerzia nel sistema dei principi meccanici	157
4. - Interpretazione machiana dell'esperimento newtoniano del secchio	160
5. - La natura non comincia con gli elementi	162
V - <i>La sistemazione deduttiva</i>	163
CAPITOLO IV - LA MISURA	165
I - <i>Il concetto</i>	
1. - Il concetto non è né rappresentazione né nome	165
2. - Il concetto è una attività di reazione	167
3. - Il concetto è misura	169
4. - La classe e la specie	170
5. - I concetti sono necessari	172
II - <i>La classificazione</i>	
1. - Il procedimento riduttivo	173

2. - L'ordine seriale	175
3. - Chiarimenti sul rapporto tra l'esistente e il mentale	178
III - <i>La misura dello spazio</i>	
1. - Principi della geometria metrica euclidea. La congruenza	180
2. - Spazio geometrico e spazio fisico. La simmetria. La tridimensionalità	183
CAPITOLO V - CRITICA DEL CONCETTO MECCANICISTICO DI MATERIA	
	189
I - <i>La sostanza</i>	
1. - La rappresentazione intuitiva	189
2. - Il concetto di sostanza in meccanica	190
3. - Lo scandalo dell'entropia. Il concetto astratto di sostanza	193
II - <i>La causa</i>	
1. - Origine del concetto di causa	195
2. - Il concetto matematico di funzione	197
3. - Uniformità e necessità della natura	198
4. - Causalità e determinismo	200
III - <i>L'atomo</i>	
1. - Analisi logica del concetto di atomo	201
2. - Ma, in definitiva, per Mach l'atomo esiste?	203
3. - Atomo e spazio euclideo	205
4. - Mach polemizza con Boltzmann a proposito della teoria cinetica dei gas	207
IV - <i>Materia e misura</i>	
	210
CAPITOLO VI - LA TEORIA DEGLI ELEMENTI	
	212
1. - Cosa è l'elemento per Mach	212
2. - I corpi e gli elementi	215
3. - L'unità della scienza: fisica e psicologia	217
4. - L'elemento di Mach coincide con la sensazione berkeleyana?	218
CAPITOLO VII - LA ANALOGIA	
	222
1. - La termodinamica e la meccanica	222
2. - L'analogia	225

PARTE QUARTA

STUDI SUL MOTO DI PROIETTILI
A VELOCITÀ ULTRASONICHE

CAPITOLO I - METODI E STRUMENTI NUOVI	231
---------------------------------------	-----

APPENDICI

I - <i>La polemica Mach-Planck</i>	239
II - <i>Lenin critica Mach e i Machisti</i>	
1. - La verità	245
2. - Materialismo e idealismo. La neutralità degli elementi	246
3. - Il superamento del meccanicismo	249
4. - Ancora sulla verità	251
III - <i>Mach e Avenarius</i>	
1. - L'empiriocriticismo	252
2. - L'esperienza	257
3. - L'economia	259
BIBLIOGRAFIA	263
INDICE DEI NOMI	297

PARTE PRIMA
FISICA E MECCANICA NEL GIOVANE MACH

CAPITOLO I

IL COMPENDIO DI FISICA PER MEDICI (1863)

1. - LA FISICA È MECCANICA APPLICATA.

Giovane docente, Mach tenne le sue prime lezioni a Vienna nel semestre invernale 1861-62, leggendo tre volte alla settimana *Physik für Mediziner*¹. Come egli stesso dice, si trattava di insegnare i principi fondamentali della fisica e della fisiologia tralasciandone i problemi particolari, in modo da dare ai giovani medici nel minor tempo possibile quelle conoscenze di fatto e di metodo, che erano loro necessarie. Il *Compendio*², che raccoglie queste lezioni, ci mette in grado di avere un'idea precisa sul punto di partenza del pensiero machiano, e perciò lo esamineremo.

Mach accettò dall'insegnamento che era impartito nella scuola, e ripropose, appunto nello scritto di cui parliamo, il programma di una sistemazione unitaria dello scibile umano su fondamenta meccanicistiche e atomistiche. Il *Compendio* può essere definito un prodotto di quella scienza tedesca, che ancora ricordava la lotta combattuta contro la *Naturphilosophie* romantica e schellinghiana, in difesa della fisica matematica, cioè — era allora la stessa cosa — in difesa della meccanica. La vicenda, del resto, era recente; e solo intorno al 1830 la vittoria dei

¹ Ernst Mach nacque il 18 febbraio 1838 a Turas in Moravia. A Vienna studiò fisica e matematica. Nel 1860 ottenne il grado di dottore con un lavoro: *Über elektrische Entladung und Induktion*. Nel 1866 fu professore ordinario di fisica a Graz, dal 1867 al 1895 insegnò a Praga fisica sperimentale. Nel 1895 fu chiamato a Vienna a occupare la cattedra di « filosofia, in particolare storia e teoria delle scienze induttive ». Morì il 19 febbraio 1916. Altre notizie, ricavate dalla *Autobiographie*, da ricordi familiari e da lettere, sono state raccolte recentemente da K. D. HELLER in *E. Mach*, Wien 1964.

² E. MACH, *Compendium der Physik für Mediziner*, Wien 1863.

fisici meccanici era apparsa sicura. Il grande Gauss segnò una data importante quando, proprio nel 1830, iniziò una serie di ricerche sperimentali intorno alla elettricità e al magnetismo, richiamandosi al metodo di Ampère. Rinsaldare questo legame con la fisica matematica significava infatti una dichiarazione di guerra alla scienza romantica, che proprio nei fenomeni elettrici e magnetici (come in quelli biologici) riteneva si svelasse una profonda essenza dell'universo, inattuabile dalle leggi meccaniche. Gauss poi impiantò, con l'aiuto di Wilhelm Weber, a Göttingen un osservatorio magnetico (come avevano fatto prima, in proporzioni più modeste, von Humboldt e Arago), e iniziò nel 1836 a pubblicare i « Resultate aus der Beobachtung des Magnetischen Vereins ». Negli stessi anni Franz Neumann a Königsberg intraprendeva i suoi studi sull'elettricità che lo dovevano portare a definire le formule differenziali della teoria elettrica. Contemporaneamente i chimici rivolgevano il loro interesse alla materia organica. Friedrich Wöhler nel 1828 ottenne l'urea dall'acido cianidrico e dall'ammoniaca, dimostrando così che una sostanza fin'allora reperita solo nella materia vivente poteva essere preparata in laboratorio. I metodi di analisi chimica trovati da Lavoisier, Berzelius, Gay-Lussac, furono tanto perfezionati da Justus von Liebig, che già nel 1830 si poteva determinare con precisione la composizione dei composti del carbonio. Eilhard Mitscherlich notava le relazioni esistenti fra costituzione atomica e forma cristallina. Johannes Peter Müller, professore a Berlino dal 1832 al 1858, pubblicava fra il 1834 ed il 1840 il suo *Handbuch der Physiologie des Menschen*. Anch'egli aveva sentito l'influenza della filosofia romantica, ma se ne era distaccato; il suo *Manuale*, una geniale sintesi delle conoscenze che il suo tempo possedeva in anatomia comparata, chimica organica, fisica biologica, segnò il ritorno della fisiologia al metodo dell'osservazione e della misura. Gli scienziati tedeschi intanto avevano creato anche gli strumenti per la diffusione delle conoscenze scientifiche. Nel 1824 infatti Johann Christian Poggendorff aveva fondato gli « Annalen der Physik und der Chemie »³; nel 1826 A. L. Crelle il « Journal für die reine und angewandte Mathematik ». Nel 1845 la nuova generazione di fisici — Du Bois Reymond, Helmholtz, Clausius — fondò la *Berliner Physikalische Gesellschaft* che si proponeva, fra l'altro, la diffusione più vasta di conoscenze fisiche mediante la pubblicazione dei « Fortschritte der Physik »;

³ Nel 1863 pubblicherà poi a Lipsia il *Bibliographisch-literarisches Handwörterbuch der exacten Naturwissenschaften*.

mentre continuava l'attività della società dei naturalisti e medici tedeschi (*Gesellschaft deutscher Naturforscher und Ärzte*), fondata a Leipzig nel 1822, che teneva le sue riunioni di volta in volta nelle maggiori città tedesche e austriache ⁴. In Austria, Andrea von Ettingshausen, professore di fisica e poi rettore all'Università di Vienna, diresse il primo Istituto universitario di fisica creato nei paesi di lingua tedesca ⁵; e Joseph Petzval tenne dal 1836, per quarant'anni, lezioni di « alta matematica » e compì studi di acustica e di ottica fotografica ⁶. Insomma, gli anni dell'apprendistato machiano cadono in un periodo di grande attività scientifica e di intenso lavoro da parte degli scienziati tedeschi.

Vediamo ora lo scritto di Mach. Pubblicato — come abbiamo detto — nel 1863 (l'introduzione porta la data del luglio 1862), è dedicato al suo maestro von Ettingshausen. Comprende una premessa, un'introduzione e dieci capitoli. Mach così schematizza lo scopo e il piano dell'opera: *a)* esporre i metodi dell'indagine scientifica; *b)* trattare i principi più generali della fisica odierna, in particolare la « teoria atomica che costituisce, per così dire, la conclusione filosofica della fisica »; *c)* stabilire che con grande probabilità tutti i fenomeni fisici sono determinati dall'equilibrio e dal movimento di atomi o di molecole; *d)* esaminare le più immediate applicazioni della teoria meccanica all'organismo vivente ⁷.

Questi quattro punti sono trattati nel modo seguente.

a) La scienza si propone, da una parte, di trovare il maggior numero possibile di leggi, dall'altra di ridurre queste leggi a pochi e semplici principi. La meccanica, per esempio, riduce tutte le leggi dei fenomeni di movimento a tre semplici principi fondamentali. A questi due diversi scopi della scienza corrispondono due metodi: il primo è quello che ha come momento essenziale l'osservazione, ed è induttivo; l'altro è quello della riduzione e deduzione. L'induzione — studiata da Stuart Mill nella sua logica induttiva — nasce dalla convinzione che il rapporto tra i fenomeni *A* e *B* osservato una volta, tornerà a ripetersi; si fonda

⁴ Per altre notizie si veda F. KLEIN, *Vorlesungen über die Entwicklung der Mathematik im 19. Jahrhundert*, Berlin 1926.

⁵ Lo dice MACH nell'*Autobiographie* da lui scritta nel 1913, conservata nell'Archivio dell'Accademia tedesca delle scienze e parzialmente pubblicata da F. HERNECK nei « *Physikalische Blätter* » (1958), pp. 388 ss.

⁶ Altre notizie sulla cultura e sull'università viennese si trovano in *Wiener Physik vor 100 Jahren* di F. HERNECK, in « *Physikalische Blätter* » (1961), pp. 455-469.

⁷ E. MACH, *Compendium*, p. 3.

dunque sul presupposto dell'uniformità della natura. La legge è il risultato dell'osservazione e della elaborazione del dato. Ben poche sono però le leggi che derivano da un'osservazione immediata. L'esperimento condotto secondo il metodo di variazione ci rende più certi dei reali rapporti tra fenomeni. Questo metodo, che Bacone definì « una domanda alla natura », si serve di procedimenti per analogia, per differenza e per variazione simultanea⁸. Il fisico, e ancor più colui che studia i fenomeni vitali e fa osservazioni cliniche, si servono validamente del metodo statistico⁹. Il risultato dell'induzione è la conoscenza del rapporto di due grandezze x , y (per esempio, della temperatura e della forza espansiva del vapore). « Leggi empiriche » sono le formule matematiche del tipo

$$y = a + bx + cx^2 + dx^3 + \dots$$

che danno la legge di tale rapporto¹⁰.

Quando lo scienziato ha accertato una serie di leggi naturali mediante osservazione, esperimento, induzione, gli resta ancora il compito di riportare queste leggi sperimentali a leggi fondamentali che siano di numero quanto più piccolo è possibile. Distinguiamo due tipi di spiegazione. O sappiamo che una data legge naturale non è niente altro che il concorrere insieme di più leggi già conosciute, o cerchiamo i membri intermedi nella serie degli effetti. Così lo scienziato applica il primo tipo di spiegazione quando mostra come il moto centripeto sia il risultato dell'attrazione e della accelerazione; applica invece il secondo quando afferma che mediante l'attrito di un corpo si produce calore. Qui fra la causa attrito e l'effetto calore è interposto un membro intermedio, cioè la vibrazione delle molecole¹¹.

Può accadere che non si sappia indicare con certezza la causa di un fenomeno. Si cerca allora se esso possa essere spiegato riportandolo a proposizioni certe. Questo procedimento è detto: formulazione di una ipotesi. Mach chiarisce con questo esempio: la riduzione del suono a movimento è dato di fatto, stabilire poi se i fenomeni luminosi e termici siano riducibili a movimento degli atomi è, per ora, ipotesi. Per ora, giacché un conseguente e ordinato progresso della fisica non può

⁸ *ibidem*, pp. 5-6.

⁹ *ibidem*, p. 7.

¹⁰ *ibidem*, p. 9.

¹¹ *ibidem*, p. 10.

avvenire che mediante la scoperta in ogni evento di fenomeni atomici. Nel caso vengano formulate su uno stesso fenomeno piú ipotesi, sarà accettata quella che « piú facilmente e senza sforzo chiarisce un problema ». Un'ipotesi è distrutta da un solo caso che essa non riesca a chiarire; cade cosí la teoria emanazionistica della luce, giacché non è capace di spiegare l'interferenza, cioè il fenomeno provocato dalla sovrapposizione di onde che abbiano uguale lunghezza. Da due ipotesi diverse si possono trarre, per ragionamento, previsioni diverse sull'andamento di un fenomeno. L'*experimentum crucis* decide fra le due possibilità. Secondo la teoria dell'emissione, per esempio, la luce dovrebbe, con la diffrazione a piombo, assumere una velocità maggiore, secondo la teoria ondulatoria una velocità minore. Poiché l'esperienza insegna che in realtà, nelle circostanze indicate, si verifica una velocità di trasmissione minore, è provata la validità della teoria ondulatoria. È dunque prova di validità di un'ipotesi il poter fare sul suo fondamento previsioni piú tardi confermate dall'esperienza ¹².

b) Materia è tutto ciò che occupa uno spazio. Corpo è una parte limitata di materia. Tutti i corpi hanno in comune eguali proprietà che sono dette proprietà generali dei corpi. Esse sono « essenziali », come l'impenetrabilità e l'inerzia, senza le quali un corpo non sarebbe neanche pensabile, e « non essenziali » quali estensione, divisibilità, porosità e peso.

Resta da chiarire — prosegue Mach — se la materia riempia lo spazio con continuità uniforme o se lo occupi con discontinuità, cioè se sia costituita da atomi indivisibili. Nessuna di queste due teorie può essere provata direttamente. L'apparenza sensibile è contraria all'atomismo; tuttavia la teoria atomica è la piú valida in quanto spiega in modo piú completo i fenomeni ¹³. La materia, dunque, è composta di piccole parti, di atomi. Essi sono inestesi, impenetrabili, inerti ¹⁴. Gli atomi sono soggetti alle stesse leggi che la fisica galileiana-newtoniana ha stabilito per i corpi macroscopici. La risultante delle forze, a cui ogni punto è sottoposto, si ottiene mediante la legge del parallelogrammo. In ciascun istante il punto esercita una forza a cui corrisponde una forza

¹² *ibidem*, p. 11.

¹³ *ibidem*, p. 12.

¹⁴ Per la descrizione dell'atomo e delle sue proprietà, Mach dice di avere seguito l'opera di G. F. FECHNER, *Über die physikalische und philosophische Atomlehre*, Leipzig 1855.

uguale e opposta esercitata su di esso. L'azione reciproca dei due punti, diretta secondo la retta che li unisce, è proporzionale al prodotto della loro massa e varia con la distanza che li separa; essa è direttamente opposta all'accelerazione del movimento del punto.

Come si è detto, l'atomo, impenetrabile e inerte, non ha estensione; esso è un semplice agente delle forze di attrazione e di repulsione¹⁵. Non vi sono però solo atomi corporei; vi sono anche atomi eteri. Ogni atomo corporeo è come conglobato da atomi eteri, che formano una sfera attorno ad esso. Il nucleo centrale è l'atomo corporeo, i puntini che lo circondano sono la sfera eterea. La densità della sfera diminuisce con l'allontanamento degli atomi eteri dall'atomo corporeo. Due atomi corporei cercano di avvicinarsi tra loro, ma, per la repulsione della sfera di etere, questo avvicinamento avviene solo limitatamente. Infatti se tra gli atomi corporei vi è una forza di attrazione, tra quelli eteri agiscono invece forze di repulsione¹⁶.

L'estensione della legge di attrazione a grandi masse non ha presentato particolari difficoltà. Se l'esperienza ci insegna, e lo insegna realmente, che due piccole parti di massa agiscono mutuamente secondo la legge newtoniana di gravitazione, non v'è nulla di ipotetico se determiniamo secondo le leggi della meccanica l'azione reciproca di masse più grandi, in quanto concepiamo queste masse divise in piccole parti, e le forze delle stesse unite in una sola risultante. Più difficile sembra l'estensione della legge al caso di particelle a piccola distanza reciproca. Dobbiamo ammettere che le leggi quantitative valide per le grandi distanze non lo sono per le azioni a piccola distanza¹⁷. Né è nota ancora la forma matematica delle relazioni che esistono fra atomi corporei e atomi eteri¹⁸.

c) « Tutti i fenomeni possono essere riportati a una sola spiegazione ». « L'intera fisica non è altro che meccanica applicata. La piena realizzazione di questa applicazione è affidata al futuro »¹⁹. La conoscenza dei diversi dominî di fatti e la formulazione di leggi che ordinino questi fatti non può che confermare queste asserzioni formulate in ter-

¹⁵ E. MACH, *Compendium*, p. 15.

¹⁶ *ibidem*, p. 15.

¹⁷ *ibidem*, p. 56.

¹⁸ *ibidem*, p. 18.

¹⁹ *ibidem*, p. 55.

mini generali. Mach esamina qui uno per uno i dominî della scienza naturale, citando molte opere fondamentali di grandi scienziati.

La meccanica atomistica può spiegare i tre stati della materia²⁰. Ai fluidi e ai gas sono state estese le leggi originariamente formulate per i solidi. Mach ricorda gli scritti di S. D. Poisson (*Mémoire sur l'équilibre des fluides*, 1830) e di C. F. Gauss (*Principia generalia theorica fluidorum in statu aequilibri*, 1830). In modo particolare ricorda come P. Laplace nella *Théorie de l'action capillaire* (1806)²¹, partendo dalla ipotesi generalissima che le forze molecolari agiscano solo a distanze incommensurabilmente piccole, abbia derivato per via matematica le leggi dell'equilibrio dei fluidi sotto l'azione di forze molecolari e i fenomeni di capillarità. Per i gas, Mach ricorda gli studi recenti di C. R. König e di R. Clausius²². Questi due scienziati hanno formulato una vera teoria: un gas è costituito di molecole animate da un moto rotatorio continuo dipendente dalla temperatura. La forza espansiva del gas è perciò il risultato del movimento molecolare.

Anche la chimica ha base atomistica, come ha insegnato John Dalton nel suo *New System of Chemical Philosophy* (1808 e 1810). Si può supporre, dice Mach, che tutti i corpi atomici siano omogenei, oppure che a corpi chimicamente differenti corrispondono atomi sostanzialmente diversi. Nel primo caso la differenza chimica dei corpi è spiegata dal diverso modo di combinarsi degli atomi²³. « Coesione » non è altro che l'attrazione di gravità quando si esercita fra i punti di materiali omogenei, « affinità » fra quelli chimicamente diversi.

L'acustica è il dominio che ha avuto per primo una sistemazione all'interno della teoria meccanica. Il suono è un moto vibratorio. Mach spiega cosa sia vibrazione (longitudinale o trasversale), onda, riflessione, rifrazione, interferenza, velocità d'onda, ecc. L'aria è il supporto materiale delle onde sonore²⁴. Suono e luce sono fenomeni analoghi. La propagazione della luce è stata spiegata secondo il modello della propagazione del suono. Il supporto materiale nel caso della luce è l'etere

²⁰ *ibidem*, p. 17.

²¹ È un supplemento al decimo libro della *Mécanique céleste*.

²² Si tratta di C. R. KRÖNIG, *Grundzüge einer Theorie der Gaze*, in « Poggen-dorff's Annalen » (1856), pp. 315 ss.; R. CLAUDIUS, *Über die Art der Bewegung, die wir Wärme nennen*, *ibidem* (1857), pp. 353 ss.

²³ E. MACH, *Compendium*, p. 15.

²⁴ *ibidem*, pp. 124 ss.

che pervade tutti i corpi e che riempie lo spazio cosmico. L'etere è dunque un mezzo intermedio, di cui è necessario affermare l'esistenza per poter restare ancorati al punto di vista tradizionalmente valido in acustica. La luce è vibrazione trasversale dell'etere²⁵.

Che il calore sia un fenomeno dovuto al moto molecolare è fuori di dubbio. J. B. Fourier già in una memoria del 1807 ha esteso al calore le formule analitiche e ha poi esposto le sue idee nella *Théorie analytique de la chaleur* del 1822. H. von Helmholtz nel 1847 ha ricondotto i principi termodinamici sotto i principi meccanici in *Über die Erhaltung der Kraft*. I suoi studi e quelli sui gas di Clausius costituiscono il fondamento della teoria termodinamica. Luce e calore sono fenomeni legati fra loro: luce genera calore e calore luce. La loro sostanziale natura atomica e meccanica spiega questo reciproco rapporto²⁶.

Infine è indubbio che le ricerche sull'elettricità pervennero al livello di una teoria scientifica quando C. A. Coulomb, con le sette memorie presentate all'Accademia di Parigi fra il 1785 e il 1787, diede l'avvio a definire le leggi delle azioni elettriche e magnetiche per mezzo di formule che facessero dipendere le forze e le azioni induttive da funzioni della distanza. Egli stabilì che la direzione in cui agiscono le forze di cui trattava era, come per la gravità di Newton, quella della retta di congiunzione dei due corpi che si attirano e si respingono. Infine misurò con la bilancia di torsione le forze di reciproca attrazione e repulsione tra sferette elettrizzate nell'aria, e trovò una legge di attrazione e repulsione comparabile con quella newtoniana²⁷.

Ma di che tipo è il moto degli atomi che produce elettricità? Mach discute se si tratti di un moto elastico o di un moto vibratorio²⁸. Os-

²⁵ Augustin Fresnel nel 1818 fece notare che la diversità di comportamento dei raggi nelle diverse direzioni poteva essere spiegata dall'ipotesi che le vibrazioni costituenti la luce sono perpendicolari alla direzione dei raggi, e non parallele come nel suono. Fresnel sviluppò matematicamente e in tutti i particolari la teoria ondulatoria della luce (e le sue idee furono accettate e svolte da A. L. Cauchy, G. Green, J. MacCullagh, G. G. Stokes, R. T. Glazebrook). Si presentò la questione: se le onde luminose sono perpendicolari alla direzione di propagazione, il mezzo deve avere proprietà adatte a trasmettere le onde. Né i gas, né i liquidi hanno tali proprietà. Ne segue che se la luce è un moto meccanico ondulatorio, l'etere luminoso deve avere proprietà analoghe a quelle di un solido. Si considerò allora l'etere come un solido elastico.

²⁶ E. MACH, *Compendium*, p. 16.

²⁷ *ibidem*, p. 234.

²⁸ *ibidem*, p. 236.

serva che alcuni fenomeni sembrano piú facilmente deducibili dall'ipotesi dei due fluidi²⁹. La teoria di Ampère sul magnetismo costituisce una grande vittoria della concezione meccanicistica dell'universo³⁰. Egli sottopose a una larga e rigorosa investigazione sperimentale tutte le forze esercitate dalle correnti sui magneti e dai magneti sulle correnti, pervenendo a determinare quelle fra corrente e corrente. Considerò tutti i fenomeni di corrente elettrica o di magnetismo temporaneo e permanente come prodotti di un meccanismo unico; precisò questa idea asserendo che le proprietà dei corpi magnetizzati sono dovute a correnti permanenti che circolano nelle molecole, e che, quando queste correnti sono orientate tutte nello stesso senso, la loro riunione equivale a un solenoide, e che perciò un magnete e un solenoide producono lo stesso effetto. Secondo questa teoria le azioni magnetiche devono essere risultato di azioni fra correnti elettriche. L'esperienza provò che effettivamente i conduttori percorsi da correnti agiscono meccanicamente l'uno sull'altro a distanza. Queste azioni furono dette elettrodinamiche, e considerate una forma particolare di quelle elettromagnetiche. Ampère definì poi con una formula il valore che si esercita fra due elementi. Infine, sempre considerando un magnete come un sistema di correnti molecolari, dedusse dalla formula elementare la prima legge di Laplace, le leggi di Biot e Savart, ed anche le leggi di Coulomb per le azioni magnetostatiche tra due magneti. Con ciò diede un ordine sistematico a tutte le leggi che riguardavano le azioni magnetostatiche, le elettromagnetiche e le elettrodinamiche. Risultava infatti che le forze dovute alle correnti elettriche soddisfano alla legge del quadrato della distanza, che sono perciò simili alle forze gravitazionali e a quelle che si esercitano tra i poli magnetici e le cariche elettriche. La contraddizione al principio delle forze a distanza agenti nella direzione della linea retta, contraddizione che era stata messa in evidenza dall'esperimento di Ch. Oersted, era così superata³¹.

A Gauss e a Weber si deve poi un sistema scientifico di misure

²⁹ *ibidem*, p. 237.

³⁰ *ibidem*, p. 261.

³¹ A. M. AMPÈRE, *Mémoire sur la théorie mathématique des phénomènes électrodynamiques uniquement déduite de l'expérience dans lequel se trouvent réunis les Mémoires que M. Ampère a communiqué à l'Académie royale des Sciences dans les séances des 4 et 26 décembre 1820, 10 juin 1822, 22 décembre 1823, 12 septembre et 21 novembre 1825*, v. VI, Paris 1827, pp. 175-388.

magnetiche e elettriche fondato sulle unità fondamentali meccaniche di lunghezza, massa e tempo ³².

d) Le leggi meccaniche sono valide anche per i fenomeni organici. La circolazione del sangue, la contrazione muscolare, i movimenti articolari, l'endosmosi, ecc., sono fenomeni che Mach inserisce nel contesto della trattazione fisica, in cui risultano perfettamente definiti e spiegati. Ricorda anche come il calore animale si converta in lavoro, secondo il principio della conservazione della forza ³³, e come la diffusione dei gas nell'organismo sia soggetta alle leggi che valgono per i corpi fisici ³⁴. Cita l'opera di Wundt sul moto dei muscoli ³⁵, la fisica medica di Fick ³⁶, la fisiologia di Ludwig ³⁷. Accenna agli studi di elettrofisiologia da poco iniziati da Du Bois Reymond e da Helmholtz.

L'atteggiamento di Mach è chiaramente antivitalistico. Il grande vantaggio che il meccanismo fisiologico offre è quello appunto di impedire il ricorso a spiegazioni vitalistiche. La differenza tra le antiche scuole mediche e la nuova consiste nell'uso rigoroso che questa fa del metodo fisico nella ricerca: la fisiologia è una parte della fisica. I fisiologi sono tutti d'accordo sul fatto che i fenomeni nei corpi viventi sono gli stessi che si verificano nella natura inorganica, e che la forza vitale non è che il complesso delle forze fisiche che agiscono negli organi. I fenomeni risultano non da una, ma da più forze agenti insieme. Si tratta di classificare e ordinare tali forze ³⁸. Col rifiuto del vitalismo sta il rifiuto del teleologismo. Parlare di un fine degli esseri significa cadere in un *Missgriff*, in un antropomorfismo che la scienza della natura oggi non può accettare ³⁹. Secondo Mach la scienza medica deve immediatamente affrontare il compito di « esaminare » i più delicati fenomeni che avvengono « in quel particolare sistema di atomi che sono i nostri nervi » ⁴⁰.

³² C. F. GAUSS, *Intensitas vis magneticae terrestris ad mensuram absolutam revocata*, Göttingen 1832; W. WEBER, *Electrodynamische Maassbestimmungen*, Leipzig 1846.

³³ E. MACH, *Compendium*, p. 53, e pp. 184-186.

³⁴ *ibidem*, p. 147.

³⁵ W. WUNDT, *Die Lehre von der Muskelbewegung*, Braunschweig 1858.

³⁶ A. FICK, *Die medizinische Physik*, Braunschweig 1856.

³⁷ K. LUDWIG, *Lehrbuch der Physiologie des Menschen*, Leipzig 1852.

³⁸ E. MACH, *Compendium*, p. 2.

³⁹ *ibidem*, pp. 2 s.

⁴⁰ *ibidem*, p. 234.

Mach chiude il suo libro con le seguenti parole:

Conosciamo ora una serie di fenomeni e leggi fisiche che, per quanto è stato possibile fare con mezzi elementari, abbiamo raccolto sotto il punto di vista della meccanica e della teoria atomica. Attualmente non è però possibile ricondurre in modo completo e rigoroso tutte le leggi fisiche a pochi principi esatti. Le lacune sono ancora molto grandi. Per i fenomeni di calore e di luce abbiamo trovato gli abbozzi di una teoria, e per lo meno questi abbozzi hanno fondamenta sicure. Una tale concezione non abbiamo invece ancora raggiunto per i fenomeni di elettricità e di magnetismo. In questi domini possediamo piuttosto regole empiriche per orizzontarci in una grande quantità di fatti, che non una vera teoria. Questa situazione ci stimola a una ricerca piú vasta e ci incita a raggiungere la meta; forse sarà necessario un completo mutamento dei nostri fondamentali concetti fisici ⁴¹.

2. - TEORIA FISICA E FILOSOFIA.

Come è noto, Mach abbandonò nelle opere immediatamente successive al *Compendio* il progetto di un'estensione dei principi meccanico-atomistici a ogni dominio della natura. Anzi fu poi critico deciso di ogni concezione del genere, e degli stessi principi della meccanica newtoniana. Cercheremo piú avanti di esaminare le ragioni di questo suo atteggiamento. Prima però dobbiamo soffermarci brevemente a chiarire un aspetto particolare della problematica di Mach: il modo come egli nel *Compendio* intese il rapporto fra teoria fisica e filosofia.

Nel corso dell'esposizione della fisica Mach si è imbattuto in lacune e manchevolezze. Probabilmente proprio il fatto di essersi assunto l'impegno di un'esposizione cosí vasta, avente per oggetto molti diversi domini, ponendogli innanzi un quadro completo della situazione, gli ha dato modo di scoprire le aporie del sistema meccanicistico. Di volta in volta, interrompendo il corso dell'esposizione, Mach le segnala in brevi note (*Anmerkungen*). Ora è per noi interessante vedere quali fossero precisamente questi difetti che Mach vide all'interno della teoria e in che modo pensò di poterli correggere. Constatiamo cosí che la sua attenzione si indirizzò a un certo tipo di difficoltà che potremmo raccogliere sotto la categoria: mancanza di unicità degli enti fondamentali (*Grundtatsachen*) e dei principi. La teoria atomica infatti parla di due

⁴¹ *ibidem*, pp. 271 s.

tipi di atomi. Attribuisce agli atomi eteri proprietà e comportamenti diversi da quelli propri agli atomi materiali; questi agiscono secondo una forza di attrazione che li porta ad aggregarsi, quelli secondo una forza di repulsione. Non solo, ma la teoria parla di due tipi di eteri: quello che occupa lo spazio tra le particelle materiali e quello che risiede negli spazi interplanetari e la cui esistenza è necessario ammettere per spiegare il fenomeno della propagazione della luce. A questo etere cosmico si dovranno attribuire proprietà diverse dall'altro⁴². Ancora: la teoria riconduce ogni azione all'azione a distanza. La quale, però, è enorme nel caso dei corpi che si muovono nell'immenso spazio celeste, mentre è impercettibile nel caso delle particelle. Nella teoria cinetica dei gas, Clausius, d'altra parte, sostiene l'esistenza di urti elastici di particelle materiali, cioè di azioni per contatto. Concludendo, l'estensione dei principi meccanici e atomistici sembra potersi effettuare, ma col sacrificio della semplicità⁴³. A enti si aggiungono enti, a leggi leggi, a principi principi.

Ora, secondo Mach, questa situazione va corretta nel senso di una riconquista di quella semplicità e unicità dei principi che è andata perduta.

Perché due tipi di atomi? Non li si potrebbe ridurre a uno? Mi sembra che l'ipotesi di un solo tipo di atomi, i quali rappresentino, uno per uno, gli atomi dell'etere, e, riuniti in gruppo, gli atomi corporei potrebbe essere sufficiente a spiegare i fenomeni. Importante sarebbe solo la forma dell'azione reciproca che si attribuirebbe loro⁴⁴.

Azione per contatto e azione a distanza: non la si potrebbe ridurre ad una sola? Di questo argomento Mach trattò nello scritto *Über die Molekularwirkung der Flüssigkeiten*. Dichiarò di non aver deciso ancora se le due leggi (azione per contatto e azione a distanza) si completino o si contraddicano. « Dal punto di vista estetico sarebbe meglio il primo caso »⁴⁵. Insomma Mach non critica il procedimento che aveva reso necessaria la moltiplicazione degli enti e dei principi, piuttosto pensa

⁴² *ibidem*, p. 187.

⁴³ *ibidem*, p. 234.

⁴⁴ *ibidem*, p. 188.

⁴⁵ In « Sitzungsberichte der mathematisch-naturwissenschaftlichen Klasse der Wiener Akademie der Wissenschaften », Abteilung 2, v. 46 (1862), p. 125. [La citazione degli Atti dell'Accademia di Vienna sarà da ora in poi abbreviata con SW, Abt. ..., v. ... (18...), p. ...].

che spetti al suo tempo ristabilire l'unità; e pensa che questo compito sia realizzabile per via speculativa, mediante puro ragionamento.

A questo punto il discorso passa dalla fisica alla filosofia. Alla filosofia infatti è assegnato il compito di indicare il modo per riacquistare l'unità che la fisica ha perduta. Mach si richiama allo scritto di Fechner sulla teoria degli atomi, già da noi ricordato⁴⁶. A proposito dei rapporti tra fisica e filosofia, Fechner diceva che la fisica impone al filosofo l'esistenza degli atomi e la filosofia insegna alla fisica cosa sia un sistema⁴⁷. La scienza dà alla filosofia un punto di appoggio, una base sperimentalmente valida; la filosofia, a sua volta, cerca di scoprire gli *Hauptgründe* della realtà, che la scienza può ipotizzare, ma non toccare⁴⁸. La scienza ha insomma il suo complemento nella filosofia metafisica, alla quale spetta il compito di « legare gli ultimi capi »⁴⁹.

Compito della metafisica è quello di trovare i concetti più generali e i concetti ultimi del dato e di indagare, cercare, esporre le loro relazioni e i rapporti più generali⁵⁰.

Il metodo — dice sempre Fechner — consiste in una generalizzazione ed estensione di ciò che è stato trovato e provato, o è provabile, mediante esperienza, ragionamento o calcolo, compiuti su ciò che può essere trovato mediante esperienza e mantenuto sino ai limiti che il pensiero pretende, in modo che la condizione stessa di trovare un quid generalissimo e ultimissimo determini la forma, l'origine dell'esperimento, il contenuto dei concetti⁵¹.

Mach espone una concezione vicina a quella fechneriana, anche se espressa in termini più prudenti. Il passaggio dalla fisica alla metafisica non comporta alcun problema.

I risultati ottenuti secondo la teoria atomica possono essere tradotti in una concezione metafisica della materia, così come le formule valide, stabilite secondo coordinate polari possono essere espresse in coordinate cartesiane⁵².

⁴⁶ G. F. FECHNER, *Über die physikalische und philosophische Atomenlehre* (cito dalla 2ª ed. 1864).

⁴⁷ *ibidem*, p. 111.

⁴⁸ *ibidem*, p. 148.

⁴⁹ *ibidem*, p. 149.

⁵⁰ *ibidem*, p. 149.

⁵¹ *ibidem*, p. 149.

⁵² E. MACH, *Compendium*, p. VI.

La teoria atomistica è la conclusione filosofica della ricerca fisica.

Considereremo i principi piú generali e il punto di vista della fisica odierna, dai quali si può essere orientati nei diversi domini della teoria. Cioè prenderemo in considerazione la teoria atomistica che, per cosí dire, costituisce la conclusione filosofica della fisica⁵³.

Lasciamo ora il *Compendio*. La sua lettura ci è stata utile. Adesso conosciamo il preciso significato dei termini « meccanicismo », « metafisica meccanicistica », « filosofia del meccanicismo » che troveremo spesso usati da Mach nelle opere successive al *Compendio*, le quali costituiscono l'oggetto del nostro maggiore interesse. Filosofica è per lui l'esigenza di una unità sistematica. Metafisica è quella concezione che si ritiene istituisca principi validi per tutta la realtà. Il metodo proprio della metafisica è l'estensione di leggi al di là del dominio per cui furono originariamente formulate.

Come vedremo Mach abbandonerà molto presto il meccanicismo. Riterrà però sempre valida l'esigenza che esso, sia pure in forma ingenua, esprimeva di una unificazione del sapere.

⁵³ *ibidem*, p. 53.

PARTE SECONDA
LA FISIOLOGIA DELLA SENSAZIONE

CAPITOLO I

PRIMI STUDI SULLA SENSAZIONE (1863-1868)

1. - IL PROBLEMA DEL RAPPORTO TRA FISICA E FISIOLOGIA.

« Dopo la fine degli studi universitari (1860) mi mancarono, per sfortuna o per fortuna, i mezzi necessari per compiere ricerche di fisica; perciò entrai nel dominio della fisiologia dei sensi. Qui, dove potevo osservare le mie sensazioni, e insieme le condizioni di esse nell'ambiente, raggiunti — almeno lo credo — una concezione della natura libera da presupposti speculativo-metafisici »¹.

Cercheremo ora di ripercorrere la strada seguita da Mach, e di scoprire le ragioni che lo indussero ad abbandonare il meccanicismo atomistico. Cominciamo dalle ricerche sulla sensazione, giacché esse sono esposte in scritti che in ordine di tempo precedono quelli che trattano problemi fisici, sebbene di questi Mach si andasse contemporaneamente occupando. Le ricerche sulla fisiologia della sensazione posero Mach di fronte a questioni di metodo, di sistemazione dei fatti, di interpretazione, che a suo parere non erano risolvibili fino a quando ci si fosse attenuti agli schemi e ai procedimenti usati dalla scienza del suo tempo. Mach arrivò anzi a mettere in discussione il modo di intendere il rapporto tra fatto fisiologico e teoria fisica. Ne seguirono rifiuti decisi, nette prese di posizione, contrasti, polemiche. Tutta una trama di consensi e di dissensi lo legò ai ricercatori suoi contemporanei: incontri e scontri di cui dobbiamo conoscere le ragioni e il significato. Il discorso di Mach è ricco di riferimenti a studi che altri andavano compiendo: anno per anno, verrebbe quasi da dire, giorno per giorno, nuove sco-

¹ MACH, *Leitgedanken meiner naturwissenschaftlichen Erkenntnislehre und ihre Aufnahme durch die Zeitgenossen*, in « *Physikalische Zeitschrift* », Leipzig 1910 (pubblicato anche in « *Scientia* », v. 7 (1910), pp. 225-240).

perte erano annunciate e nuove teorie enunciate a loro spiegazione. Sarà perciò necessario, parlando di Mach, tener conto di questi avvenimenti che accadevano intorno a lui.

2. - RICERCHE SULL'UDITO. TEORIA E REALTÀ.

Un primo gruppo di fenomeni esaminati da Mach riguarda la funzione dell'apparato uditivo. Nel 1863 Helmholtz aveva pubblicato la sua opera sulle sensazioni di suono ² che — dice Mach — apparve a tutti non solo opera geniale e perfetta, ma definitiva per la sistemazione di un certo dominio di fatti ³. Helmholtz sembrava aver raggiunto lo scopo di unificare — come si era proposto, secondo le sue stesse parole — « scienze che, malgrado i numerosi rapporti naturali che le uniscono e la loro vicinanza, sono rimaste finora troppo isolate. Si tratta, da una parte, dell'acustica fisica e fisiologica, dall'altra della scienza musicale e dell'estetica » ⁴. La strada percorsa per arrivare a tale notevolissimo risultato era stata, ancora una volta, quella offerta dalla fisica meccanica. Seguiamo qui a grandi linee l'argomentazione svolta in questo scritto: potremo così renderci conto del metodo seguito da Helmholtz e dei motivi per cui Mach lo criticò.

Oggetto della ricerca è il suono e in particolare il suono armonico. I suoni si differenziano, per il nostro orecchio, quindi alla prima nostra impressione, per qualità che sono designate con i nomi di intensità, altezza, timbro. La riducibilità di tali qualità a quantità misurabili è la condizione per la costruzione di una scienza del suono (Parte I, Cap. I). Ora, afferma Helmholtz, questa riduzione è possibile. La scienza possiede due strumenti logici perfettamente adeguati allo scopo: la legge di Fourier, e la legge di Ohm (Parte I, Cap. II). La legge matematica formulata da Fourier stabilisce che ogni moto oscillatorio non sinusoidale possa essere rappresentato come sovrapposizione di più oscillazioni sinusoidali (o armoniche) di frequenza e ampiezza diverse, ciascuna delle

² HERMANN VON HELMHOLTZ, *Die Lehre von den Tonempfindungen als physiologische Grundlage für die Theorie der Musik*, Braunschweig 1863.

³ E. MACH, *Die Analyse der Empfindungen und das Verhältnis des Physischen zum Psychischen*, Jena 1906. L'opera fu pubblicata per la prima volta nel 1886 con il titolo *Beiträge zur Analyse der Empfindungen*. Una traduzione italiana uscì nel 1903. Cito dalla quinta edizione tedesca che porta alcune importanti aggiunte.

⁴ H. HELMHOLTZ, *Die Lehre von den Tonempfindungen*, p. 1.

quali è nota come una componente⁵. L'indipendenza delle onde sonore, stabilita in analogia col principio meccanico dell'indipendenza delle forze, ci dà la sicurezza che ciascuna componente sinusoidale produrrà un'onda sinusoidale, la quale si propaga senza influenza di altra componente di diversa frequenza. Quindi, per quanto il moto che produce un suono possa essere complicato, possiamo, sia nel calcolo matematico che nelle deduzioni logiche, considerare il suono totale come il risultato di molte onde sonore sinusoidali, che si comportano come se ciascuna si producesse da sola e fosse sola a propagarsi. Ohm, da parte sua, aveva stabilito una legge acustica, secondo la quale l'orecchio analizza i suoni⁶. Quando percepiamo contemporaneamente due suoni, abbiamo sensazioni distinte come se li udissimo separatamente. Il problema che Helmholtz affronta è dunque questo: applicare la legge di Fourier all'orecchio. Ciò permette — è chiaro — di trasferire alla fisiologia dell'orecchio tutto l'apparato matematico che la legge di Fourier comporta. Secondo Helmholtz l'applicazione è possibile solo quando siano soddisfatte due condizioni. La prima è quella di tornare a provare sperimentalmente, studiando il funzionamento dell'orecchio, che la legge di Ohm è valida (Parte I, Cap. 4). Ora, questa condizione è pienamente soddisfatta in seguito ad alcune recenti scoperte, in particolare a quelle compiute dal Corti sull'organo dell'udito dei mammiferi⁷. Il Corti ha studiato la struttura del canale cocleare e in particolare ha descritto l'epitelio sensorio della parte timpanica (epitelio che oggi porta il nome di « organo del Corti »). Esso è formato da cellule di sostegno e da cellule sensoriali specifiche che poggiano la loro base sulla membrana basilare. Secondo Helmholtz la trasmissione del suono avviene nel modo seguente. Le vibrazioni della perilinfa (liquido che riempie la coclea) determinano vibrazioni della membrana basilare. Poiché questa è formata da tratti fibrosi, detti corde, che hanno lunghezza differente, ne segue che le vibrazioni di diversa lunghezza d'onda determinano, per fenomeni di risonanza, vibrazioni di singole o poche corde della membrana. Le vibra-

⁵ J. B. J. FOURIER, *Analyse des équations déterminées*, « Mémoires de l'Académie des Sciences de Paris », 1831.

⁶ G. S. OHM, *Über die Definition des Tones nebst daran geknüpfter Theorie der Sinne und ähnlich tonbildender Vorrichtungen*, in « Poggendorff's Annalen », v. 49 (1843) e v. 162 (1844).

⁷ ALFONSO CORTI, *Recherches sur l'organe de l'ouïe des mammifères. Première partie. Limaçon*, in « Zeitschrift für wissensch. Zoologie », v. 3 (1859), pp. 109-169.

zioni localizzate causano spostamenti di poche cellule dell'epitelio sovrastante e ne determinano la sollecitazione. Le cellule acustiche dell'organo del Corti sono insomma stimulate da frequenze diverse: lo si può perciò considerare come una struttura a mosaico di campi cellulari, ciascuno specializzato a fornire frequenze diverse. Helmholtz scrive:

un solo suono semplice arriva all'orecchio, e scuote fortemente le fibre del Corti che sono esattamente o quasi all'unisono con lui; tutte le altre non saranno scosse o lo saranno debolmente. Ogni suono semplice di altezza determinata non è perciò sentito che mediante determinate fibre nervose, e suoni di altezza diversa eccitano fibre diverse. Se un suono complesso o un accordo arriva all'orecchio, esso eccita tutte quelle formazioni elastiche la cui altezza di tono corrisponde ai diversi suoni semplici contenuti nella massa sonora; così con attenzione ben diretta sarà possibile percepire tutte le sensazioni isolate corrispondenti a diversi suoni semplici. L'accordo sarà scomposto nei singoli suoni, il suono nei singoli toni armonici ⁸.

Il fenomeno uditivo non è altro che un fenomeno di vibrazione per influenza. La differenza di altezza e di timbro del suono dipende dalla differenza di frequenza propria delle fibre messe in moto. La scoperta del Corti conferma la legge di Ohm (ed è coerente, osserva anche Helmholtz, al principio dell'energia specifica posta da J. Müller a capo della fisiologia). Arrivati a questo punto, secondo Helmholtz, abbiamo una perfetta spiegazione del fenomeno uditivo, poiché il fatto fisiologico è ridotto a fatto fisico e l'applicazione della legge di Fourier ci permette di darne una trattazione matematica.

Ma — si chiede Helmholtz — cosa ci garantisce che la scomposizione di suoni sia un fenomeno reale? Non potrebbe trattarsi di un fenomeno soggettivo, « dovuto a una illusione dell'orecchio, o a una

⁸ « Abbiamo dunque, grazie a questa ipotesi, ricondotto i fenomeni dell'orecchio alla consonanza, e in questo troviamo la causa che fa sì che un movimento periodico dell'aria, semplice nella sua essenza, produca una somma di sensazioni diverse, e di conseguenza appaia come complesso agli organi della percezione. La sensazione dei suoni di differenti altezze sarebbe dunque, secondo questa ipotesi, una sensazione provata in fibre nervose diverse. La sensazione di timbro deriverebbe dal fatto che un suono complesso mette in moto, oltre alle fibre di Corti corrispondenti al suono semplice fondamentale, anche un certo numero di altre, e quindi determina delle sensazioni in più gruppi differenti di fibre nervose. Dal punto di vista fisiologico, va ancora una volta notato, secondo questa ipotesi, che le qualità diverse della sensazione uditiva, altezza e timbro, sono riportate alla differenza delle fibre messe in moto ». H. HELMHOLTZ, *Die Lehre von den Tonempfindungen*, p. 220.

fantasia dell'immaginazione? »⁹. Superare questa difficoltà è la seconda condizione per la costituzione di una scienza del suono (Parte I, cap. 3). La risposta di Helmholtz è chiara: si tratta di un fenomeno oggettivo, non soggettivo. La prova è data dal comportamento di uno strumento artificiale che riproduce il fenomeno di risonanza, cioè del cosiddetto risonatore. Si tratta — come è noto — di un corpo cavo, ordinariamente di ottone, avente forma approssimativamente sferica. In esso sono praticati due fori diametralmente opposti. Secondo le dimensioni del risonatore, l'aria che vi è contenuta vibra con una data frequenza. Se si costruisce una serie di risonatori di dimensioni differenti, accordati ciascuno per una frequenza determinata, e si produce in vicinanza di uno di essi un miscuglio di suoni di frequenze diverse, ognuno rafforzerà soltanto il suono con il quale è accordato e non gli altri; in questo modo, con una serie di risonatori di frequenze note, si può analizzare quali siano i suoni semplici che costituiscono il miscuglio dei suoni. Si verifica allora un fenomeno come quello che secondo l'ipotesi avviene nell'orecchio. Con ciò la prova è raggiunta: l'esperimento assicura che la scomposizione compiuta dall'orecchio non è un fatto soggettivo, ma un fatto reale¹⁰.

Soddisfatte le due condizioni, è possibile concludere con assoluta certezza: la fisiologia dell'udito è una scienza. « Nella sua essenza l'acustica fisiologica non è altro che una parte della teoria dei movimenti dei corpi elastici »¹¹. Ancora una volta è stato così provato che tutti i fenomeni, anche quelli che si presentano alla sensazione assai diversi dal punto di vista qualitativo, sono nella loro essenza fenomeni di moto. Nel caso del suono il movimento è quello vibratorio sinusoidale. Solo questo fatto permette una facile sistemazione di tutti i fenomeni che riguardano l'udito (Parte II), e anche di quelli che riguardano la teoria della musica (Parte III).

La posizione che Mach assume nei confronti dell'opera di Helmholtz è, malgrado gli elogi sopra riferiti, nettamente critica; le sue obiezioni sono sintetizzabili in poche parole: si verificano fatti che la teoria di Helmholtz non spiega¹². Più precisamente si verificano fatti che non

⁹ *ibidem*, p. 76. Si veda anche p. 58.

¹⁰ *ibidem*, pp. 76 e 82.

¹¹ *ibidem*, p. 5.

¹² Vedi anche MACH, *Über die Cortischen Fasern des Obres* (1864), in *Populärwissenschaftliche Vorlesungen*, Leipzig 1896 (cito dalla terza edizione del 1903).

sono riducibili allo schema fisico della vibrazione di corde semplici e della vibrazione per influenza. Stando così la situazione — dice Mach — cosa si deve decidere? Si devono considerare tali fatti come fenomeni soggettivi, illusioni ingannevoli dei nostri sensi, che, secondo le parole di Helmholtz, « non corrispondono alle cose esterne e alla loro azione su noi, e che, per conseguenza, non hanno alcun valore per la conoscenza del mondo esterno »¹³, e quindi disinteressarsene? Oppure mutare la prospettiva e chiedere se questa corrispondenza venga a mancare per la ragione che il mondo esterno è assai più vario e complesso di quanto la teoria di Helmholtz supponga? E che quindi la teoria — e con essa gli strumenti che predispone e usa — non può essere assunta come criterio, in base al quale giudicare l'esistenza reale del fatto? Questa è l'alternativa che Mach pone con estrema chiarezza¹⁴. Seguiamo il suo discorso.

A giudizio di Mach vi sono fatti che non trovano posto nella teoria di Helmholtz. Quali sono? In primo luogo l'effetto acustico che C. Doppler aveva osservato nel 1842, e che Mach aveva studiato nel 1860¹⁵ e riesaminato nel 1864¹⁶. Osservando una sorgente in movimento che emetta suoni di frequenza costante, si nota che l'altezza del suono emesso risulta maggiore quando la sorgente si avvicina all'osservatore. L'altezza del suono varia, pur essendo costante la frequenza. Non v'è dunque coincidenza tra il fatto di coscienza e il fenomeno fisico.

Da dove proviene questo innalzamento di tono, o questo subiettivo abbassamento? È per noi chiaro che l'altezza di tono non può variare realmente, se per altezza di tono intendiamo il numero di oscillazioni. L'innalzamento è dunque solo subiettivo, apparente, fisiologico¹⁷.

La spiegazione — dice Mach — potrebbe essere anche fisica, ma diversa da quella di Helmholtz. Infatti si deve tenere in conto che le onde sinusoidali differiscono oltre che per intensità e frequenza, anche per fase. La differenza di fase è la differenza del tempo con cui la

¹³ H. HELMHOLTZ, *Die Lehre von den Tonempfindungen*, p. 102.

¹⁴ E. MACH, *Zur Theorie des Gehörorgans*, in SW., Abt. 2, v. 48 (1863).

¹⁵ E. MACH, *Über die Änderung des Tones und der Farbe durch Bewegung*, SW., Abt. 2, v. 41 (1860), pp. 543-560.

¹⁶ E. MACH, *Über einige der physiologischen Akustik angehörige Erscheinungen*, SW., Abt. 2, v. 50, (1864), pp. 342-362.

¹⁷ *ibidem*, p. 351.

cresta d'onda arriva all'orecchio¹⁸. Sullo stesso argomento Mach scriverà alcuni anni più tardi:

Helmholtz, partendo da criteri psicologici e fisici, ha supposto che l'orecchio interno consti di un sistema di risonatori, il quale faccia risonare come toni parziali i membri della serie di Fourier corrispondente alla forma di oscillazione prodotta. Secondo questa tesi il rapporto di fase delle oscillazioni parziali non esercita alcuna influenza sulla sensazione¹⁹.

Se però si ammette che l'orecchio è sensibile alla differenza di fase, si deve ammettere che la componente di frequenza del suono non suscita in noi una sensazione particolare sempre uguale, siano o no presenti le altre frequenze componenti. In altri termini bisogna ammettere che non sempre è valida la legge di Ohm. Ciascuno dei due orecchi riceve la stessa onda di pressione, ma un orecchio la riceve con un certo ritardo rispetto all'altro. Ciò prova che la differenza di fase ha valore²⁰.

Un altro fatto che non può essere spiegato secondo lo schema fisico della vibrazione di corde è quello detto della *Verstärkung der Knochenleitung* (del rafforzamento della conduzione ossea). Consiste nel fatto che colui che fa suonare con la bocca un risonatore a fiato, sente il suono anche se tiene le orecchie chiuse²¹.

Mach osserva che, sulla testimonianza di questi fatti, la trasmissione del suono dovrebbe essere concepita come qualcosa di analogo alla propagazione della luce e del calore, piuttosto che secondo l'immagine della corda vibrante. Comunque: « È necessaria una revisione della teoria fisica dell'udito »²².

Un altro aspetto non del tutto risolto del problema è quello presentato dal modo di funzionare delle singole parti dell'orecchio. È proprio vero che ne possediamo una conoscenza perfetta? Anche volendo accettare l'idea che l'orecchio interno funzioni come un apparecchio fisico, è necessario ammettere che ne sappiamo ben poco. Gli ossicini dell'orecchio vibrano come un tutto, oppure le onde sonore passano attraverso essi? Quale funzione ha precisamente il labirinto?²³ Il moto meccanico

¹⁸ *ibidem*, p. 358.

¹⁹ E. MACH, *Die Analyse der Empfindungen*, pp. 219 s.

²⁰ E. MACH, *Über einige der physiologische Akustik...*, p. 362.

²¹ *ibidem*, p. 342 s.; vedi anche *Die Analyse der Empfindungen*, pp. 244 ss.

²² E. MACH, *Die Analyse der Empfindungen*, p. 244.

²³ *ibidem*.

della coclea non spiega né battimenti, né rumori, né scoppi. Seguendo la teoria di Helmholtz si dovrebbe arrivare alla conclusione che ad ogni numero percepibile di vibrazioni corrisponde uno speciale organo finale. Bisogna però ammettere che è cosa del tutto inutile ricercare per i rumori uno speciale organo di udito²⁴. Il rumore è prodotto da variazioni di pressione, le cui frequenze, ampiezza e fasi cambiano continuamente. Lo scoppio consiste di pochissime oscillazioni di ampiezza molto grande che si smorzano rapidamente. Il battimento produce un impulso di breve durata nell'aria di propagazione.

Per la funzione uditiva sono necessari organi di trasmissione: organi dell'orecchio esterno e medio conducono le onde sonore al labirinto trasformandole in impulsi pressori sulla perilinfia. Mach richiama l'attenzione sul fatto che il condotto cocleare è pieno di liquido, la cui massa ha una parte precipua nel fenomeno. Prendiamo in considerazione — dice — il movimento che avviene nel labirinto mediante i movimenti del piede della staffa e supponiamo che ne siano escluse tutte le parti molli e che lo spazio limitato dalle parti ossee sia riempito di liquido. Il movimento che può aver luogo è quello di una periodica corrente che si sposta dalla finestra ovale verso la finestra rotonda o viceversa. Quindi — osserva — « sembrano aver più importanza come stimoli determinanti la sensazione, le variazioni di pressione che si verificano nel labirinto che non i movimenti e le direzioni dei movimenti »²⁵.

Le conclusioni a cui perviene Mach sono molto chiare. Prima di tutto bisogna riconoscere che l'onda sinusoidale è il suono più insignificante che si possa immaginare. I suoni che per noi hanno significato, la parola, la musica come anche i rumori che si producono nell'ambiente che ci circonda, non sono sinusoidali. Perciò, se è vero che l'orecchio è uno degli strumenti che mettono l'organismo vivente in rapporto col mondo esterno, è ben difficile ammettere che l'unica funzione di cui l'orecchio sia capace sia la scomposizione dei suoni complessi in onde sinusoidali. È forse più vicino alla realtà pensare che l'orecchio reagisca a ogni genere di periodicità con una sensazione determinata dalla durata del periodo²⁶. E inoltre non è necessario che siano esclusivamente forze elastiche quelle che mantengono l'organo nella sua condizione di equi-

²⁴ *ibidem*, p. 218.

²⁵ *ibidem*, p. 245.

²⁶ *ibidem*, p. 221.

librio; si può pensare a condizioni di equilibrio elettriche, o chimiche, ecc.²⁷. Forse alcuni fenomeni trovano la loro spiegazione non nell'esistenza di un particolare organo a essi ordinato, ma in « una azione reciproca » di organi o di fibre²⁸. In secondo luogo,

l'orecchio deve essere messo alla prova parte per parte. Infatti, da questa nostra trattazione risulta che la considerazione puramente teorica dell'organo di senso ci permette di trarre solo conclusioni generali. La teoria non può dire di più²⁹.

Un altro aspetto dell'acustica helmoltziana che Mach critica è quello relativo all'uso degli strumenti fisici. Gli strumenti riproducono artificialmente il funzionamento di organi, sono stati costruiti dallo scienziato sulla base delle conoscenze che egli possiede in un dato momento della ricerca. In nessun modo bisogna cadere nell'errore in cui cade Helmholtz, che fa di tali strumenti il metro in base al quale è stabilita la fisicità, e quindi, date le tacite premesse della fisiologia fisica, la realtà dei fatti presi in esame. Per questa strada si arriverebbe all'assurdo: « poiché nessun risonatore può essere eccitato da battimenti, al cui tempo sia ordinato, ma solo da suoni, ne viene, secondo la teoria della risonanza di Helmholtz, che suoni composti non potrebbero essere percepiti »³⁰. Si arriverebbe dunque a negare l'esistenza a ciò che lo strumento non è capace di riprodurre. Invece

bisogna avere chiaro in mente che nella costruzione degli strumenti fisici facciamo uso di quelle conoscenze che già possediamo. La natura però non ha studiato all'École Polytechnique! La natura ha altro da fare che chiedere il permesso alle teorie già acquisite!³¹.

Nuovi metodi, nuovi strumenti possono darci una più ampia messe di raccolto. Mach ne va egli stesso alla ricerca. Un metodo in cui mostra fiducia è quello stroboscopico, che permette di rilevare tutti i fatti periodici connessi col suono. In uno scritto pubblicato a Praga nel 1873 su ricerche ottico-acustiche riferisce ampiamente sui risultati che ha ottenuto³².

²⁷ *ibidem*, p. 248.

²⁸ *ibidem*.

²⁹ E. MACH, *Zur Theorie des Gehörorgans*, p. 290.

³⁰ E. MACH, *Die Analyse der Empfindungen*, p. 220.

³¹ E. MACH, *Zur Theorie des Gehörorgans*, p. 290.

³² E. MACH, *Optisch-akustische Versuche. Die spektrale und stroboskopische*

Secondo Mach dunque la concezione di Helmholtz che considera la teoria fisica quale criterio per stabilire la realtà di un fatto, misura il reale nella sua *Mannigfaltigkeit und Vielseitigkeit* sul metro delle poche, pochissime conoscenze che possediamo. Per questa via si arriva facilmente all'atteggiamento di « quello scienziato che non molto tempo addietro si chiedeva, meravigliato dei miei esperimenti: a cosa servono? essi riguardano solo delle illusioni! »³³. Al contrario, per Mach, è necessario portare l'attenzione proprio su quei fatti che parlano contro la teoria.

3. - IL PRINCIPIO EURISTICO DEL PARALLELISMO.

Già nel 1865, dopo i primi studi sull'udito e sull'orecchio, Mach è in grado di stabilire una idea direttiva: le sue ricerche future saranno guidate dal principio del parallelismo³⁴. Ciò significa che in ogni caso studiato egli cercherà di stabilire il « nesso tra il fatto che è osservato psicologicamente e il processo fisico (fisiologico) corrispondente »³⁵. « Questo principio si fonda sull'ipotesi che a ogni atto psichico corrisponda uno fisico, e viceversa »³⁶. Chiarisce ancora:

Noi vediamo che un determinato processo nervoso è la condizione essenziale e immediata della sensazione. Pensiamo perciò che questa condizione immediata non vari senza che si presenti a noi variata anche la sensazione, e viceversa³⁷. Si tratta di un principio euristico, di un'ipotesi generale che in molti casi è risultata esatta, e in tutti i casi potrà essere considerata come probabilmente esatta³⁸.

Supporremo, Mach esemplifica, fino a quando non avremo provato il contrario, che a tutte le sensazioni di spazio siano ordinati uguali pro-

Untersuchung tönender Körper, Prag 1873; e anche *Bemerkungen über wissenschaftliche Anwendungen der Photographie* (1888), in *Populär-wissenschaftliche Vorlesungen*, p. 284.

³³ E. MACH, *Über die Wirkung der räumlichen Vertheilung des Lichtreizes auf die Netzbaut* (prima parte), SW., Abt. 2, v. 52 (1865), p. 319.

³⁴ *ibidem*; vedi anche *Bemerkungen über intermittirende Lichtreize*, in « Archiv für Anatomie, Physiologie und wissenschaftliche Medizin », hrsg. von Reichert and Du Bois Reymond, 1865, p. 629 e pp. 634-635.

³⁵ E. MACH, *Analyse der Empfindungen*, cap. IV, § 2, p. 49.

³⁶ *ibidem*, p. 50.

³⁷ *ibidem*, p. 49.

³⁸ *ibidem*, p. 50.

cessi nervosi, e così a quelle di tempo. Essendo lo spazio una varietà tridimensionale supporremo che l'organo nervoso a esso corrispondente sia una triplice unità. E così via³⁹. Vedremo — possiamo aggiungere noi — come questo principio del parallelismo porti Mach a originali scoperte nel campo della fisiologia della vista (ipotesi di una organizzazione nervosa), e della funzionalità dell'orecchio (scoperta dell'organo dell'equilibrio).

Mach osserva ancora che la parola parallelismo — così come egli la usa — non deve in nessun modo far pensare a una teoria metafisica sul tipo di quella di Fechner, secondo cui fatto fisico e fatto psichico sono aspetti di una unica realtà inconoscibile⁴⁰. Accettare il principio del parallelismo significa piuttosto prendere posizione a favore di un metodo fisiologico. Una ricerca puramente psicologica sulla sensazione (come quella di Herbart o di J. Müller) non è sufficiente⁴¹. In questo Mach si trova d'accordo con Helmholtz. La differenza — come si è già detto — fra la posizione di Helmholtz e quella di Mach, sta nel diverso modo di concepire il fatto fisiologico. Helmholtz è convinto che i fenomeni fisiologici siano nella loro natura sostanziale fenomeni meccanici e che quindi possano essere ordinati, anzi spiegati da concetti e leggi già posseduti dalla fisica meccanica. Mach invece ritiene che questi fenomeni siano assai più complessi e vari di quanto la teoria possa prevedere. Appunto perciò per lui il rapporto tra fisica e fisiologia non può essere concepito come estensione della teoria da un dominio all'altro. « La piccola parte della fisica inorganica che conosciamo non è — e molto ancora vi manca — tutto l'universo »⁴². I fenomeni fisiologici presentano caratteri propri, peculiarità che la teoria fisica non riesce ad afferrare. « Dallo studio diretto dei fenomeni organici la fisica trarrà una concezione del tutto nuova, prima di poterli domare »⁴³.

³⁹ Al limite, « penso che se io stesso o un altro potesse osservare con tutti i mezzi fisici e chimici il mio cervello, mentre provo una sensazione, si constaterebbe a quali fenomeni dell'organismo sono congiunte sensazioni di un determinato genere ».

⁴⁰ *ibidem*, p. 50; Mach aveva già criticato Fechner in *Vorträge über Psychophysik* uscite in « Österreichische Zeitschrift für praktische Heilkunde » (1863).

⁴¹ E. MACH, *Die Analyse der Empfindungen*, p. 49.

⁴² *ibidem*, p. 250. Aggiunge: « Helmholtz e i contemporanei che con lui, intorno alla metà del secolo scorso, fondarono la scuola fisico-fisiologica, hanno finito per riconoscerlo ».

⁴³ *ibidem*, p. 82.

Va qui chiarito che queste affermazioni non hanno mai in Mach significato o colorito vitalistico. Le peculiarità dell'organismo vivente sono per lui esprimibili in termini di misura, e perciò razionalmente conoscibili in « un'esatta ricerca ». La questione in discussione riguarda piuttosto il modo di affrontare i fenomeni fisiologici, e l'elaborazione di metodi atti a domarli. Mach intende dire che la fiduciosa convinzione di possedere metodi infallibili e una conoscenza definitiva della realtà potrebbe essere piú di ostacolo che di aiuto alla ricerca. « La concezione meccanicistica del mondo, da Galileo in poi, ha prodotto grandi cose. Però essa dovrà ora lasciare il campo a un modo di vedere piú libero »⁴⁴. Maggiore cautela, dunque, sul piano dei principi e maggiore libertà sul piano della ricerca.

Mach tornerà alcuni anni piú tardi a discutere il problema del rapporto fra fisica e fisiologia. La fisiologia, che è una scienza, ai suoi inizi deve indirizzarsi a ciò che appare proprio, peculiare dei fatti che essa studia. E deve cercare le leggi di questi fatti, e i concetti che li comprendano e li rappresentino. Che poi i fenomeni fisiologici possano rientrare in concetti che valgano e per la fisica inorganica e per la fisica organica non può essere stabilito all'inizio, ma solo alla fine della ricerca. Il procedimento logico di chi voglia pervenire a questa unità del sapere dovrà essere quello di cercare concetti nuovi che abbiano così grande estensione da comprendere sotto di sé l'uno e l'altro dominio. Non ci si può limitare ad estendere alla fisiologia i concetti che la fisica già possiede⁴⁵. Questa scienza piú vasta che comprenderà insieme fisica, meccanica e fisiologia è detta da Mach *vollendete Physik*. Mach, dunque, da una parte critica la fisiologia fisica del suo tempo, dall'altra non esclude che si possa arrivare a una fisica di cui sia parte la fisiologia. Le due affermazioni non si contraddicono.

4. - FENOMENI DI CONTRASTO E DI COSTANZA VISIVA. IPOTESI MACHIANA DI UNA « ORGANIZZAZIONE NERVOSA ».

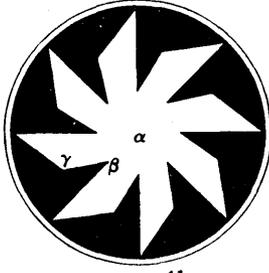
Mach procede di pari passo nell'osservazione dei fatti e nella critica dei principi teorici. Ora ferma la sua attenzione su fenomeni che appartengono al dominio delle sensazioni visive.

⁴⁴ E. MACH, *Populär-wissenschaftliche Vorlesungen*, p. 116.

⁴⁵ E. MACH, *Die Analyse der Empfindungen*, p. 255.



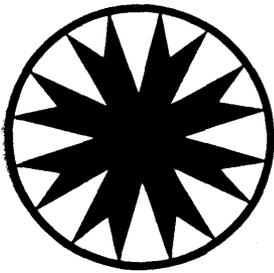
1a



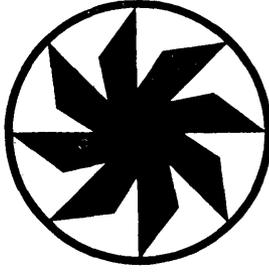
1b



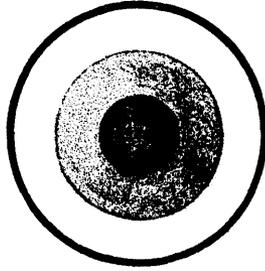
1c



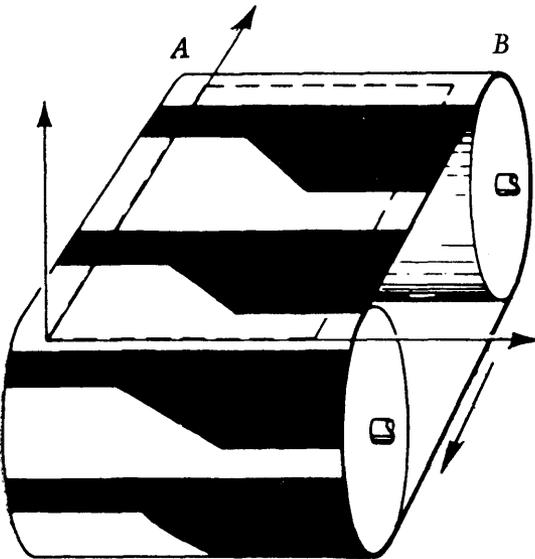
2a



2b



2c



3

In primo luogo, nello scritto *Sull'effetto della distribuzione spaziale dello stimolo luminoso sulla retina*⁴⁶ esamina il caso del contrasto simultaneo. Si preparino dei dischi a settori bianchi su sfondo nero, o neri su sfondo bianco (figure 1 a, 1 b, 2 a, 2 b). Sottoposti a rotazione essi presentano un fenomeno particolare di illuminazione (come risulta dalle figure 1 c e 2 c). Si dipinga ancora una serie di settori bianchi e neri su una striscia di carta e si avvolga questa carta come una copertura sopra un cilindro (figura 3). Facendo girare rapidamente il cilindro ne risulta un campo grigio che presenta una luminosità che va aumentando da B verso A; nel campo spiccano una striscia più chiara e una più scura. Dalle figure 1, 2 e 3 risulta che la localizzazione e l'intensità delle strisce chiara e scura corrispondono approssimativamente alla localizzazione e grandezza del punto di massima sporgenza e del punto di minima sporgenza della linea spezzata. I tratti che corrispondono ai punti di rientranza non sono più chiari in senso fisico rispetto al resto dell'ambiente, ma la loro intensità luminosa supera la media dell'intensità dell'ambiente circostante, mentre al contrario nei punti di sporgenza l'intensità è inferiore a quella media dell'ambiente. La retina trascura le piccole differenze e accentua le grandi proporzioni.

Un altro fenomeno è esaminato in *Sull'effetto fisiologico di stimoli luminosi spazialmente distribuiti*⁴⁷. Poniamoci davanti, sullo scrittoio,



un biglietto da visita piegato in modo che lo spigolo *be* sia prominente e rivolto verso di noi. La luce venga da sinistra. La faccia *abcd* è più chiara; la *bcfe* molto più scura. Chiudiamo ora un occhio. Vediamo ancora nello spazio il foglio piegato e niente di sorprendente quanto all'illuminazione. Però appena ci riesce di vedere al posto dell'angolo sporgente *be* uno rientrante, luce ed ombre ci appaiono come dipinte con colori a tempera. Anche senza approfondire come avvenga l'inversione prospettica è possibile constatare che luminosità e profondità sono strettamente legate fra loro in

⁴⁶ E. MACH, *Über die Wirkung der räumlichen Verteilung des Lichtreizes auf die Netzhaut*.

⁴⁷ E. MACH, *Über die physiologische Wirkung räumlich verteilter Lichtreize* (seconda parte) SW., Abt. 2, v. 54 (1866), pp. 131-144; (terza parte) SW., Abt. 2, v. 56 (1866), pp. 393-408; (quarta parte) SW., Abt. 2, v. 57 (1868), pp. 11-19. Si veda anche *Über die Abhängigkeit der Netzhautstellen von einander*, in « *Vierteljahrsschrift für Psychiatrie* », Leipzig und Neuwied 1868, pp. 38-51; *Die Analyse der Empfindungen*, pp. 170-173.

modo preciso. L'occhio muta, col mutare della luminosità (*Helligkeit*), anche la pendenza (*das Gefälle*), la profondità.

Nel primo caso studiato da Mach si ha un fenomeno di « contrasto simultaneo » con effetto di rafforzamento di una opposizione qualitativa di colore e luminosità; nel secondo caso un fenomeno di « costanza », per cui la differenza della sensazione di luminosità aiuta a modellare il corpo, quando le differenze stereoscopiche non bastano più. Un caso e l'altro mettono in rilievo la parte che la luminosità ha nella costruzione dello spazio sensibile.

Vediamo ora quali conseguenze trae Mach da questi fatti.

Ciò che a me sembra doversi ricavare da questi fenomeni e considerazioni è prima di tutto questo: la percezione (*die Wahrnehmung*), come anche la sensazione (*die Empfindung*), è il risultato di un numero stragrande di singole forze (*Einzelkräfte*) organiche. Bisogna considerare, per esempio, la retina, più viva e autosufficiente (*lebendiger und selbstständiger*) di quanto si faccia abitualmente⁴⁸.

In termini ancora più chiari: « Mi sembra che i fenomeni descritti siano spiegabili solo mediante un'azione reciproca (*Wechselwirkung*) delle parti della retina tra loro più vicine. Tale azione reciproca presuppone una relazione anatomica di queste parti »⁴⁹. Nel 1868 Mach tornò a ripetere che un'azione reciproca di parti della retina può essere spiegata solo da una « relazione anatomica di queste parti ». « È mia convinzione che si tratti di una legge organica, cioè basata sulla organizzazione (*auf der Organisation*) »⁵⁰.

Insomma, Mach respinge la teoria secondo cui ogni punto del campo sensoriale dipende esclusivamente dal suo stimolo locale, per cui vi è una correlazione univoca fra gli stimoli retinici e l'esperienza sensoriale. Questa teoria è legata al presupposto di un'innervazione per via semplice, « *im einfachen Nerv* ». Al contrario, bisogna pensare che « l'eccitazione nell'organo del senso sia filtrata attraverso un complicato tessuto nervoso (*die Erregung wird durch ein kompliziertes Gewebe*

⁴⁸ E. MACH, *Über die physiologische Wirkung* (quarta parte), p. 18. Mach prosegue: « Un mutamento analogo del resto hanno vissuto in tempi recenti le concezioni fisiche. Sta accadendo per la sensazione qualcosa di simile a quello che è accaduto per il gas che non è più considerato come un unico corpo, ma come una mescolanza attiva di molecole secondo la legge di probabilità ».

⁴⁹ E. MACH, *Über die Wirkung der räumlichen Vertheilung* (prima parte), p. 317.

⁵⁰ E. MACH, *Über die physiologische Wirkung* (quarta parte), p. 19.

von Nerven durchfiltriert) »⁵¹. Mach parla pure di un « intimo scambievole adattamento biologico di una pluralità di organi elementari interdipendenti »⁵² e dice: « anche le parti di un organo possono presentarsi, per mutuo adattamento, in una relazione analoga a quella che sussiste tra le parti dell'intero organismo »⁵³. Del resto, osserva, sappiamo che esiste un fenomeno di adattamento della pupilla, ormai perfettamente spiegato: passando da una luce piú forte a una piú debole la pupilla si dilata, e al tempo stesso la curvatura del cristallino si modifica, l'occhio si adatta alla distanza mettendo l'oggetto a fuoco. Altri studi sono stati compiuti per spiegare come i due occhi diano una sola immagine, e le due orecchie ci avvertano di un solo suono⁵⁴. « Non potremmo pensare che anche in altri casi intervengano regolatori simili? »⁵⁵.

Mach procede. Già nello scritto del 1866 cerca di esprimere in termini quantitativi il rapporto delle parti della retina fra loro: la reciproca azione organica delle parti va intesa nel senso che la luce in ciascun punto è percepita secondo il grado di deviazione dalla media della luce dei punti circostanti. « La luce di ogni singolo punto sarebbe dunque valutata a confronto della luce delle altre parti »⁵⁶. Questo fenomeno è spiegabile solo ammettendo un'azione organica reciproca degli elementi della retina. A proposito del fenomeno di contrasto:

dato che le parti della retina hanno la capacità di sentire al di sopra o al di sotto la media delle parti vicine, ha luogo una percezione del tutto particolare. Ciò che sta vicino al centro dell'ambiente è cancellato (*verwischt*), ciò che sta sopra e sotto è sproporzionalmente messo in evidenza (*hervorgehoben*). Si potrebbe dire che la retina schematizza ed enfatizza (*schematisiert und karikiert*)⁵⁷.

Insomma, Mach vede con chiarezza che l'interazione delle parti della retina comporta fatti di reazione inibitoria.

⁵¹ *ibidem*, p. 12.

⁵² E. MACH, *Die Analyse der Empfindungen*, p. 150.

⁵³ *ibidem*, p. 165.

⁵⁴ E. MACH, *Wozu hat der Mensch zwei Augen?* (1866), in *Populär-wissenschaftliche Vorlesungen*, p. 78 e *Bemerkungen über die Accomodation des Obres*, SW., Abt. 2, v. 51 (1865), pp. 343-46.

⁵⁵ E. MACH, *Über die physiologische Wirkung* (quarta parte), p. 13.

⁵⁶ E. MACH, *Über die physiologische Wirkung* (terza parte), p. 142; vedi anche: *Analyse der Empfindungen*, p. 177.

⁵⁷ E. MACH, *Über die physiologische Wirkung* (quarta parte), p. 19.

Per un breve tempo Mach ha pensato che si potesse estendere la legge di Weber-Fechner (valida per il rapporto stimolo-sensazione) al rapporto fra parte e parte di un organo, per esempio fra le parti contigue della retina. L'estensione era possibile, dato che questa legge poteva essere generalizzata nella forma: esiste una proporzionalità necessaria e misurabile fra agente e reagente⁵⁸. Chi fece notare a Mach la scarsa attendibilità di questo procedimento fu Ewald Hering⁵⁹. Mach riconobbe il proprio errore. Comunque egli è convinto che la complessa relazione di interazione e di reciproca inibizione delle parti della retina possa essere espressa in formule matematiche. Ne enuncia alcune negli scritti che qui esaminiamo⁶⁰.

Mach osserva che una strada che potrebbe aiutare a trovare la soluzione cercata è quella delle ricerche chimiche. Già altri fenomeni sono stati così spiegati. La percezione del colore da parte dell'occhio è un fenomeno chimico, che ha luogo nella retina. Le sensazioni fondamentali di colore sono il bianco, il nero, il rosso, il giallo, il verde, il blu. « Corrispondentemente ad essi sulla retina vi sono sei diversi processi chimici, e non fasci di nervi ». La visione del colore è un fenomeno fotosintetico. Questa ipotesi, già formulata nel 1865, fu ripresa da Mach più tardi, secondo la formulazione datane da Hering⁶¹.

Tutte le sensazioni forse sono, o sono anche, reazioni chimiche. Anche i fenomeni in discussione, di contrasto e di costanza, potranno avere spiegazione dalla conoscenza di processi chimici che avvengono

⁵⁸ E. MACH, *Die Analyse der Empfindungen*, p. 179.

⁵⁹ E. HERING, *Zur Lehre von der Beziehung zwischen Leib und Seele. Über Fechner's psychophysisches Gesetz*, in SW., Abt. 3 (1875), p. 329.

Si veda anche G. F. FECHNER, *In Sachen der Psychophysik*, Leipzig 1877 (in particolare su Mach e Hering il cap. IV ed il cap. XI).

⁶⁰ Molti anni più tardi MACH scriverà: « Manca ancora la conoscenza precisa della legge che regola le azioni reciproche di questi elementi della retina e che sarebbe necessario conoscere per una più esatta determinazione dei fenomeni in alcuni casi particolari ». *Die Analyse der Empfindungen*, p. 179. Ancora oggi il problema della formulazione matematica non è stato risolto. Un resoconto completo delle ricerche attualmente condotte sul problema delle « strisce di Mach » è contenuto nell'opera di FLOYD RATLIFF, *Mach Bands. Quantitative Studies on Neural Networks in the Retina*, San Francisco-London 1965. Ratliff mette in evidenza l'originalità innovatrice e precorritrice degli studi machiani nel campo della fisiologia della sensazione.

⁶¹ Vedi E. MACH, *Bemerkungen über intermittierende Lichtreize*, pp. 633 ss.; ID., *Analyse der Empfindungen*, pp. 54 ss.; HERING, *Zur Lehre vom Lichtsinn*, Wien 1872.

nell'organo di senso e nel sistema nervoso. Una cosa comunque è certa: non ci si può sbarazzare di questi fenomeni definendoli illusioni!

In definitiva, Mach è arrivato a stabilire due fatti. Primo: si verificano stati di eccitazione totale dell'organo, per esempio della retina; questo fenomeno viene a contraddire la tesi di una stabile correlazione fra stimoli locali e percezioni costanti. Secondo: a questi stati vissuti immediatamente corrisponde un'organizzazione non psicologica, ma fisiologica.

5. - IL PROBLEMA DELLA CONDUZIONE NERVOSA.

Le ricerche su fenomeni della vista e dell'udito e la necessità — secondo il metodo del parallelismo — di studiarli anche sotto l'aspetto fisiologico hanno portato Mach a occuparsi del problema della conduzione dell'eccitamento nervoso conseguente ad uno stimolo. Anche su questo punto la sua concezione viene a contrastare con quella propria alla maggior parte dei fisiologi a lui contemporanei. Vediamo di chiarire.

Nel 1816 il grande François Magendie tracciò la storia del problema della conduzione nervosa⁶². Dopo aver ricordati quegli antichi che consideravano i nervi come conduttori di spiriti animali, elencava le diverse scuole: i fisiologi che, dominati da idee meccaniche, considerano i nervi come corde vibranti; quegli uomini di merito che immaginano un fluido sottile chiamato *nerveo* attraversare i nervi come canali e trasmettere la sensazione al cervello; coloro che, in gran numero, più recentemente, parlano di imponderabili, e infine quelli che credono l'elettricità abbia gran posto nelle sensazioni e nelle altre funzioni⁶³. Se confrontiamo lo scritto di Magendie, che in brevi linee compendia il lavoro di secoli, con la storia scritta da Du Bois Reymond nel 1848-1849, ci rendiamo immediatamente conto che qualcosa di nuovo è accaduto nel corso di pochi anni⁶⁴. È accaduto infatti che si è riusciti a ottenere alcune conoscenze sperimentali intorno a ciò che accade *sub ente*, nel sistema nervoso. Magendie diceva che la fisiologia possiede

⁶² F. MAGENDIE, *Précis élémentaire de physiologie*, Paris 1816, v. 2 (cito dalla trad. it., Capolago 1839).

⁶³ *ibidem*, v. 1, p. 145.

⁶⁴ EMIL DU BOIS REYMOND, *Untersuchungen über tierische Electricität*, Berlin, voll. 3 (1848-1849-1884). Nel primo volume Du Bois Reymond esamina ampiamente gli studi di Galvani e Volta; nel secondo segue anno per anno, dal 1817 al 1844, le scoperte sull'elettromagnetismo animale.

conoscenze sicure « sulla parte degli apparecchi situata innanzi ai nervi », cioè sugli organi sensori e motori osservabili da tutti. Doveva però riconoscere: cosa avvenga in quella rete di connessioni, che fanno comunicare la periferia sensoriale con la periferia motoria dell'organismo, ci è sostanzialmente ignoto. I fisiologi « immaginano » o « credono » (« ma credere e ignorare non è la stessa cosa? »); non si può dire che sappiano dare spiegazioni, giacché « le spiegazioni fisiologiche consistono nell'applicazione più o meno esatta della fisica, della chimica ». Proprio questo dominio ignoto cominciò ad essere esplorato nei decenni successivi all'anno in cui egli scriveva. L'interesse maggiore dei ricercatori si era trasferito, secondo l'espressione di Wundt, dalla « meccanica esterna » alla « meccanica interna »⁶⁵. Anzi, la conoscenza precisa di alcuni fatti aveva permesso la formulazione di teorie intorno alla natura della conduzione o, come si diceva, intorno al *Nervenprinzip*. Infatti Emil Du Bois Reymond dopo aver, nel 1843, provato la presenza di azioni galvaniche nel nervo, aprendo la via a una teoria elettrica della conduzione⁶⁶, andava compiendo una lunga serie di ricerche sperimentali⁶⁷. Come egli dice, la scienza aveva infine realizzato « il sogno secolare di fisici e di fisiologi, poiché ogni problema poteva trovar soluzione mediante la scoperta di una *Einerleiheit des Nervenwesens und der Electricität* »⁶⁸. Nello stesso campo di ricerche Helmholtz ottenne un grande risultato quando effettuò, nel 1850, le prime misurazioni della velocità della conduzione fino allora ritenuta non misurabile⁶⁹; enunciò allora « la teoria del telegrafo » secondo la quale l'impulso nervoso consiste in una corrente elettrica percorrente la fibra nervosa alla stessa maniera di un cavo conduttore di elettricità. Wundt, intanto, compiva studi che gli permettevano di concludere essere la conduzione niente altro che un fenomeno di elasticità. Forze di reazione oppongono resi-

⁶⁵ W. WUNDT, *Untersuchungen zur Mechanik der Nerven und Nervencentren*, Erlangen 1871.

⁶⁶ E. DU BOIS REYMOND, *Untersuchungen über tierische Electricität*; Id., *Gesammelte Abhandlungen zur allgemeine Muskeln- und Nervenphysik*, v. 2, Leipzig 1875 (raccolge studi pubblicati in riviste dal 1851).

⁶⁷ E. DU BOIS REYMOND, *Vorläufiger Abriss einer Untersuchung über den sogenannten Froschstrom und über die elektromotorischen Fische*, in « Poggendorff's Annalen der Physik und Chemie », v. 58 (1848), p. 1.

⁶⁸ E. DU BOIS REYMOND, *Untersuchungen über tierische Electricität*, p. XV.

⁶⁹ H. HELMHOLTZ, *Vorläufiger Bericht über die Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Nervenreizung*, in « Archiv für Anatomie, Physiologie und wissensch. Medizin », herausgegeben von J. Müller, 1850.

stenza allo spostamento delle molecole del nervo, vincolate a certe posizioni di equilibrio da forze prevalentemente elettriche. Lo spostamento è impresso dallo stimolo che può essere considerato come forza di tensione. Wundt notava come fosse così possibile trascrivere il problema in termini estremamente più semplici: « trovare le relazioni più strette fra lavoro molecolare, lavoro stimolo e lavoro di eccitazione »⁷⁰.

Il risultato conseguito era notevole: le teorie intorno alla conduzione nervosa avevano finalmente un carattere scientifico, cioè erano fondate su fatti sperimentali misurabili. Accadde però allora che alcuni scienziati pur riconoscendo l'importanza di questi progressi, mettersero in luce difficoltà non risolte, di principio e di fatto. Essi appartenevano a quella che uno di loro, Ludmar Hermann, chiamò la scuola chimica. Diciamo subito che il discorso condotto avanti da questa scuola arrivò a conclusioni molto vicine a quelle formulate da Mach. Hermann, professore a Zurigo, analizzò criticamente in una sezione del grande *Handbuch der Physiologie* il concetto di induzione quale risultava dagli scritti dei maggiori fisiologi tedeschi suoi contemporanei⁷¹. Osservò come, nel pensiero dei fisiologi-fisici, l'idea della trasmissione lungo il nervo sia legata alla convinzione della invariabilità dell'eccitamento che si ripete progressivamente da particella a particella. Per essi lo stato di ognuna di queste particelle non varia, sia che venga toccata dal processo verificantesi lungo il nervo, sia che venga eccitata direttamente dallo stimolo esterno⁷². Questo modo di intendere la conduzione — dice Hermann — spiega perché i fisiologi siano sostenitori dell'atomismo e non concepiscano una teoria nervosa se non in termini di atomo e di molecola⁷³. L'atomo infatti ha come proprietà essenziale l'invariabilità: resta sempre

⁷⁰ W. WUNDT, *Untersuchungen zur Mechanik der Nerven*, in particolare le sezioni *Analogie der Reizungserscheinungen mit den Elasticitätserscheinungen*, p. 261, e *Hauptsätze der Mechanik des Nervenprinzips*, pp. 264 ss.

⁷¹ L'opera che raccoglieva scritti di molti specialisti, fu pubblicata da L. HERMANN a Leipzig nel 1879. La sezione scritta da Hermann è quella intitolata: *Physiologie des Nervensystems*, v. 2, pp. 1-198.

⁷² L. HERMANN, *Handbuch*, v. 2, p. 186.

⁷³ In particolare L. Hermann si riferiva a Du Bois Reymond. La polemica fra i due scienziati fu aspra. Hermann cominciò a confutare l'atomismo fisiologico del Du Bois in *Untersuchungen über den Stoffwechsel der Muskeln ausgehend vom Gaswechsel derselben*, Berlin 1867 e in *Weitere Untersuchungen zur Physiologie der Muskeln und Nerven*, Berlin 1867. Du Bois Reymond nello stesso anno replicò con *Wiederholung der von Herrn Dr. L. Hermann kürzlich veröffentlichten Theorie der Muskeln in Nerven* (in particolare i §§ 9, 10, 11).

identico a se stesso, pur attraverso i processi in cui viene ad essere parte.

La teoria atomistica in fisiologia è però molto debole. Prima di tutto l'azione di ogni singola molecola lungo il nervo resta non misurabile, con tutte le difficoltà di principio e di fatto che ne seguono⁷⁴. Inoltre l'idea di una trasmissione puntuale non è altro che l'idea di un'azione per contatto, quasi che la scienza non conosca altri modi di azione. La conduzione per innervazione semplice da atomo ad atomo non riesce infine a spiegare « l'enigma di un rapporto funzionale fra organi distanti (*das Rätsel einer functionellen Verbindung zwischen entfernenden Organen*) »⁷⁵.

L'ipotesi di Herman è che nel sistema nervoso avvengano fenomeni chimici: bisogna pensare che « la fase nervosa contenga una sostanza che esploda all'urto dello stimolo e l'esplosione si propaghi come in una striscia di polvere da sparo »⁷⁶. Egli, che già aveva studiato l'azione di sostanze chimiche su muscoli e nervi motori e il prodursi di fenomeni chimici nei muscoli⁷⁷, ora propone che si compiano studi dello stesso genere su quella parte del sistema nervoso che presiede alla sensazione. Si rende perfettamente conto che per il momento (1879) l'ipotesi *der chemischen Zusammensetzung der Nerven* è ancora molto lacunosa; ma la direttiva della ricerca è per lui chiara.

Un altro fisiologo studioso di questi problemi e critico della teoria della conduzione per innervazione semplice fu Ewald Hering, professore a Praga dal 1870, poi a Lipsia dal 1895⁷⁸. Riferisco qui un discorso in cui egli dà notizia sullo stato delle ricerche verso la fine del secolo. Hering mette bene in evidenza come la polemica sulla conduzione nervosa venisse in fondo a toccare la questione della possibilità di conoscere « *die Besonderheit des Lebendigen* ». In verità accadono nell'organismo fenomeni complessi che la fisica inorganica sembra non essere in grado di spiegare. « Sotto l'aspetto fisico l'essenza della vita sta nel ricambio della sostanza vivente (*Stoffwechsel der lebendigen Substanz*) ».

⁷⁴ L. HERMANN, *Handbuch*, v. 2, p. 188.

⁷⁵ *ibidem*, p. 184.

⁷⁶ *ibidem*, p. 193.

⁷⁷ L. HERMANN, *Untersuchungen über den Stoffwechsel der Muskeln*, Berlin 1867.

⁷⁸ EWALD HERING, *Zur Theorie der Nerventätigkeit* (1899), in *Fünf Reden*, Leipzig 1921. Abbiamo già citato Hering a p. 35.

Stoffwechsel significa che all'interno della sostanza avvengono due processi, l'uno paragonabile all'assimilazione delle piante, l'altro, essendo opposto, definibile come disassimilazione⁷⁹. Hering ha qui in mente in modo particolare la fotosintesi nelle piante. Attraverso questo processo, per un apporto di energia, cellule vegetali contenenti clorofilla formano composti organici da materiali inorganici, con simultanea liberazione di ossigeno. Il ricambio della sostanza vivente può spiegare, insieme ad altri fenomeni della visione, anche quelli molto discussi di contrasto e di costanza. Questa ipotesi — chiarisce Hering — permette di riassumere in breve l'essenziale dei fenomeni sin qui conosciuti, di dedurre il singolo fenomeno e di ordinare l'intero dominio. Essa dice che il ricambio di ogni particella o elemento della sostanza viva influenza anche il ricambio delle parti circostanti, e che d'altronde il ricambio di ciascun elemento è condeterminato dal contemporaneo ricambio delle parti ad esso circostanti. Per parte circostante (*Umgebung*) qui si intende il restante campo visivo (*Sehefeld*)⁸⁰. Insomma il processo parziale che avviene nell'occhio è determinato dalla totalità dei processi collegati con esso. Tutta la retina, per esempio, è un'unità organica che interviene o per influenza attiva, o per inibizione. In altri termini, bisogna ammettere che l'organo di senso e il sistema nervoso non solo trasmettano impulsi ma anche esercitino una attività di integrazione, giacché in essi si verificano processi di trasformazione e produzione chimica di sostanze.

È ora più chiara la posizione di Mach. Il suo discorso sull'organizzazione delle parti della retina e sul loro reciproco scambio di azione si inserisce in un contesto ben preciso. Mach partecipa a un processo proprio della scienza fisiologica, nel momento in cui questa sta affrontando un nuovo difficile campo di ricerche, il sistema nervoso⁸¹.

⁷⁹ E. HERING, *Zur Theorie der Nerventätigkeit*, p. 107.

⁸⁰ E. HERING, *Zur Lehre vom Lichtsinn*, Wien 1872, p. 159; vedi anche *Raum sinn des Auges*, in *Hermann's Handbuch*, v. 3, cap. XI, p. 591.

⁸¹ Dall'esame delle opere e da un confronto delle date i rapporti fra Mach e gli scienziati della scuola chimica sembrano definibili come un parallelo sviluppo di idee. Particolarmente viva fu la stima di Mach per Hering, professore a Praga negli stessi anni in cui egli vi insegnò. Gli riconobbe il merito, sia per quanto riguarda la dottrina dei colori, sia per quanto riguarda la teoria dello spazio fisiologico, di aver compiuto lunghe, accurate e felicissime prove sperimentali, e di aver così dato una solida fondazione fattuale alle sue proprie ipotesi, e a quelle, assai simili, a cui Mach era pervenuto indipendentemente. *Analyse der Empfindungen*, pp. 56 e 139.

Mach polemizza con forza contro l'atomismo. Scrive nel 1871:

Quelle teorie fisiche, che riducono ogni fenomeno a movimento e equilibrio di particelle piccolissime, le cosiddette teorie molecolari, sono state alquanto indebolite dal progredire della teoria della sensazione e dello spazio, e si può dire che i loro giorni sono contati⁸².

Qualche anno piú tardi, torna a insistere sulla necessità di abbandonare la concezione di moti atomici su vie rigide lungo orbite pre-stabilite.

Subito dopo la prima edizione dell'*Analisi delle sensazioni*, un fisico mi avvertí che avevo svolto male il mio tema. Non si possono — egli disse — analizzare le sensazioni prima di conoscere le orbite degli atomi del cervello. Quando poi le si conosca, tutto diventa chiaro da sé! Queste parole che forse nel caso di un giovane del tempo di Laplace avrebbero trovato un terreno fertile e avrebbero provocato la nascita di una teoria psicologica fondata su « movimenti occulti », non potevano, naturalmente, correggere me⁸³.

Alla prova dei fatti il meccanicismo atomistico rivela i propri limiti, e proprio nel dominio dei fenomeni biologici. La fede trova il suo sbocco piú naturale nell'*ignoramus et ignorabimus* di Du Bois Reymond. Il fatto che questo grande scienziato — dice ancora Mach — abbia riconosciuto l'impossibilità di risolvere alcuni problemi ha costituito certo un notevole progresso, causa di sollievo per molti, come prova il successo del suo discorso, *Über die Grenzen des Naturerkennens*, altrimenti inspiegabile. Du Bois Reymond però non è andato sino in fondo, non ha chiarito la causa delle difficoltà, che è « l'aver scambiato lo strumento di una scienza particolare (gli atomi) per il mondo reale »⁸⁴.

L'insufficienza dell'atomismo è così grave da costringere i fisiologi a contraddire il loro principio fondamentale, cioè la corrispondenza tra fenomeno psichico e fenomeno fisico (fisiologico). La concezione di un trasporto dello stimolo lungo il nervo, passando da atomo a atomo, porta con sé l'idea che la sensazione locale dipenda dalla stimolazione locale. Avviene una trasmissione di processi lungo condotti isolati da un singolo punto dell'organo di senso a un singolo punto del cervello, dove l'attività è accompagnata da avvertimento sensoriale. Si concepisce

⁸² E. MACH, *Populär-wissenschaftliche Vorlesungen*, p. 115.

⁸³ E. MACH, *Die Analyse der Empfindungen*, p. 256.

⁸⁴ *ibidem*.

di conseguenza il fatto sensoriale quale è vissuto dalla coscienza nella sua complessità come il risultato di una pura somma di singoli fatti sensoriali. Quando però il fenomeno non è spiegabile in base a questi presupposti e a questa teoria, bisogna ricorrere ad altro. Prendiamo ancora i casi del contrasto e della costanza, già esaminati. Come li spiega la teoria fisica?

Helmholtz, per esempio, ritiene che si tratti dell'effetto di « giudizi inconsci »⁸⁵. Con questo egli intende dire che il mutamento apparente del colore e della luminosità determinato dal contrasto non è dovuto ad alcuna modificazione nell'eccitamento dell'organo, a nessuna alterazione della sensazione. La sensazione resta immutata. È il giudizio, l'interpretazione di questa sensazione che muta. Si può parlare di giudizio, spiega Helmholtz, perché « è eseguito il lavoro essenziale di un ragionamento: posizione di premesse, sviluppo, conclusione ». Giudizio, però, inconscio, giacché avviene senza partecipazione della coscienza, sia per quanto riguarda la memorizzazione di esperienze sensibili, sia per quanto riguarda il momento del confronto e della conclusione⁸⁶. Mach polemizza. Dice che se con giudizi inconsci si intende dire che gli organi di senso hanno « una loro logica », una loro capacità autonoma di conoscere, egli può anche accettare questo modo di esprimersi. Ma non può più dirsi d'accordo, quando si stabilisca una relazione fra giudizi inconsci e giudizi consci, e si cerchino per le conclusioni tratte dagli organi di senso premesse dello stesso genere di quelle dalle quali si ricavano conclusioni logiche. Esprime la propria convinzione: « le vere premesse da cercare sono piuttosto i fenomeni fisici corrispondenti e gli organi dello stesso apparato sensorio »⁸⁷. Come ha detto in queste ultime parole citate, Mach pensa che si debbano cercare spiegazioni su base anatomica e fisiologica, attraverso studi più progrediti sul sistema nervoso. Osserverà più avanti, con ironia, che i cosiddetti giudizi inconsci gli sembrano troppo numerosi, chiamati in scena dai fisiologi ogniqualvolta si trovano innanzi fatti che non riescono a spiegare!⁸⁸.

⁸⁵ H. HELMHOLTZ, *Handbuch*, v. 2, §§ 24, 25.

⁸⁶ *ibidem*, v. 3, p. 586. Vedi anche H. HELMHOLTZ, *Die Tatsachen in der Wahrnehmung* (1878), in *Vorträge und Reden*, v. 2. Traduzione italiana a cura di V. Cappelletti, in *Opere di H. von Helmholtz*, Torino 1967.

⁸⁷ E. MACH, *Über die Wirkung der räumlichen Vertheilung* (prima parte), p. 319.

⁸⁸ E. MACH, *Über die physiologische Wirkung* (seconda parte), p. 143.

La necessità di ammettere connessioni organiche (ereditate dall'individuo) è affermata da Mach nella critica all'associazionismo. Alcuni fatti possono essere spiegati con l'associazione, cioè con un aggregarsi quasi meccanico di sensazioni, che per una forza paragonabile a quella di attrazione (come diceva Hartley) tendono a combinarsi fra loro; anzi (come aveva detto James Mill nel 1829) possono essere spiegati con la sola associazione per contatto. Vi sono altri fatti però — Mach prosegue — che richiedono « associazioni innate », « vie di conduzione del sistema nervoso originatesi attraverso l'esperienza e divenute ereditarie », « fertige Verbindungsbahnen ». Insomma non si può pensare che la sola combinazione di elementi possa spiegare tutti i fatti di coscienza. È necessario ammettere vi sia « un'energia », « una forza originaria ». Il problema è ora stabilire se si tratta di un'energia mentale, come pensa Helmholtz, o di un'energia nervosa⁸⁹. Il problema sarà ripreso a proposito della trattazione sullo spazio nei capitoli III e IV.

6. - INFLUENZA DI DARWIN SU MACH.

La fisiologia della sensazione non è riducibile alla fisica meccanica i cui metodi, concetti, leggi sono insufficienti a comprenderla. È la conclusione a cui è arrivato Mach. Cerchiamo ora di stabilire quale influenza ebbe Darwin su Mach, che a quella conclusione si andava indirizzando.

Mach dice che ben presto si rese conto che una teoria degli organi sensori non era possibile che applicando la teoria evuzionistica alla fisiologia della sensazione⁹⁰. All'idea di questa applicazione lo aveva portato la grande opera darwiniana del 1859 sull'origine della specie. Parve a Mach che i fenomeni dell'udito e della vista, che andava studiando, corrispondessero a una organizzazione, anzi a un piano finalistico: « *der ganze Organismus ist nach einem Plan gebaut, eine wahre Homoeomerie* »⁹¹. La teoria darwiniana è intervenuta, prima di tutto, a chiarire e a definire quale sia questo piano.

⁸⁹ E. MACH, *Die Analyse der Empfindungen*, pp. 195 ss.; vedi anche *Erkenntnis und Irrtum*, pp. 29 ss.

⁹⁰ E. MACH, *Die Analyse der Empfindungen*, p. 59; vedi anche *Die Leitgedanken meiner naturwissenschaftliche Erkenntnislehre*.

⁹¹ E. MACH, *Über die Wirkung* (parte prima), p. 322.

Se la teoria di Darwin è vera, l'organismo si è trovato questa legge della costanza. La vista dei rapporti dell'intensità luminosa è, entro certi limiti, necessaria per la sopravvivenza dell'organismo ⁹².

Darwin dunque ha reso legittimo l'uso di concetti finalistici in biologia, in quanto li ha separati da ogni ricerca sul fine ultimo dell'universo, li ha spogliati di ogni significato teologico ⁹³. Anzi ha creato concetti biologici nuovi, come quello di *adattamento*, di *selezione naturale*, di *lotta per la sopravvivenza*, i quali hanno visibilmente un carattere proprio, distinguendosi sia dai concetti della scienza fisica sia da quelli della scienza psicologica. Una volta che questi nuovi concetti siano collegati a quello di organismo, lo determinano e lo precisano; d'altra parte la loro inclusione sotto la categoria di « ciò che favorisce la conservazione dell'organismo » conferma il significato naturalista e antimetafisico della teleologia darwiniana ⁹⁴.

La sensazione è dunque, prima di tutto, un fatto indirizzato a un fine di conservazione e di difesa. Appena un organo è stimolato, avvengono generalmente movimenti opportuni, i quali, secondo la natura dello stimolo, possono essere movimenti d'attacco o di fuga. Se per esempio tocchiamo una rana su diversi punti della pelle, vediamo che ad ogni stimolo essa risponderà con uno specifico movimento di difesa ⁹⁵. Secondo Mach molti problemi risultano semplificati quando si accetti questo punto di vista.

Le sensazioni di spazio, per esempio, cioè l'avvertimento del modo come le parti del nostro corpo e gli altri corpi sono disposti l'uno in rapporto all'altro, sono degli strumenti opportunamente indirizzati alla conservazione.

« Per l'organismo animale sono della massima importanza le reciproche relazioni delle varie parti del corpo. Ciò che è fuori dell'organismo ha valore solo in quanto sta in relazione con le parti di esso ». Ed ancora: « Le forme, le posizioni, le distanze, le dimensioni sono importanti per il modo e la quantità della soddisfazione di bisogni » ⁹⁶.

⁹² E. MACH, *Über die physiologische Wirkung* (parte quarta), p. 12.

⁹³ E. MACH, *Die Analyse der Empfindungen*, p. 66.

⁹⁴ Mach ha dedicato un intero capitolo dell'*Analyse der Empfindungen*, il quinto ed alcuni paragrafi dei capitoli IV e IX, al problema della legittimità dell'uso di concetti finalistici in biologia.

⁹⁵ E. MACH, *Die Analyse der Empfindungen*, p. 150.

⁹⁶ *ibidem*.

La vista, l'udito, il tatto ci avvertono di ciò che accade intorno a noi; ci presentano una scena, valutano e misurano, distinguono e riconoscono. Come si vedrà nel capitolo seguente, Mach scoprirà fatti che gli permetteranno di attribuire al senso tutte queste capacità. Interessa qui mettere in evidenza la sua convinzione che questi fatti trovino spiegazione in una concezione darwiniana della vita.

Per Darwin — prosegue ancora Mach — organismo e ambiente circostante sono termini correlativi. L'organismo può essere definito come un sistema che è in grado di conservare una proprietà (chimica, calorica, ecc.) contro influenze esterne, e che presenta uno stato di equilibrio dinamico di notevole stabilità. Esso può per dispendio di energia ricavare dall'ambiente altra energia che sostituisca quella perduta. L'organismo cresce e si riproduce⁹⁷. E ancora: « plasticità » è la proprietà della natura organica scoperta da Darwin⁹⁸.

La concezione darwiniana di adattamento dell'organismo all'ambiente viene così a concordare con i fatti particolari studiati, relativi al comportamento dell'udito e della vista. Concepire il rapporto fra mondo esterno e senso unicamente come rapporto di causa-effetto (stimolo-reazione) è del tutto insufficiente. Il concetto darwiniano di ambiente porta con sé all'interno della teoria della conoscenza, l'idea di una realtà che non solo conosciamo, ma viviamo, di una sfera vitale da cui ricavare i mezzi per soddisfare i bisogni. Il concetto di adattamento — prosegue ancora Mach — è legato a quello di memoria e di eredità, intese come qualità fondamentali degli organi elementari⁹⁹. Ciò significa che non si può risolvere il problema della sensazione se non si tiene conto delle attitudini e di quelle « abitudini » che il senso ha acquistato attraverso le lotte combattute dalla specie. La teoria dell'evoluzione permette dunque di affermare che la sensazione nei suoi modi e comportamenti è uno strumento che la specie, nel corso del tempo, si è foggiato, e che l'individuo eredita¹⁰⁰. Insomma vi è senza dubbio una predispo-

⁹⁷ E. MACH, *Die Analyse der Empfindungen*, p. 82. « Non v'è in questo senso alcuna analogia fra organico e inorganico. Pallida e artificiosa immagine di un organismo può dare una macchina a vapore che trasporta il proprio carbone e si riscalda ».

⁹⁸ E. MACH, *Die Prinzipien der Wärmelehre, historisch-kritisch entwickelt*, Leipzig 1896. Cito dalla 2^a ediz. del 1900 (p. 381).

⁹⁹ E. MACH, *Die Analyse der Empfindungen*, p. 59.

¹⁰⁰ *ibidem*, p. 59: « È necessario ammettere una memoria speciale dell'organi-

sizione, una preordinazione dell'organo, acquisita dalla specie, ereditata dall'individuo. Si può dire, come ha detto Hering, che la memoria non appartiene solo alla coscienza, ma anche all'inconscio¹⁰¹. L'individuo porta con sé tutta una serie di ricordi fissati nella « materia organizzata ».

In conclusione, Mach ammira in Darwin la straordinaria libertà dello spirito, la capacità, degna di essere definita galileiana, di affrontare i fatti senza ricorrere a schemi precostituiti. « Certo Darwin si formò liberamente concetti e vedute per le sue speciali scoperte, indipendentemente dal modo di procedere del fisico, e a ragione ». Perciò a Darwin bisogna attribuire nel campo della biologia la stessa importanza che a Galilei in fisica. Lo stesso significato fondamentale che spetta agli elementi scoperti da Galilei, « inerzia », « accelerazione », dobbiamo attribuire ai darwiniani « eredità », « adattamento ». Fra tutti i biologi del passato solo Diderot si è tanto avvicinato alle concezioni attuali¹⁰².

Darwin ha avuto il merito di aver definito la sfera entro la quale va considerato e studiato il problema della sensazione. È la sfera del biologico. Egli ha così spezzato il dilemma: o fisiologia fisica, o psicologia dell'anima. Mach dice che Darwin è riuscito, con le sue particolari scoperte, a raggiungere una visione libera come nessun fisico in quanto tale avrebbe mai potuto fare¹⁰³. E che d'altra parte, ciò che potrebbe riuscire difficile da capire quando pensiamo l'organo sensorio come qualcosa di parallelo a un apparato fisico in cui agisce « l'anima », riesce chiaro alla luce della teoria dell'evoluzione¹⁰⁴. Sciolto il dilemma, cadono molti problemi tanto a lungo discussi da filosofi e da scienziati. A colui che inizia la ricerca intorno alla sensazione ponendosi dal punto di vista del fisico, e cerca di tradurre in termini di atomi e di moto i fatti della coscienza si presentano problemi insolubili (*ignorabimus!*), non meno che a colui che parla di « anima » e di « facoltà spirituali ». È a questo punto che Mach dice: « *problemi insolubili non sono che problemi mal posti* ».

smo, con particolari abitudini e modi, che derivano la loro origine da una lunga e fortunosa storia della specie ».

¹⁰¹ E. HERING, *Über das Gedächtnis als eine allgemeine Funktion des organisierten Materie* (1870), in *Fünf Reden*, Leipzig 1921, pp. 13, 16, 18, 26, 27.

¹⁰² E. MACH, *Erkenntnis und Irrtum*, p. 29.

¹⁰³ E. MACH, *Die Analyse der Empfindungen*, p. 197.

¹⁰⁴ *ibidem*, pp. 59-66; vedi anche il quinto capitolo dell'opera machiana *Die Mechanik in ihrer Entwicklung*.

CAPITOLO II

LE SENSAZIONI DI MOTO - L'ORGANO STATOCINETICO DELL'ORECCHIO MEDIO (1875)

Col 1865-1866 Mach ha stabilito saldamente i modi, il metodo, la prospettiva, gli scopi della sua ricerca. Il metodo è quello del parallelismo, la prospettiva è biologica in senso darwiniano; lo scopo è stabilire cosa spetti alla sensazione, senza l'intervento della mente. Mach intende provare la capacità organizzativa del sistema nervoso. A questo proposito è molto interessante lo scritto del 1875 dedicato alle sensazioni di moto¹. Il problema è questo: cosa è precisamente una sensazione di moto?

La sensazione di un corpo in movimento è prima di tutto un fatto visivo. Noi vediamo un corpo muoversi nello spazio, in una determinata direzione. Lo spazio, che vediamo quando ci volgiamo attorno, non si presenta come un aggregato di campi di visuale, ma come un tutto continuo, in cui gli oggetti conservano il loro posto². La stessa serie di stimolazioni retiniche, secondo la rapidità con cui si susseguono, fa nascere percezioni di qualità molto diverse che dipendono da processi nervosi diversi. Nel caso del movimento visto, l'effetto di ogni stimolo dipende dall'insieme degli altri. Non solo, ma è necessario pensare che

¹ E. MACH, *Grundlinien der Lehre von den Bewegungsempfindungen*, Leipzig 1875. Quest'opera compendia studi precedentemente pubblicati: *Physikalische Versuche über den Gleichgewichtssinn des Menschen* (prima parte), in SW., Abt. 3, v. 68, pp. 124-140; (seconda parte), *ibid.*, v. 69 (1874), pp. 44-51; (terza parte), *ibid.*, pp. 121-135; *Beiträge zur Topographie und Mechanik des Mittelohres*, *ibid.*, pp. 221-243; *Bemerkungen über die Function der Ohrmuskel*, in « Archiv für Ohrenheilkunde », 1875, pp. 72-76. Più tardi Mach tratterà lo stesso problema nel capitolo settimo dell'*Analyse der Empfindungen*, e in *Über Orientierungsempfindungen* (1897), in *Populär-wissenschaftliche Vorlesungen*.

² E. MACH, *Die Analyse der Empfindungen*, p. 110.

vi sia una coordinazione di reazioni, per cui un certo numero di apparati intervenga in un certo ordine o in una certa misura. In corrispondenza al movimento di un'immagine sulla retina è probabilmente eccitato un particolare processo, il quale non esiste finché l'immagine è in riposo. Nei movimenti di direzione opposta sono eccitati, in organi simili, processi simili, i quali però si escludono fra loro in modo che gli uni cessino al presentarsi degli altri, e cessando questi ricompaiono gli altri³. L'innervazione che fa contrarre un gruppo di muscoli flessori fa contemporaneamente rilassare i muscoli estensori antagonisti. Uno stesso stimolo (per esempio la luce in una parte laterale del campo visivo) fa girare di un certo angolo non solo ciascuno dei due occhi, ma la testa, agendo in modo preciso su un gran numero di muscoli diversi. Questi moti riflessi e questi moti di compenso spiegano il fatto che ci muoviamo, e vediamo i corpi fermi nella loro posizione⁴.

Nello scritto del 1875 Mach espone una serie di esperimenti condotti allo scopo di provare l'esistenza di sensazioni di moto in sé, cioè di sensazioni di moto in cui non interviene la vista o il tatto, e che quindi si verificano senza orientamento visivo o tattile. Mach dice che la questione gli si presentò alla mente, stando un giorno in treno, e osservando che nelle curve gli alberi e le case apparivano inclinati sulla linea convessa della curvatura. Questo fatto gli fece pensare che vi sia « una sensazione diretta delle accelerazioni delle masse »⁵.

Si interessò allora alle osservazioni già raccolte da Pierre Flourens (1842) e da Friedrich Goltz (1869) su questi fenomeni e iniziò i suoi esperimenti.

Questi furono condotti mediante un apparecchio da lui stesso ideato. Si tratta di una cassa rettangolare allungata verticalmente, mobile su un perno secondo un asse verticale; in essa è montato il sedile dell'osservatore in modo che possa girare attorno ad un asse orizzontale. La cassa è a sua volta montata più o meno eccentricamente in un'altra cassa rettangolare più grande, orizzontalmente allungata, ed è fissata su un perno che la fa girare attorno a un asse verticale. L'osservatore è chiuso in questo apparecchio.

Una prima serie di osservazioni riguarda le sensazioni che si av-

³ *ibidem*, pp. 108 s., 111 ss.

⁴ *ibidem*, p. 110.

⁵ E. MACH, *Grundlinien der Lehre*, p. 2.

vertono variando la posizione dell'osservatore che è supino o seduto, o variando la posizione della testa, o la posizione di tutto il corpo rispetto all'asse. Secondo Mach, l'osservatore prova sensazioni di accelerazione. Non — si noti — sensazioni di rotazione uniforme, ma di accelerazione. Fattore determinante è la posizione del capo (come risulta particolarmente dalla quarta ricerca e dalle seguenti). Non solo, ma la sensazione coglie la differenza tra accelerazione angolare e accelerazione progressiva. L'accelerazione nel moto rotatorio dà una sensazione, la quale, anche dopo che l'accelerazione è ridotta a zero, dura a lungo, diminuendo in quantità osservabile. L'accelerazione progressiva pura è sentita solo quando i corpi cadono o si alzano con accelerazione in direzione verticale⁶. Se cessa l'accelerazione, cessa anche la sensazione. L'accelerazione centrifuga costante provoca l'illusione di essere trasportati in una direzione diversa da quella che si occupa in realtà.

La seconda serie di ricerche permette di dire che l'orecchio ha una parte nella sensazione di moto⁷. A questo punto Mach formula la sua ipotesi: esiste nell'orecchio un organo statocinetico, ed è precisamente il labirinto. Posto nell'orecchio interno, il labirinto è formato da un utricolo con tre canali membranosi che riempiono quasi completamente i canali semicircolari, e da un sacculo col canale della chiocciola. I due sistemi sono rivestiti da un epitelio continuo e riempiti di un liquido tenue, la endolinfa. I canali semicircolari giacciono in tutti i vertebrati su tre piani rispettivamente perpendicolari fra loro; i piani dei canali superiori e inferiori si congiungono lungo l'asse del braccio comune, mentre il piano del canale semicircolare laterale è ortogonale ai precedenti⁸.

Secondo Mach, il labirinto è un organo di senso deputato alla percezione della posizione del capo nello spazio rispetto alla direzione della forza di gravità e dei movimenti del corpo. Egli suppone che ciascuna rotazione si scomponga secondo i piani coordinati di una coppia di canali semicircolari, e che ciascuna frazione di rotazione produca uno spostamento dei poli acustici per il depositarsi in basso dell'endolinfa. Le ampolle fanno percepire le componenti rotatorie del movimento, gli otoliti, che si depositano in basso come masse inerti, fanno percepire le

⁶ *ibidem*, p. 26. (Ricerca II).

⁷ « Determinati nervi del labirinto per virtù della loro energia specifica rispondono a ogni stimolo con una sensazione di movimento »; *ibidem*, p. 4.

⁸ *ibidem*, pp. 97 ss.

componenti rettilinee, e mantengono la statica del corpo. Da questi organi sensori dipendono anche la vertigine rotatoria, e le sue conseguenze (ristagno, rotazioni coatte, ecc.). La rotazione rapida del corpo intorno a sé stesso produce un'eccitazione anormale dei canali semicircolari, e di conseguenza la vertigine; tutto il campo visivo ruota allora attorno al soggetto, il quale, se la rotazione è violenta e prolungata, finisce col cadere. Un disturbo sensoriale ha dunque per conseguenza un disturbo motorio, e viceversa.

L'ipotesi formulata — osserva Mach — ha il vantaggio di chiarire e di spiegare tutti i fatti sperimentali da lui stesso osservati. Non solo, ma unifica sotto un solo punto di vista molti fenomeni studiati in tempi diversi da altri ricercatori. In particolare Mach si riferisce alle ricerche di Flourens e di Goltz, che avevano provato come le lesioni dei canali semicircolari e del sacco producano disturbi di locomozione. Per lesioni di una coppia di canali situati in piani paralleli, gli uccelli specialmente presentano un'oscillazione del capo in un piano parallelo a quello dei canali lesi, e hanno la tendenza a rotare attorno a un asse perpendicolare al detto piano. Mach ricorda anche gli studi di Breuer e Brown⁹.

Ora Mach può rispondere positivamente alla domanda se vi siano sensazioni di moto in sé. Creando particolari condizioni e mediante esperimenti si è in grado di provare questa esistenza. Quanto alla sensazione comune, che avviene in condizioni normali, è possibile dire che essa è il risultato di organi diversi finalisticamente delegati all'avvertimento del moto. Anche in questo caso Mach nega che la sintesi di dati provenienti da sensi diversi sia un fatto psicologico¹⁰. Non dunque una composizione compiuta dalla psiche, ma un'attività del sistema nervoso. Anzi proprio gli studi sul movimento portano Mach alla convinzione che il sistema nervoso agisca a diversi livelli. La capacità organizzativa che presiede al movimento è quella di « un organo finale che reagisce all'accelerazione e che ci permette mediante il suo intervento la conoscenza dei movimenti ». Mach fa l'ipotesi che da questo organo centrale procedano innervazioni riflesse (*reflektorische Innervationen*) che possono essere volontarie e coscienti, o involontarie e inconscie. A esso

⁹ *ibidem*, p. 97; vedi anche *Die Analyse der Empfindungen*, pp. 113-117.

¹⁰ *ibidem*, pp. 2 ss. « Attraverso studi fisiologico-ottici mi ero frattanto stancato dei "giudizi inconsci", perciò mi era divenuta inaccettabile l'idea di una composizione psicologica della percezione di moto da elementi diversi ».

sono collegati l'apparato motoculare e l'apparato locomotore. Mach presenta anche uno schema del funzionamento di questi apparati ¹¹.

Va qui ancora aggiunto che Mach continuò a interessarsi della questione, e a seguire tutti gli studi pubblicati sull'argomento. Nella quinta edizione dell'*Analisi* aggiunse al capitolo settimo alcuni paragrafi in cui riferisce le ricerche compiute dopo la pubblicazione delle sue, fino alle piú recenti (R. Ewald, E. Cyon, J. Breuer nel 1903). Con soddisfazione mette in rilievo tutto ciò che viene a confermare la sua ipotesi, che chiama teoria di Mach-Breuer. Gli studi compiuti negli ultimi anni provano: 1) che l'apparato del vestibolo non ha funzioni acustiche; 2) che il labirinto ha funzione statocinetica; 3) che nel labirinto vi sono organi specifici per la percezione dell'accelerazione e per la sensazione della posizione del capo. Sono gli otoliti.

Quanto al metodo di ricerca Mach ricorda gli studi sugli animali privati di labirinto, e gli studi su animali congenitamente privi dell'apparato visivo.

¹¹ E. MACH, *Die Analyse der Empfindungen*, p. 136.

CAPITOLO III

LE SENSAZIONI DI SPAZIO (1886)

1. - POLEMICA FRA EMPIRISTI ED INNATISTI TEDESCHI SULL'ORIGINE DELLA NOZIONE DI SPAZIO.

Abbiamo sensazioni immediate di movimento. Ma abbiamo sensazioni di spazio? Quando Mach cominciò a interessarsi di questo problema — negli anni fra il 1860 e il 1870 — era in atto fra i fisiologi tedeschi una vivace polemica sull'origine della nozione di spazio. Empiristi e innatisti (i cui maggiori campioni erano rispettivamente Helmholtz ed Hering) discutevano la questione. Poiché questo dibattito di idee è l'antefatto delle ricerche originali compiute da Mach sulle sensazioni di spazio, è opportuno darne qualche notizia.

Il problema era formulato da Helmholtz in termini molto simili a quelli con cui Molyneux nel secolo diciottesimo aveva posto la famosa domanda: un cieco di nascita che abbia riacquistato la vista mediante un'operazione può distinguere senz'altro, immediatamente, con l'occhio, le forme spaziali note a lui solo mediante il tatto? Come è noto, il quesito, ripreso da Voltaire, Diderot, Condillac, discusso anche da Locke, da Berkeley e da Leibniz venne a significare un problema di carattere generale: il senso in quanto tale è in grado di costruire per la nostra coscienza la forma del mondo oggettivo, o vi è bisogno di altre forze psichiche? In che modo queste si possono determinare? ¹. Berkeley nel *Saggio su una nuova teoria della visione* del 1709 aveva risposto alla domanda di Molyneux nei termini seguenti. La distanza che sussiste

¹ H. HELMHOLTZ, *Die Gesichtswahrnehmungen* (1868), in « Vorträge und Reden », v. 1, p. 332. Helmholtz traccia la storia della teoria empiristica nel v. 3 (pp. 32 ss.) dello *Handbuch der physiologischen Optik*, Hamburg 1856-66. Mach ne discute in una nota aggiunta al cap. VIII dell'*Analyse der Empfindungen* (p. 111).

fra i singoli oggetti, e che non possiamo eliminare col nostro pensiero senza annullare la loro struttura sensibile, non è per sé oggetto di impressione sensibile. « La distanza è per sua natura impercettibile, e tuttavia è percepita dalla vista »². E ancora:

È ammesso da tutti che la distanza in sé e immediatamente non può essere vista. Infatti la distanza, essendo una linea che giunge perpendicolarmente all'occhio, proietta nel fondo di questo un punto che rimane invariabilmente lo stesso, tanto se la distanza aumenta, quanto se diminuisce³.

La percezione della distanza non è dunque un fatto puramente retinico. Se vediamo un punto luminoso isolato nel campo visivo, l'immagine che questo punto getta sulla retina è sempre la stessa, tanto se il punto è vicino quanto se è lontano; purché si mantengano inalterati la grandezza e il grado di luminosità del punto, vediamo il punto, ma non vediamo la distanza tra il punto e noi. Lo spazio visivo è uno spazio bidimensionale. È l'associazione di questi dati visivi con altri elementi che produce la percezione di corpi situati in uno spazio tridimensionale, aventi rilievo e distanza⁴. Perciò ogni affermazione sulle relazioni spaziali degli oggetti, come pure ogni valutazione della loro grandezza e della loro distanza, secondo quanto Berkeley dichiara nel secondo paragrafo del Saggio sulla teoria della visione, è opera piuttosto del giudizio che non del senso. Solo l'esperienza, mostrandoci la costante coesistenza dei dati della vista con quelli del tatto, ci insegna a compiere il passaggio dagli uni agli altri. La coscienza non è dominata da leggi razionali, ma semplicemente guidata dalla corrente associativa; le forze che le danno impulso sono l'esercizio e la consuetudine (*habit and custom*). Insomma per Berkeley è un impulso naturale della coscienza, guidata dall'esperienza, che ci fa conoscere la grandezza e le distanze degli oggetti e in tal modo la loro realtà e i loro rapporti.

² G. BERKELEY, *An Essay towards a New Theory of Vision*, Dublin 1709, § 1.

³ BERKELEY, *Alcifron*, dialogo quarto.

⁴ « Nel Saggio su una nuova teoria della visione è dimostrato che la distanza o lontananza non è percepibile dalla vista, nè appresa o valutata con linee o angoli o con qualcosa che abbia un nesso necessario con essa; ma che è soltanto suggerita ai nostri pensieri da certe idee sensibili e sensazioni che accompagnano la visione e che nella loro propria natura non hanno nessun tipo di somiglianza e di relazione con la distanza o con le cose poste a distanza; ma, con un nesso che ci viene insegnato dall'esperienza, esse vengono a suggerirci quella distanza e quegli oggetti lontani ». *Principles of Knowledge*, § 43.

Come si è sopra detto, il maggior rappresentante dell'empirismo tedesco nei primi decenni dopo la metà del secolo XIX è Helmholtz. Il suo *Manuale di Ottica fisiologica* pubblicato in tre volumi fra il 1856 ed il 1866⁵ svolge una teoria fisiologico-psicologica sull'origine della visione molto simile alla tesi di Berkeley. Lo spazio tridimensionale per Helmholtz non è un dato immediato, ma il risultato di un « processo compiuto dall'anima (*die Seele*) »⁶. Gli elementi su cui interviene l'attività psichica sono di tre tipi: 1) i segni della visione che si distinguono gli uni dagli altri per l'intensità, la qualità (cioè il colore), il segno locale che dipende dalla parte della retina che è eccitata; 2) il grado di innervazione che trasmettiamo ai nervi del muscolo oculare e che è sentito da noi (« sentimento di innervazione » è il fatto per cui a un movimento di una parte del corpo sono legate sensazioni tattili derivanti dalla pressione dei tessuti di quella parte)⁷; 3) i moti dell'occhio che permettono di ottenere la coincidenza delle immagini binoculari⁸. Lo spazio a tre dimensioni è quindi il prodotto di un'integrazione di dati visivi, dati tattili e motori⁹. Lo spazio ottico, lo spazio tattile, lo spazio delle sensazioni di moto hanno ciascuno una propria struttura specifica. Ciò che li unisce e rende possibile le loro relazioni reciproche è soltanto il costante collegamento empirico in cui si trovano e per cui si possono sostituire a vicenda. La nostra conoscenza del campo visivo è acquisita quando ciascun punto eccitato dalla retina è capace di associarsi al gruppo dei fatti tattili e motori corrispondenti. Questa associazione è il risultato di una ripetizione, di un'esperienza più volte ripetuta¹⁰.

L'oggetto che noi vediamo (uno solo pur guardandolo con due occhi, toccandolo, ecc.), è insomma il risultato di un « processo psichico ». Esso è di fronte a noi, dotato di forma, rilievo, a una certa distanza. Secondo Helmholtz vediamo l'oggetto nel luogo, che coincide

⁵ H. VON HELMHOLTZ, *Handbuch der physiologischen Optik*.

⁶ *ibidem*, v. 3, p. 3.

⁷ H. HELMHOLTZ, *Die neuen Fortschritte in der Theorie des Sehens* (1868), in *Vorträge und Reden*, v. 1, p. 331.

⁸ H. HELMHOLTZ, *Handbuch*, v. 3, p. 235, pp. 433-54.

⁹ *ibidem*, v. 3, p. 31: « Un'immagine diretta di una grandezza spaziale estesa secondo tre direzioni non ce la dà né l'occhio, né la mano. Solo mediante il confronto dell'immagine di entrambi gli occhi o mediante movimento del corpo in rapporto alla mano, si presenta la rappresentazione di corpi ».

¹⁰ *ibidem*, v. 3, pp. 13-18.

con il punto in cui i due assi ottici convergono. Esso è nella direzione della linea che va dall'oggetto stesso alla retina passando attraverso il centro della pupilla, cioè sulla linea di proiezione. Perciò — dice Helmholtz — « la teoria empiristica può essere anche detta teoria della proiezione, dato che secondo essa le immagini visive degli oggetti sono proiettate nello spazio mediante processi psichici »¹¹. Per spiegare di quale tipo di processi psichici si tratti, Helmholtz ricorre ancora una volta all'espressione: « giudizi inconsci ».

Molto bene Helmholtz individua nell'affermazione o negazione dell'intervento della mente, il nucleo stesso della polemica fra empiristi e innatisti.

La teoria empiristica cerca di provare che non sono necessarie altre forze che le attività conosciute della nostra anima, anche se queste sono del tutto oscure. La teoria nativistica dà invece una spiegazione della formazione delle nostre immagini visive con l'ipotesi che determinate immagini spaziali siano direttamente prodotte mediante un meccanismo innato, quando determinati fasci di nervi vengono stimolati¹².

Cerchiamo ora di chiarire cosa Helmholtz intenda per attività della mente. Egli dice che già la percezione di un singolo oggetto può essere considerata un giudizio¹³.

Noi non vediamo direttamente un corpo esterno in tre dimensioni. La rappresentazione di un corpo esteso nello spazio, per esempio di un tavolo, racchiude una massa di singole osservazioni. In essa sta compendiate l'intera serie di immagini che questo tavolo mi avrebbe presentato, se lo avessi osservato da distanze diverse, ed in più l'intera serie delle impressioni tattili che avrei avuto, se le mie mani avessero toccato una dopo l'altra le diverse parti delle sue superfici. La rappresentazione di un corpo particolare è già dunque un concetto che raccoglie in sé l'infinita quantità di particolari visioni che si susseguono l'un l'altra nel tempo, e che vengono poi dedotte da esse, così come il concetto di specie « tavolo » raccoglie in sé i singoli tavoli, di cui esprime la caratteristica comune¹⁴.

¹¹ *ibidem*, v. 3, p. 16; vedi anche p. 436.

¹² *ibidem*, v. 3, p. 16.

¹³ *ibidem*, v. 3, pp. 23, 25.

¹⁴ *ibidem*, pp. 21, 22. Vedi p. 433: « Mediante l'esperienza possiamo imparare quali altre sensazioni della vista e di altro senso può produrre un oggetto che vediamo, se spostiamo gli occhi e il nostro corpo, osserviamo, tastiamo, ecc. L'insieme

Questo modo di concepire la percezione, permette, secondo Helmholtz, di spiegare il fatto che riconosciamo un oggetto quando lo vediamo in posizione, luce, distanza diverse. Il riconoscimento richiede infatti un ragionamento inconscio, che non è solo una conclusione, ma anche una « interpretazione ». Anzi « il principio fondamentale della teoria empiristica è che le sensazioni sono per la nostra coscienza segni, e che imparare a capire il significato di questi segni è compito della nostra ragione »¹⁵. Ancora:

Giacché le qualità della nostra sensazione ci danno una notizia delle proprietà della causa esterna da cui è prodotta, la sensazione può valere come un segno di questa, non però come una riproduzione. Non occorre che un segno abbia somiglianza con ciò di cui è segno. Il rapporto tra i due consiste in questo che lo stesso oggetto, sotto le stesse condizioni, produrrà lo stesso segno, e che dunque a segni diversi corrispondono sempre cause diverse¹⁶.

Nello scritto del 1878 sui fatti nella percezione, Helmholtz chiarisce più a fondo cosa sia proprio del pensiero, cioè cosa il pensiero aggiunge ai dati che provengono dai sensi. « Il primo prodotto della comprensione concettuale del fenomeno è la legalità »¹⁷. « La quale legalità è la condizione della intelligibilità »¹⁸. Anzi, addirittura: « la legalità è il presupposto essenziale per il carattere dei reali »¹⁹.

L'intervento della ragione è dunque l'intervento di un'attività organizzatrice e ordinatrice. Il concepire è il metodo con cui il nostro pensiero assoggetta a sé il mondo, ordina i fatti, anticipa il futuro²⁰. Helm-

di tutte queste sensazioni possibili in una rappresentazione complessiva è la rappresentazione del corpo, che chiamiamo "percezione" ».

¹⁵ *ibidem*, v. 2, pp. 6, 22: « Ogni immagine è l'immagine di una cosa solo per colui che la sa leggere e che con l'aiuto di essa si fa una rappresentazione della cosa ».

¹⁶ H. HELMHOLTZ, *Die Tatsachen in der Wahrnehmung* (1878), in *Vorträge und Reden*, v. 2, p. 222. Trad. it. cit. pp. 583-646. Nello *Handbuch* (p. 17) Helmholtz scrive: « Rappresentazioni e rappresentato appartengono a mondi completamente diversi; ciò permette un confronto tra loro tanto poco quanto tra colori e suoni, tra le lettere di un libro e il suono della parola, che quelle lettere indicano ».

¹⁷ « *Der erste Produkt des denkenden Begreifens der Erscheinung ist das Gesetzliche* »: *Die Tatsachen*, p. 240.

¹⁸ « *Die Gesetzmässigkeit ist die Bedingung der Begreifbarkeit* », *ibidem*, p. 243.

¹⁹ « *Das Gesetzmässige ist daher die wesentliche Voraussetzung für den Charakter der Wirklichen* », *ibidem*, pp. 241-242.

²⁰ *ibidem*, p. 243.

holtz si esprime in modo da accentuare nella normatività della ragione il carattere di presupposto e condizione dell'esperienza e non derivato dall'esperienza, dicendo in termini kantiani: « la legge di causalità è un dato a priori, una legge trascendentale »²¹. Con espressione ancora più esplicita che nell'*Ottica*, qui, nello scritto del 1878, l'esistenza è considerata una attribuzione data mediante un giudizio, che si identifica col giudizio di intelligibilità. È reale ciò che è intelligibile, cioè ciò che è « legale ». Sono del resto affermazioni che coincidono perfettamente col metodo che abbiamo visto seguire da Helmholtz nella dottrina sulle sensazioni di suono²².

Hering è il maggior sostenitore della teoria innatistica, che espone in due opere, del 1861-64 e del 1879²³. Afferma prima di tutto che il problema della visione dello spazio è un problema di ordine fisiologico.

Tutte le nuove trattazioni sulla visione hanno un colorito psicologico, mentre io ho trattato questo problema su base puramente fisiologica. Ciò significa — chiarisce — il rifiuto deciso della concezione secondo la quale la sensazione è priva di forma ed è elaborata da noi, per esempio in rappresentazioni spaziali, mediante giudizi inconsci²⁴.

Alla teoria della sensazione « pura », concepita come *form- und raumlos*, che richiede una ulteriore attività mentale, Hering contrappone l'affermazione « che la sensazione visiva è fin dall'inizio spaziale »²⁵.

La percezione dello spazio è una funzione preformata nelle sue grandi linee (sebbene possa essere perfezionata dall'esercizio)²⁶. L'organismo sa rispondere a certi complessi di stimoli con reazioni innate già adatte al loro scopo²⁷. Lo spazio visivo ci è dato dalle sensazioni di luce e di spazio che sono prodotte direttamente dalla doppia immagine retinica e sul fondamento di un meccanismo innato.

²¹ « *Das Causalgesetz ist wirklich ein a priori Gegebenes, ein transcendentales Gesetz* », *ibidem*, p. 243.

²² Vedi qui alle pp. 34 ss.

²³ Sono i *Beiträge zur Physiologie*, Leipzig 1861-64 (in cinque quaderni) e *Der Raum und die Bewegungen des Auges* che forma la quarta parte dello *Handbuch der Physiologie*, edito da Hermann nel 1879 a Leipzig (già citato).

²⁴ E. HERING, in *Hermann's Handbuch*, v. 3, p. 345.

²⁵ E. HERING, in *Hermann's Handbuch*, v. 3, p. 572, in *Beiträge*, V, p. 186.

²⁶ « La natura propria dell'apparato nervoso si fonda essenzialmente su fondamenta innate », *ibidem*, v. 3, cap. 13, p. 565.

²⁷ Helmholtz diceva che questa teoria presupponeva una specie di « armonia prestabilita » fra senso e mondo esterno. Hering piuttosto pensava a un adattamento

« Il nostro sensorio ha coscienza, ma non autocoscienza; esso sente in occasione di una qualsiasi immagine visiva luce e spazio, ma non si contrappone alla sensazione come un io »²⁸. Secondo Hering la teoria della proiezione considera come sistema di riferimento, rispetto al quale gli oggetti hanno ordine e orientamento, la linea di proiezione, e quindi l'io. Infatti le linee di direzione presuppongono « l'esistenza di un punto di origine di tutte le direzioni, cioè un io come centro di tutte le direzioni spaziali »²⁹.

Secondo Hering, nello spazio visivo « non v'è un punto di riferimento in senso geometrico »³⁰, ma solo relazioni spaziali delle forme tra loro. L'occhio stabilisce un punto centrale del campo visivo. Esso però è centrale solo in riferimento alle altre parti del campo sentite contemporaneamente: sta in relazione con ogni altro punto, e non ha alcun luogo determinato. « Non vi sono perciò nello spazio visivo determinazioni assolute di luogo, né misure di grandezze assolute »³¹. Hering prosegue: ogni punto della retina produce un particolare sentimento, che è mescolanza (*Mischung*) dei tre « sentimenti semplici » di spazio (altezza, larghezza, profondità)³². Alle tre coordinate ottiche dello spazio corrisponde fisiologicamente una sola triplice innervazione, alla quale si ricollegano anche gli organi motori dell'occhio³³. Al punto centrale (*Kernpunkt*) dello spazio visivo corrispondono sulle retine i due punti centrali della fovea³⁴. Il punto centrale possiede valore nullo di tutti e

dell'organismo raggiunto attraverso l'evoluzione della specie. Su questa concezione di ispirazione darwiniana, si veda in particolare *Über das Gedächtnis als eine allgemeine Funktion der organisierten Materie* (1870), già citato.

²⁸ E. HERING, *Beiträge*, p. 132, § 55.

²⁹ Vedi in particolare il capitolo dei *Beiträge*: « Die Unzulänglichkeit der Projectionstheorie » (§ 55, pp. 132 ss.): « È l'anima che ha conoscenza delle linee di direzione, e con ciò del luogo di ogni punto; essa costruisce ogni linea o la sente immediatamente nelle sue reciproche relazioni ».

³⁰ « Per la teoria della proiezione la localizzazione delle immagini retiniche nel mondo esterno è il risultato di una costruzione geometrica stereometrica da parte dell'anima ». *Beiträge*, p. 132.

³¹ *ibidem*.

³² « Invece di un numero infinito di segni locali o di sentimenti qualitativamente diversi sosteniamo solo tre sentimenti qualitativamente diversi, mediante la mescolanza dei quali nei diversi rapporti di intensità è possibile che ciascun diverso punto della retina sia spazialmente caratterizzato ».

³³ E. HERING, *Die Lehre vom binocularen Sehen*, Leipzig 1868.

³⁴ « La relazione spaziale — ripete ancora Hering — in cui le immagini svolte dagli altri punti della retina si raggruppano nella visione, cioè nello spazio visivo

tre i sentimenti spaziali semplici. In questo modo, a ogni punto dell'immagine è attribuito nello spazio visivo un luogo determinato relativo al punto centrale. Tutti i punti della retina situati sulla verticale che divide il campo visivo passando per il punto centrale posseggono valori positivi del sentimento di altezza, valore zero del sentimento di larghezza e di quello di profondità. Tutti i punti situati sulla linea divisoria orizzontale posseggono valori positivi del sentimento di profondità. Dunque « tre sentimenti spaziali semplici » sono sufficienti a spiegare le tre dimensioni, e la ricostruzione dello spazio nella retina. L'insieme di tutti i punti ordinati rispetto al punto centrale forma un piano. Secondo Hering, non vediamo dinanzi a noi un punto, ma un piano di forma lievemente concava, disposto in senso frontale³⁵.

La vista è dunque perfettamente in grado di percepire le distanze. I punti identici corrispondenti sulle due retine hanno identico valore di altezza e larghezza, i punti simmetrici delle retine hanno identico valore di distanza. Per quanto riguarda il colore, la forma e la disposizione, le immagini monoculari si fondono in una sola immagine binoculare; per quanto riguarda la distanza l'immagine unica contiene il valore medio del valore della distanza delle due immagini singole. Il fondamento di tale percezione è secondo Hering nella parallasse binoculare o disparazione dei punti corrispondenti nella retina³⁶. La parola parallasse indica qui la differenza angolare tra le posizioni apparenti diverse in cui un oggetto appare a un osservatore che si sposti innanzi ad esso. Quando — come abitualmente avviene — si osserva un oggetto con due occhi, si ha una parallasse binoculare, cioè una differenza angolare tra due posizioni apparenti dell'oggetto visto da due occhi. In realtà noi vediamo l'oggetto come se lo guardasse un grande occhio ciclopico, posto in mezzo ai due.

intorno al *Kernpunkt*, è indipendente da valori spaziali dei singoli punti delle retine o dai sentimenti spaziali che sono prodotti dai punti della retina ».

³⁵ E. HERING, in *Hermann's Handbuch*, v. 3, pp. 411 ss.

³⁶ Vedi in *Hermann's Handbuch*, v. 3, il capitolo *Sehen mit disparaten Stellen*, e il capitolo *Die Richtigkeit der Localisation im Seheraum*.

2. - POSIZIONE DI MACH NEI CONFRONTI DELLA POLEMICA. DISTINZIONE FRA SPAZIO FISIOLÓGICO E SPAZIO GEOMETRICO.

Mach accetta la teoria di Hering. Prima di tutto l'innatismo. « Hering ha distrutto alle fondamenta vecchi pregiudizi »; « le ricerche biologiche e psicologiche procedono conformemente alla convinzione che, per quanto riguarda i fenomeni spaziali, soltanto il concetto nativistico può essere sostenuto »³⁷. La percezione dello spazio è il risultato di una mescolanza dei tre « sentimenti spaziali »³⁸. Dello spazio tridimensionale e delle relazioni spaziali abbiamo una visione immediata: l'occhio, senza intervento della mente, coglie la scena che si trova dinanzi: « il sistema delle sensazioni spaziali corrisponde a un immediato bisogno biologico di movimento o di conservazione »³⁹.

Hering ha distrutto uno per uno tutti i pilastri della teoria empiristica. Ha confutato la teoria della proiezione. Non è vero che il mondo esterno sussiste per la proiezione di nostre sensazioni (conscia o inconscia che sia). Infatti

le sensazioni visive e tattili sono congiunte a diverse sensazioni di spazio, cioè esse sono l'una accanto all'altra e l'una fuori dell'altra, si trovano in un campo spaziale di cui il nostro corpo occupa solo una parte. La casa, l'albero, la tavola giacciono evidentemente fuori del mio corpo⁴⁰.

La teoria della proiezione si fonda su una erronea applicazione di un punto di vista fisico. Come Hering ha provato con irrefutabili esperimenti, la direzione nella quale vediamo un oggetto è diversa da quella della linea di congiunzione tra l'oggetto e la sua immagine sulla retina (linea di visione o di proiezione). Alle linee di visione dei due occhi corrisponde una direzione visiva, che dimezza il loro angolo, e che si deve considerare uscente dal punto mediano della linea congiungente i due occhi. Per escludere insomma ogni relazione allo spazio geometrico, possiamo dire che entrambi gli occhi vedono insieme la stessa disposizione di larghezza e di altezza, che potrebbe percepire un solo occhio posto in mezzo a loro⁴¹.

³⁷ E. MACH, *Die Analyse der Empfindungen*, p. 104.

³⁸ *ibidem*, p. 104.

³⁹ E. MACH, *Erkenntnis und Irrtum*, pp. 342-346.

⁴⁰ *ibidem*, p. 32.

⁴¹ E. MACH, *Die Analyse der Empfindungen*, p. 103.

Noi non vediamo solo un oggetto nella direzione della linea di proiezione. La nostra visione tende ad allargarsi ai lati, inglobando anche gli oggetti che si trovano da una parte e dall'altra di quella linea. Se fissiamo con direzione orizzontale e con divergenza simmetrica un punto sul vetro di una finestra, lo vediamo sul piano mediano, ma contemporaneamente vediamo altri oggetti, posti a una certa distanza, da una parte o dall'altra da esso ⁴².

Il merito maggiore di Hering, secondo Mach, è quello di essere riuscito a spiegare i fenomeni della vista senza ricorrere all'intervento della mente. Sul suo esempio egli intende superare il dualismo stabilito fra una materia « senza forma e senza spazio » e un'attività mentale ordinatrice sintetica. La concezione meccanicistica, per potersi sostenere, deve ricorrere all'esistenza della mente, cioè di qualcosa che non agisce meccanicamente.

Mach insiste sulla necessità di distinguere fra il *Seberaum*, spazio visivo dato immediatamente, e il *Raubegriff*, concetto di spazio che ci siamo formati mediante operazioni particolari ⁴³. Questa distinzione rappresentò per Mach una scoperta ricca di importanti, fruttuose conseguenze e — come vedremo — uno dei caposaldi del suo pensiero. Il problema o meglio i problemi che riguardano lo spazio non hanno speranza di soluzione fino a quando non si sia ben chiarito che con la parola spazio indichiamo non una, ma due entità. Dobbiamo tener distinti spazio fisiologico e spazio geometrico, poiché le loro proprietà sono diverse e non possono essere confuse. Lo spazio euclideo ha ovunque e in tutte le direzioni le stesse proprietà; è infinito in estensione ed illimitato ⁴⁴. I caratteri che i due spazi hanno in comune sono la tridimensionalità e la continuità (sono immaginati continui, chiarisce Mach) ⁴⁵.

Anche lo spazio tattile è tridimensionale, non omogeneo, e non isotropo. Le stesse proprietà ha lo spazio acustico. Per l'asimmetrica funzionalità delle due orecchie, la captazione del suono avviene con una certa differenza di tempo; da qui la localizzazione uditiva in direzione

⁴² *ibidem*, p. 115.

⁴³ *ibidem*, pp. 101 ss.

⁴⁴ *ibidem*, pp. 88, 149.

⁴⁵ E. MACH, *Die Prinzipien der Wärmelehre*, p. 76; *Erkenntnis und Irrtum*, p. 343.

e distanza. Perciò si può dire che anche lo spazio acustico è tridimensionale⁴⁶.

Questi fatti significano che non abbiamo bisogno della geometria per vedere, per muoverci, per orientarci. Vediamo corpi che hanno posizione e distanza, e che sono dotati non solo di proprietà geometriche, ma anche di caratteri e comportamenti a quelle non riducibili⁴⁷. Colore e luce sono infatti elementi che entrano nella costruzione dello spazio visivo. Non abbiamo bisogno, per orientarci, di ricorrere ad un sistema geometrico di riferimento⁴⁸. Se stiamo a occhi chiusi in un corpo lanciato a grande velocità (anche rotatoria), conserviamo la capacità di equilibrio e di orientamento, a cui presiede, come si è visto, un organo particolare. « Il luogo, le distanze, ecc. dello spazio visivo sono distinti qualitativamente, non quantitativamente »⁴⁹.

Mach intende provare che la geometria nasce da un processo di astrazione e di idealizzazione compiuto dall'intelletto sul dato sensibile. Non l'esperienza sensibile si fonda su principi geometrici, ma i principi geometrici sull'esperienza. Il geometra non tiene conto di alcune proprietà che appartengono alla realtà immediatamente data, e che, nelle loro relazioni, producono lo spazio (colore, luce). La geometria può essere definita come la parte della fisica che ha il compito di misurare le proprietà metriche dei corpi, e non altre⁵⁰. Lo spazio geometrico non è una copia dello spazio fisiologico, o un sistema, o somma, di sensazioni spaziali. Esso è piuttosto il risultato della misura dei rapporti spaziali percepiti dal senso. Questo aspetto del problema sarà ripreso poi da Mach nella sua trattazione sulla misura.

Quanto poi alla fisica, Mach osserva che essa concepisce lo spazio congiunto col tempo. « Spazio e tempo finiscono così per essere in una più stretta connessione e si presentano relativamente indipendenti dagli altri elementi fisici »⁵¹. Il tempo di cui parla il fisico non coincide col tempo fisiologico, né col sistema delle sensazioni di tempo. Il tempo

⁴⁶ E. MACH, *Die Analyse der Empfindungen*, pp. 90, 97; *Erkenntnis und Irrtum*, p. 399.

⁴⁷ E. MACH, *Die Analyse der Empfindungen*, p. 99.

⁴⁸ Vedi *Die Lehre von Bewegungsempfindungen* (1875), già sopra esaminata.

⁴⁹ E. MACH, *Erkenntnis und Irrtum*, p. 339.

⁵⁰ Mach accenna di sfuggita che sullo spazio visivo, così come è, si potrebbe costruire tutt'al più una topologia.

⁵¹ *ibidem*, p. 284.

fisico è tempo spazializzato. Comunemente la sensazione di tempo è sostituita da una sensazione di spazio (angolo di rotazione della terra, la via seguita dall'indice sul quadrante dell'orologio, ecc.). La sensazione di spazio è poi sostituita da un numero ⁵².

Spazio fisiologico e spazio geometrico hanno dunque natura e origine diverse: lo spazio fisiologico è un dato sensibile, lo spazio geometrico è un concetto, un ente di ragione. La stessa distinzione vale per il tempo.

⁵² *ibidem*, p. 285.

CAPITOLO IV

LA VITA INDIPENDENTE DEGLI ORGANI DI SENSO ¹

Le ricerche sperimentali condotte sulla base di osservazioni non impacciate da idee preconcepite e l'attento esame fisiologico « parte per parte » compiuto con strumenti adatti, « hanno provato, con belli e meravigliosi fatti, così varie disposizioni organiche quali a stento potrebbe credere a priori un fisico » ². Queste parole dell'*Analisi delle sensazioni* potrebbero essere prese come formulazione sintetica di tutta l'opera. Pubblicata nel 1886, essa fu compendio degli studi sulla sensazione compiuti dal 1860 in poi. Ebbe un buon successo, come provano le molte edizioni ³. Alle diverse edizioni Mach continuò ad apporre aggiunte sempre occupandosi di questi problemi, anche negli anni in cui il suo interesse maggiore era volto alla fisica.

1. - I CORPI NELLO SPAZIO.

Il primo problema è quello della visione dei corpi nello spazio. Che cosa vede l'occhio?

Comunemente si guarda con entrambi gli occhi, allo scopo di conservarsi in vita, non colori e forme, ma corpi situati nello spazio. Importanti non sono gli elementi del complesso, ma l'intero complesso fisiologico-ottico ⁴.

Perciò — prosegue Mach — non si può parlare di una costituzione successiva e secondaria di corpi quali risultato di una somma di singole

¹ E. MACH, *Die Analyse der Empfindungen*, p. 170.

² *ibidem*, p. 188.

³ Le edizioni tedesche furono precisamente sei dal 1886 al 1911; dopo la morte di Mach ne uscirono altre tre.

⁴ E. MACH, *Die Analyse der Empfindungen*, pp. 170 ss.

sensazioni, che vengono considerate come dati immediati. La singola sensazione è al contrario il risultato di un processo di analisi consapevole⁵. L'occhio vede una scena. In essa i corpi hanno posizione, direzione, colore, forma, rilievo e distanza.

Non solo, ma l'occhio possiede la capacità di distinguere, nella scena che gli sta innanzi, un corpo, un oggetto che ha un particolare valore per esso. L'occhio, insomma, va alla ricerca di qualcosa di significante. « Se consideriamo due diverse forme (*Gestalten*), per esempio, due lettere dell'alfabeto uguali ma di colore diverso, immediatamente riconosciamo la forma uguale malgrado la diversità della sensazione di colore »⁶.



L'occhio riesce anche a isolare, almeno relativamente, l'oggetto dall'intero complesso e a distinguere tra l'oggetto e lo sfondo. L'abitudine a osservare i corpi, cioè a rivolgere l'attenzione a una grande massa spazialmente connessa (*räumlich zusammenhängend*) di sensazioni luminose porta con sé fenomeni che hanno qualcosa di sorprendente. Per esempio, una pittura o un disegno sembra del tutto diverso, se si prende come sfondo l'uno o l'altro dei due colori⁷. È per tale abitudine a vedere entità organizzate, che l'occhio « cerca di completare il complesso, se questo si presenta una volta, per circostanze particolari, incompleto. Ciò succede facilmente quando guardiamo con un occhio solo, o quando guardiamo con due occhi oggetti così lontani che le differenze stereoscopiche scompaiono »⁸. Come prova il fenomeno di costanza, l'occhio « riconosce » un oggetto anche se le condizioni ambientali, la luminosità per esempio, sono cambiate. In una prospettiva biologica, quando si tenga conto del principio darwiniano di conservazione, è possibile spiegare questo comportamento del senso: « una serie indefinita di sensazioni sarebbe senza scopo per l'organismo »⁹.

⁵ « Nella normale vita psichica le sensazioni visive si presentano non isolate, ma legate con le sensazioni di altri sensi. Noi non vediamo immagini ottiche in uno spazio ottico, ma percepiamo i corpi che ci circondano con le loro diverse proprietà sensibili. Solo l'analisi condotta consapevolmente fa risaltare da questi complessi le sensazioni visive »: *ibidem*, p. 160.

⁶ *ibidem*, p. 87.

⁷ *ibidem*, p. 173.

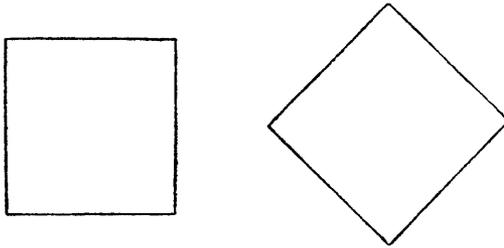
⁸ *ibidem*, pp. 170 s.

⁹ *ibidem*, p. 151.

Mach torna qui a considerare i fenomeni di contrasto e di costanza già studiati negli « Atti dell'Accademia di Vienna »¹⁰. E mette in rilievo la relazione tra sensazione di luce e sensazione di distanza; come cioè la luce e l'illuminazione contribuiscano a costruire lo spazio fisiologico.

Comunemente noi percepiamo non luce e ombra, ma oggetti posti nello spazio. L'ombra dei corpi è appena notata. Differenze di luminosità producono differenze della sensazione di profondità, e aiutano a modellare i corpi quando le differenze stereoscopiche non bastano più¹¹.

Passa poi a esaminare il rapporto fra le proprietà del corpo in sé e le proprietà dello spazio. Forma e direzione della figura appaiono all'occhio come qualità non distinte. L'uguaglianza fisiologica non coincide con quella geometrica. Questa infatti non è altro che congruenza, cioè possibilità di far coincidere due figure mediante operazioni di trasporto. Il fatto che i due quadrati della figura siano geometricamente congruenti



non toglie che siano fisiologicamente del tutto diversi¹². Come per stabilire l'uguaglianza, così anche per stabilire la similitudine, nell'oggetto colto immediatamente dalla vista fattore determinante è la direzione¹³.

¹⁰ Mach tornerà ancora nel 1906 sul problema del contrasto, dando notizia di nuovi esperimenti da lui stesso compiuti con l'aiuto del figlio, e di ricerche compiute da altri studiosi. Vedi E. MACH, *Über den Einfluss räumlich und zeitlich variierender Lichtreize auf die Gesichtswahrnehmung*, in SW., Abt. 2, v. 115 (1906), pp. 633-648.

¹¹ *ibidem*, p. 171.

¹² *ibidem*, p. 87.

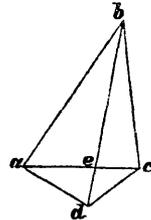
¹³ « La similitudine geometrica di due figure è determinata dal fatto che tutti i dati omologhi sono proporzionali, o che tutti gli angoli omologhi sono uguali. Otticamente, invece, la somiglianza si presenta prima di tutto quando le figure sono disegnate nella stessa posizione, cioè quando tutti i lati hanno direzione uguale »: *ibidem*, p. 90.

Un altro gruppo di osservazioni riguarda la simmetria. Riconosciamo l'uguaglianza di due forme reciprocamente simmetriche, quando la simmetria è tale rispetto al piano mediano dell'osservatore. Se invece il piano di simmetria diverge notevolmente da questo piano, non ci è dato di riconoscere l'uguaglianza della forma, se non girando la figura e ricorrendo a una operazione intellettuale¹⁴. Da questi fatti dunque risulta la dipendenza della forma dalla direzione nello spazio. È così provato che lo spazio percettivo è anisotropo, mentre quello geometrico è isotropo.

2. - INTERDIPENDENZA DELLE PROPRIETÀ DEI CORPI E DELLE PROPRIETÀ DELLO SPAZIO. LA PROFONDITÀ.

Nel capitolo decimo, intitolato *Relazioni delle sensazioni visive fra loro e con altri elementi psichici*, sono presentati da Mach altri fatti i quali confermano l'attitudine dell'occhio a cogliere la relazione tra le proprietà del corpo e quelle dello spazio in cui esso è collocato. Esaminiamo dunque questi fatti¹⁵.

Esiste una interrelazione tra forma, figura e spazio. Infatti la figura e la forma cambiano a seconda che le si concepisca in uno spazio a due dimensioni, o in uno spazio a tre dimensioni. La figura rappresenta un quadrilatero piano con due diagonali.



Se l'osserviamo con un solo occhio, esso appare piano; lo stesso disegno, sempre visto con un solo occhio, può sembrare anche un tetraedro, il cui spigolo bd sporga rispetto allo spigolo ac , oppure come un tetraedro il cui spigolo bd rientri rispetto allo spigolo ac . Agendo sul punto e si può infatti alternare a volontà i due tetraedri otticamente possibili, secondo che bd si presenti a noi più vicino o più lontano di ac . La forma della figura muta, mutando la sua posizione nello spazio.

Anche per la figura disegnata a pag. 68 è possibile un fenomeno di inversione; ancora una volta col mutamento di forma si osservano

¹⁴ *ibidem*, p. 88.

¹⁵ Alcune questioni relative a questo problema erano già state trattate da MACH in *Über die Entwicklung der Raumvorstellungen*, in « Fichte's Zeitschrift » (1806).

mutamenti di posizione. Lo spigolo *be* è convesso verso di me. Se mi riesce di vedere *be* concavo, come un libro aperto sul tavolo, allora *b* appare piú lontano di *e*¹⁶. Mach aggiunge che il fenomeno si presenta particolarmente sorprendente in oggetti trasparenti.



Un altro fenomeno mette in rilievo la relazione tra profondità e moto. Una figura lineare piana osservata con un solo occhio si presenta comunemente piana. Se però si rende variabile l'angolo e si introduce il movimento, la stessa figura si protende sul fondo. Si vede allora, generalmente, un corpo rigido mettersi a ruotare¹⁷.

3. - PREDILEZIONE DELLA VISTA PER LE FORME PIÙ SEMPLICI E PIÙ REGOLARI.

Un diverso gruppo di osservazioni permette a Mach di stabilire alcuni modi di procedere propri del senso della vista. L'occhio vede a preferenza (*mit Vorlieb*) la retta: la percezione che prevale è quella che corrisponde all'oggetto piú semplice e regolare tra quelli che il disegno potrebbe logicamente rappresentare¹⁸. Gli angoli tendono a essere retti. Se si osserva la deformazione che presenta una figura piana lineare, quando la si guarda con un solo occhio, la si può qualitativamente ridurre al fatto che i lati di un angolo acuto si protendono verso parti opposte, e quelli di un angolo ottuso nella stessa direzione, fuori del piano del disegno. Pertanto gli angoli acuti si ingrandiscono, quelli ottusi si rimpiccioliscono. Tutti gli angoli, acuti e ottusi, tendono a divenire retti¹⁹.

È provata una preferenza della vista per l'orientamento fronto-parallello. La nostra percezione dello spazio è determinata dalla localizzazione degli oggetti nell'ambiente l'uno rispetto all'altro, nonché dall'orientamento che essi hanno nei nostri confronti. Molte osservazioni

¹⁶ E. MACH, *Die Analyse der Empfindungen*, pp. 182 s.

¹⁷ *ibidem*, p. 189. Mach aveva già raccolto osservazioni di questo tipo in *Beobachtungen über monoculare Stereoscopie*, in SW., Abt. 2, v. 58 (1868), pp. 731-736.

¹⁸ E. MACH, *Die Analyse der Empfindungen*, p. 175. Vedi anche *Über das Sehen von Lagen und Winkeln durch die Bewegung des Auges*, in SW., v. 43 (1861), pp. 215-224.

¹⁹ E. MACH, *Die Analyse der Empfindungen*, p. 184.

suggeriscono l'impressione che la percezione spaziale, per quello che riguarda localizzazione e orientamento, sia determinata da una pressione interna che agisce nel senso di un orientamento perpendicolare al piano fronte-parallelo, coincidente quindi col piano sagittale o con uno parallelo a questo ²⁰.

Un'altra predilezione è questa: tutto il mondo materiale nel quale ci muoviamo è, in una certa misura, fatto di corpi rigidi ²¹.

Insomma, l'occhio, messo in particolari condizioni, rivela la sua preferenza per la retta, l'angolo retto, la figura piana, la figura regolare, il corpo indeformabile. Come Mach spiega questi fenomeni? La regolarità e la semplicità delle figure e delle forme — egli dice — nasce dal rapporto delle parti fra loro. Si tratta quindi di qualità relazionali, che non possono sussistere che nel rapporto delle parti. Esse si producono attraverso un processo che è il processo stesso della percezione. È quindi escluso che i vari elementi della percezione, le singole sensazioni, si presentino come elementi staccati su cui si imprime poi la matrice della sintesi intellettuale. Le preferenze che il senso manifesta non dipendono dall'intervento di un intelletto geometrizzante. Mach insiste molto su questo punto.

V'è qui una sicura abitudine dell'occhio, senza la cooperazione dell'intelletto. Tale riconoscimento non è dato da considerazioni di ordine geometrico, giacché questi fatti appartengono alla sensazione e non all'intelligenza. Vediamo in prospettiva, e in questo effetto non intervengono il ragionamento né il ricordo di oggetti già veduti ²².

La spiegazione è ben diversa. Secondo Mach l'aspetto complessivo dell'oggetto della percezione è determinato da uno stato di equilibrio che si stabilisce per l'azione reciproca di tutti gli elementi che lo compongono. Non v'è dunque elemento che non subisca l'azione degli altri elementi parziali. La retta ha diverse proprietà geometriche: per esempio, quella di essere la più breve linea tra due punti. Queste proprietà non hanno però importanza dal punto di vista fisiologico. Più importante è che nello spazio la retta presenta un minimo di deviazione dalla media della sensazione di profondità, così come ogni punto di una retta

²⁰ *ibidem*, p. 175.

²¹ *ibidem*, p. 189.

²² *ibidem*, pp. 172, 87, 183.

presenta valori spaziali uguali a quelli dei punti circosvicini. In base a tutto questo è possibile formulare l'ipotesi che la retta sia vista col minimo sforzo²³.

Mach si esprime anche in questi termini: il senso della vista mostra preferenze che sembrano guidate da un criterio di verosimiglianza e di economia. Verosimiglianza è il fatto per cui, ad esempio, le sensazioni di distanza che sono più comunemente unite con una determinata immagine prospettica, sono riprodotte quando si presenti questa immagine senza che quelle sensazioni siano condeterminate. « Scattano insieme — dice ancora Mach — quelle funzioni che si presentano più comunemente quando ne sia eccitata una »²⁴.

Economia è il principio per cui « il senso della vista non si assume da sé un lavoro più grave di quello che è determinato dallo stimolo »²⁵. È uno dei modi con cui si presenta l'istinto di conservazione, di cui parla Darwin. Il senso si adatta all'ambiente, si assume il compito di farci conoscere l'ambiente in cui viviamo e da cui ricaviamo ciò che soddisfa i bisogni della vita, allo scopo della conservazione. L'organismo deve conservare il suo rapporto con l'ambiente che è soggetto a mutamento. Questa necessità spiega perché l'occhio si sottoponga allo sforzo di vigilare, controllare, confrontare, riconoscere²⁶. E spiega anche perché questo sforzo sia tenuto nei limiti richiesti dalle circostanze. L'organismo infatti salvaguarda il suo equilibrio di fronte alle pressioni che vengono dall'esterno. Il suo comportamento è caratterizzato da atti che Mach definisce « *die erhaltungsgemässen Reaktionen des Leibes* »²⁷. Gli esseri organici non sono sistemi rigidi, sono sistemi dinamici in equilibrio di correnti (*Ströme*) di materia e di energia. Le deviazioni di queste correnti dalla condizione dinamica di equilibrio, una volta che si siano verificate, tendono a ripetersi nello stesso modo²⁸. Si tratta anche qui di una questione di fatti: bisogna approfondire la conoscenza del sistema nervoso.

Attraverso le pagine dell'*Analisi*, vediamo con quanto interesse Mach abbia seguito le ricerche che gli studiosi andavano compiendo in

²³ *ibidem*, pp. 174 ss.

²⁴ *ibidem*, p. 174.

²⁵ *ibidem*.

²⁶ E. MACH, *Die Analyse der Empfindungen*, p. 151.

²⁷ E. MACH, *Erkenntnis und Irrtum*, p. 346.

²⁸ E. MACH, *Die Analyse der Empfindungen*, p. 194.

questo campo; le osservazioni sui moti riflessi²⁹, iniziando da quelle di Goltz del 1869 fino a quelle di W. James³⁰; gli studi sui tropismi vegetali e animali, in particolare gli studi di Loeb del 1899³¹. Man mano che si accumulavano le conoscenze, era sempre più chiara per Mach la necessità di ammettere un funzionamento del sistema nervoso a livelli diversi. Segue e loda le ricerche di Exner in questa direzione³².

Come egli dice, questi studi lo confortano nella convinzione da cui era partita la sua ricerca, cioè che la varietà qualitativa delle sensazioni non possa derivare da semplici variazioni di connessioni e da pure diversità quantitative³³.

4. - SENSAZIONI DI TEMPO E SENSAZIONI DI SUONO.

Abbiamo sensazioni di tempo così come abbiamo sensazioni di spazio? Il tempo è un dato della sensazione? Già in uno scritto del 1865³⁴ Mach rispondeva positivamente a queste domande. Della teoria kantiana per cui lo spazio è intuizione pura, forma del senso interno, Mach dice che merita appena una sola osservazione: essa rende impossibile una qualsiasi teoria intorno al tempo³⁵. Maggior interesse può presentare la teoria di Herbart per cui il tempo, come lo spazio, sono ricondotti alle leggi della disposizione seriale. Quanto alle proprie idee, Mach così le sintetizza: « la sensazione di tempo accompagna ogni altra sensazione e non può essere del tutto separata dalle altre »³⁶. Esiste un ordine, una direzione temporale di ogni processo ed evento.

Non v'è dubbio che esista una sensazione specifica del tempo. Il

²⁹ *ibidem*, pp. 60 ss.

³⁰ FR. GOLTZ, *Beiträge zur Lehre von den Functionen der Nervencentren des Frosches*, Berlin 1869; W. JAMES, *Principles of Psychology*, New York 1890.

³¹ I. LOEB, *Vergleichende Physiologie des Gehirns*, Leipzig 1899; MACH tornerà ancora sull'argomento in *Erkenntnis und Irrtum* nei capitoli 3, 4.

³² S. EXNER, *Entwurf zu einer physiologischen Erklärung der psychischen Erscheinung*, Wien 1894.

³³ E. MACH, *Die Analyse der Empfindungen*, p. 301.

³⁴ E. MACH, *Untersuchungen über den Zeitsinn des Obres*, in SW., Abt. 2., v. 51 (1865), pp. 133-150.

³⁵ *ibidem*, p. 145.

³⁶ E. MACH, *Die Analyse der Empfindungen*, p. 200.

ritmo uguale nelle due battute risultante da una serie di suoni diversi lo si riconosce subito. Questo riconoscimento non è compiuto dall'intelligenza o dalla riflessione, ma dalla sensazione³⁷.



Se sento un certo numero di rintocchi di campana acusticamente identici, distinguo il primo, il secondo, ecc. Perché? Perché non considero come un unico rintocco tutti i rintocchi uguali? Appunto perché ognuno di essi è unito a una speciale sensazione di tempo che emerge simultaneamente a esso. Forse questa sensazione è connessa col consumo organico; forse col lavoro di attenzione³⁸. Appunto per ciò non è reversibile, ma scorre in un solo verso. Nel ritmo e nel tempo non v'è simmetria³⁹.

Il Capitolo XIII dell'*Analisi delle sensazioni* è dedicato allo studio delle sensazioni di suono. Sono qui esposte le critiche di Mach alla teoria fisiologica di Helmholtz, delle quali abbiamo già dato notizia. Esaminiamo ora particolareggiatamente un'altra questione. Mach scrive che se si presentano due serie di suoni di tono diverso, le quali procedono secondo gli stessi rapporti numerici di vibrazione, immediatamente, mediante la sensazione, riconosciamo in entrambe la stessa melodia, così come riconosciamo l'uguale forma (*Gestalt*) in due configurazioni (*Gebilde*) simili in senso geometrico e per posizione⁴⁰. Quindi lo studio dell'udito conferma: la sensazione coglie un molteplice ordinato ad unità.

Allo stesso modo l'orecchio distingue subito il ritmo uguale di due melodie costituite da una serie di suoni del tutto diversi. Come si possono presentare corpi diversamente colorati, ma di uguale forma spaziale (*Raumgestalt*), così troviamo qui due configurazioni di colorito acustico diverso, ma di uguale forma temporale (*Zeitgestalt*). Come nell'un caso avvertiamo immediatamente gli elementi uguali della sensa-

³⁷ *ibidem*, p. 202.

³⁸ *ibidem*, pp. 203 s.

³⁹ *ibidem*, p. 209.

⁴⁰ *ibidem*, p. 232. Si veda anche *Erkenntnis und Irrtum*, p. 423.

zione spaziale, così notiamo nell'altro gli elementi uguali della sensazione di tempo, ossia l'uguaglianza di ritmo ⁴¹.

In un altro passo ancora Mach esplicitamente parla di qualcosa che compete al tutto, pur mancando alle singole parti che lo compongono. Certi coloriti tonali che non vengono notati nei singoli suoni e nei legamenti dei suoni, si presentano con particolare spicco nelle combinazioni degli stessi suoni con determinati rapporti numerici delle vibrazioni. (Così come i contrasti di luci poco colorate, quasi bianche, diventano più vivaci nelle loro combinazioni). E alle stesse relazioni nel numero delle vibrazioni corrispondono, per ogni determinata altezza di tono, le stesse colorazioni di contrasto. Si capisce allora come i suoni possano acquistare, mediante legami melodici e armonici con altri, una più varia colorazione che manca ai singoli suoni ⁴².

Concludendo, l'orecchio ha la capacità di riconoscere immediatamente una melodia, la quale si presenta come una forma in composizioni diverse. L'orecchio fa astrazione da altri aspetti per cogliere quelli che emergono dal complesso, quando vi si ponga attenzione.

⁴¹ *ibidem*, p. 203.

⁴² *ibidem*, p. 241.

CAPITOLO V

PERCEZIONE E SENSAZIONE IL DATO IMMEDIATO È UN COMPLESSO

Le ricerche intorno alle sensazioni di moto, a quelle della vista e dell'udito hanno portato Mach a questa conclusione: il dato immediato è un complesso di qualità sensibili. Solo in un secondo momento l'analisi interviene poi a distinguerle. Noi vediamo corpi dotati di forma, figura, rilievo, colore, ecc., in moto nello spazio. Queste diverse qualità — gli esperimenti lo hanno provato — sono in relazione reciproca. Luce e profondità spaziale, colore e rilievo del corpo, figura e moto nello spazio ed altre relazioni ancora, che appartengono al dato immediato, sono state studiate da Mach. A chiarimento e a completamento di quanto è stato fin qui detto, è bene aggiungere alcune osservazioni sulla terminologia da lui usata.

In primo luogo dobbiamo constatare che egli distingue, anche se non sempre in modo rigido, fra *Wahrnehmung* e *Empfindung*. *Wahrnehmung* è l'atto con cui cogliamo simultaneamente un complesso ordinato di proprietà (*Komplex*). *Empfindung* è l'atto con cui cogliamo una di queste proprietà corporee. « Ein viel reicher ausgestattener Komplex, die Wahrnehmung, von welcher wir die blosse augenblickliche Empfindung nur mit Mühe trennen »¹. L'analisi separa e distingue.

Die Gesichtsempfindungen treten im normalen psychischen Leben nicht isoliert auf, sondern mit den Empfindungen anderer Sinne verknüpft. Wir sehen nicht optische Bilder in einem optischen Raum, sondern wir nehmen die uns umgebenden Körper mit ihren mannigfaltigen sinnlichen Eigenschaften wahr. Erst die absichtliche Analyse löst aus diesen Komplexen die Gesichtsempfindungen heraus².

¹ E. MACH, *Erkenntnis und Irrtum*, p. 21.

² E. MACH, *Analyse der Empfindungen*, p. 160.

Anche nel passo seguente, che apre il Capitolo VI dell'*Analisi*, il dato immediato, l'albero, è detto un tutto inseparabile, una cosa; l'analisi poi distingue in esso le diverse sensazioni.

Der Baum mit seinem grauen harten rauhen Stamm, den vielen im Winde bewegten Zweigen, mit den glatten, glänzenden weichen Blättern erscheint uns zunächst als ein untrennbares Ganze. Ebenso halten wir die süsse runde gelbe Frucht, das helle warme Feuer mit seinen mannigfaltig bewegten Zungen für ein Ding. Ein Name bezeichnet das Ganze, ein Wort zieht wie an einem Faden alle zusammengehörigen Erinnerungen auf einmal aus der Tiefe der Vergessenheit hervor.

Le sensazioni sono qualità. Quando queste qualità vengono divise dal complesso, raggruppate, catalogate e misurate sono dette da Mach *elementi*.

Erst jetzt treten die Bestandteile des Komplexes als Eigenschaften desselben hervor. Eine Frucht ist süß, sie kann aber auch bitter sein. Auch andere Früchte können süß sein. Die gesuchte rote Farbe kommt an vielen Körpern vor. Die Nähe mancher Körper ist angenehm, jene anderer unangenehm. So erscheinen nach und nach verschiedene Komplexe aus gemeinsamen Bestandteilen zusammengesetzt. Von den Körpern trennt sich das Sichtbare, Hörbare, Tastbare ab. Das Sichtbare löst sich in Farbe und Gestalt. In der Mannigfaltigkeit der Farben treten wieder einige Bestandteile in geringerer Zahl hervor, die Grundfarben u. s. w. Die Komplexe zerfallen in Elemente³.

Come si vedrà piú avanti, Mach intende precisamente per « elemento » una sensazione che è venuta a far parte, come membro, di un ordine seriale. Il concetto di elemento è legato a quello di misura.

Ancora un'altra osservazione va qui aggiunta. Mach distingue fra *Komplex* e *Gestalt*. *Gestalt* è usata da Mach per indicare strutture spaziali e temporali. In un complesso di sensazioni che si presentano come un tutto immediatamente dato (per esempio, la scena dell'ambiente in cui viviamo) e che è il *Komplex*, si distingue, si stacca una *Gestalt*, una forma organizzata che tende a conservare questa organizzazione. In un complesso di note distinguiamo il ritmo, e riconosciamo un'armonia anche se trasportata di tono.

³ *ibidem*, p. 4.

Ehrenfels, professore a Vienna, in uno scritto del 1890⁴ fece notare l'originalità innovatrice della concezione machiana. Per Mach — dice — le forme spaziali e temporali sono qualcosa di diverso dalla somma di parti, in quanto hanno proprietà che non risultano dalla semplice somma degli elementi costituenti e che sono « trasportabili ». Ad alcuni potrà sembrare paradossale, osserva sempre Ehrenfels, ma per Mach il senso coglie immediatamente strutture e forme organizzate. Questa affermazione esige dei chiarimenti. Ecco le domande che Ehrenfels pone: Mach usa la parola *Empfindung* per indicare cose diverse. Sensazione è il dato attuale, presente, ma sensazione è anche la melodia che si svolge nel tempo. Sensazione è il semplice, ma è anche la forma, che è unità di molteplici singoli. Dobbiamo pensare che la forma sia semplice nel senso che è qualcosa di nuovo rispetto alla parte, di *selbstständig*?⁵ Inoltre l'affermazione che esistono forme pone l'una accanto all'altra due tipi di realtà psichica: le qualità sensibili e le qualità formali. Le prime corrispondono alle eccitazioni prodotte dalle vibrazioni sonore con la loro frequenza e intensità, ma le altre a cosa corrispondono? Si può dire che le qualità formali esprimono relazioni fra le vibrazioni? Ehrenfels è molto dubbioso intorno alla possibilità di dare risposta positiva a quest'ultima domanda⁶. Per Mach il senso percepisce relazioni fra elementi. Se la forma è qualcosa di nuovo, cosa viene ad aggiungersi agli elementi? Se è un'unità, qual è l'attività unificatrice?⁷ Ancora una domanda: la psicologia associazionistica, quando parla di relazioni, si riferisce a quelle di somiglianza, differenza, analogia, contiguità spaziale e temporale. Di che tipo sono le relazioni di cui parla Mach? Quale di queste relazioni qui sopra elencate stringe le parti che compongono la forma spaziale e temporale?

La risposta di Mach a tutte queste domande — a mio parere — è contenuta là dove egli dice che non si tratta di associazioni psicologiche, ma di connessioni fisiologiche. Mach sostiene che non v'è intervento della coscienza, e che la qualità formale è già data senza nostro intervento col presentarsi del complesso di sensazioni. Egli insiste sul fondamento fisiologico della sensazione e del fatto di coscienza. Mach ha

⁴ CHRISTIAN EHRENFELS, *Über Gestaltqualitäten*, in « Vierteljahrsschrift für wissenschaftliche Philosophie », t. 14 (1890), pp. 249-292.

⁵ *ibidem*, pp. 259-260.

⁶ *ibidem*, p. 252.

⁷ *ibidem*, pp. 253-256.

parlato di adattamento reciproco delle parti di un organo, di mescolanza chimica, di *Stoffwechsel*.

Un altro studioso che si è interessato di questi studi machiani è Meinong. Si chiede attraverso quali problemi Mach sia arrivato alla scoperta delle *Gestaltqualitäten*. Pone infine alcune questioni legate, da una parte alla dottrina machiana, dall'altra alla sua propria problematica relativa alle relazioni e alle *Komplexionen*⁸. Interessante è anche quanto scrive su Mach K. Koffka in *Principles of Gestalt Psychology*⁹. Molto importante è la già citata opera di Floyd Ratliff, *Mach Bands*.

⁸ A. MEINONG, *Zur Psychologie der Komplexionen und Relationen* (1891), in *Gesammelte Abhandlungen*, Leipzig 1913, v. 1, pp. 250 ss.

⁹ In particolare alle pp. 63 e 169 della quinta edizione (1962).

PARTE TERZA
LA FISICA

CAPITOLO I

LA RICERCA DI UN PRINCIPIO FISICO UNIVERSALE

1. - ANCORA SUL RAPPORTO FRA MECCANICA E FISICA.

Quello stesso problema che era stato il punto di partenza delle ricerche intorno alla sensazione — il rapporto fra meccanica e fisica — spinse Mach a compiere studi sulla storia della meccanica. Li iniziò fin dal 1862, ma preferì non pubblicarne nulla, « eccetto brevi notizie uscite su giornali poco letti da fisici ». Ha inserito poi questi scritti nella grande *Meccanica* del 1883, e perciò li esamineremo più avanti. Ci soffermiamo invece su uno scritto che è del 1872, e che studia la storia e la radice del principio di conservazione del lavoro¹. In esso Mach torna ad attaccare il programma meccanicistico, assalendolo ora con le armi messe a disposizione dalla storia, che vengono ad aggiungersi a quelle di un'analisi logica sempre sottile e acuta.

Ancora una volta la polemica si indirizza in particolare contro uno scritto di Helmholtz: quello sulla conservazione della forza², che, uscito nel 1847, aveva incontrato in Germania un favore che col passare degli anni andava aumentando, non solo tra i fisici ma tra tutti gli uomini di cultura³. Esso infatti esponeva la tesi meccanicistica secondo una nuova formulazione, di cui molto si ammirava la forza semplificatrice e

¹ E. MACH, *Die Geschichte und die Würzel des Satzes von der Erhaltung der Arbeit*, Prag 1872.

² H. HELMHOLTZ, *Über die Erhaltung der Kraft. Eine physikalische Abhandlung*. Questo scritto fu presentato nella seduta del 23 luglio 1847 alla Physikalische Gesellschaft di Berlino, e pubblicato a Berlino nello stesso anno. Fa parte delle *helmoltziane Wissenschaftliche Abhandlungen*, Leipzig 1882, v. 1, pp. 12-75. Trad. it. in *Opere di Helmholtz*, già citato, pp. 49-116.

³ P. HELM, *Die Energetik nach ihrer geschichtlichen Entwicklung*, Leipzig 1898, p. 48.

la capacità persuasiva. Un ragionamento lineare e procedimenti matematici non difficili mostravano come le leggi empiriche scoperte per i fenomeni elettrici, magnetici, termici, siano enunciabili in modo da poter essere dedotte dal principio della conservazione della forza e dal principio lagrangiano delle velocità virtuali. Helmholtz ne ricavava la prova che ogni ramo della fisica in tanto è scienza in quanto ha una fondazione meccanica; addirittura, che ogni fenomeno in tanto è intelligibile in quanto riducibile a processi di moto. Mach volle mettere in luce i procedimenti logici, le segrete implicazioni metafisiche, i precedenti storici di questo modo di pensare. Capovolgendo l'affermazione helmholtziana sostenne che la meccanica ha una fondazione non meccanica. Non ignorò le difficoltà che la sua opera avrebbe potuto incontrare, e il rischio di affrontare il giudizio di tanti valentissimi scienziati⁴.

2. - IL PRINCIPIO DELLA CONSERVAZIONE DELLA FORZA PER HELMHOLTZ.

Vediamo prima le argomentazioni di Helmholtz, poi la replica di Mach. *Über die Erhaltung der Arbeit* comprende una introduzione e sei capitoli. Il primo svolge il ragionamento seguente. Partiamo dal principio di cui si sono serviti Carnot e Clapeyron per dimostrare sia leggi già note, sia altre non ancora confermate dall'esperienza, sul calore latente e specifico dei corpi. Esso dice: « è impossibile creare dal nulla una forza motrice durevole mediante una combinazione qualunque di corpi », e può essere anche espresso nella forma: « è impossibile un *perpetuum mobile* ». Nella sua formulazione matematica esso non è altro che la legge della conservazione della forza viva $mgh = \frac{1}{2}mv^2$. Questo principio — prosegue Helmholtz — non è valido per tutte le forze, ma solo per le forze motrici scomponibili in forze prodotte da punti materiali, dirette secondo le rette che legano questi punti e le cui intensità non dipendono che dalle distanze dei punti. È valido insomma solo per le forze centrali. Se questo è vero, allora vale anche l'affermazione reciproca: in ogni sistema sottoposto alla legge di conservazione

⁴ « L'opinione che i fenomeni fisici vadano ridotti a processi di moto e di equilibrio di molecole è così generale e diffusa che oggi ci si può permettere di esporre l'opinione opposta solo con cautela e prudenza, e solo correndo il rischio di dare l'impressione di non essere all'altezza dei tempi e di non aver capito il corso attuale della cultura ». E. MACH, *Die Geschichte*, p. 18.

della forza viva, le forze elementari dei punti materiali sono forze centrali⁵. Nel secondo capitolo Helmholtz ricorda che il principio della forza viva può essere formulato in modo più generale: in tutti i casi di movimento di punti materiali liberi sotto l'influenza di forze attrattive e repulsive, le cui intensità non dipendano che dalla distanza, la diminuzione dell'energia potenziale è sempre uguale all'accrescimento della forza viva, e l'accrescimento dell'energia potenziale è uguale alla diminuzione della forza viva. Insomma: la somma delle forze vive e delle energie potenziali è sempre costante⁶.

Nel capitolo terzo Helmholtz ricorda che il principio della conservazione della forza è già stato utilizzato per i movimenti dovuti alla gravitazione universale, per la trasmissione di movimenti per mezzo di corpi incompressibili solidi e liquidi, e per i movimenti di corpi solidi e liquidi perfettamente elastici. Nei capitoli quarto, quinto e sesto infine, compie mediante procedimenti matematici l'estensione del principio a « fenomeni ancora non noti » cioè ai fenomeni termici, ai fenomeni elettrici ed a quelli magnetici. Afferma poi che se tutti questi fenomeni sono riducibili a forze centrali, a essi può essere applicato il principio delle velocità virtuali, di cui il principio della conservazione della forza viva è una forma più generale. Ciò significa che questi fenomeni vengono a ordinarsi nella sistemazione che Lagrange aveva stabilito ponendo a capo delle leggi meccaniche appunto il principio delle velocità virtuali, « la legge d'oro della meccanica », e che quindi anche per domini nuovi può essere utilizzato il mirabile strumento del calcolo lagrangiano.

Helmholtz conclude: poiché il principio della conservazione della forza viva è applicabile ai fenomeni suddetti e poiché, per la reciproca sopra stabilita, essi sono tutti riducibili a forze centrali, possiamo dire ora di conoscerli.

Molto interessante è il modo con cui Helmholtz giustifica questa affermazione. Nell'introduzione dello scritto qui esaminato egli dice: per la scienza teorica conoscere significa studiare le cause sconosciute dei fenomeni. Tale studio è giustificato e imposto dall'assioma: ogni cambiamento di natura è dovuto a una causa sufficiente. Si può anzi dire: scopo finale delle scienze teoriche è trovare le cause ultime, invariabili dei fenomeni⁷. Ora « è indubbio che causa ultima dei fenomeni è la

⁵ H. HELMOLTZ, *Über die Erhaltung*, p. 19.

⁶ *ibidem*, p. 25.

⁷ *ibidem*, p. 13.

forza motrice ». Infatti materia e forza sono concetti inseparabili. Noi non conosciamo che materia attiva. Se riteniamo che questa materia sia costituita da elementi costanti, dobbiamo ammettere che i soli mutamenti possibili a tali elementi sono i cambiamenti di posizione nello spazio, cioè i movimenti. Insomma: « tutti i fenomeni della natura sono riducibili a movimenti della materia prodotti da forze motrici costanti, che dipendono solo dai rapporti spaziali »⁸. È anche indubbio che la forza motrice piú semplice è la forza centrale. Infatti movimento è mutamento di rapporti di posizione, i quali possono essere definiti in spazi limitati, e non nello spazio vuoto. Un movimento può essere osservato sperimentalmente solo come mutamento di rapporti di posizione di almeno due corpi. La forza motrice causa del movimento può esprimere solo il rapporto mutuo fra due corpi, cioè la tendenza di due masse a modificare la loro posizione reciproca. La forza però con cui due masse si sollecitano reciprocamente deve essere scomposta in forze elementari prodotte da tutte le parti di queste masse. La meccanica prosegue questa scomposizione fino alle forze dei punti materiali, cioè dei punti dello spazio occupato dalla materia. I punti non hanno altro rapporto di posizione fra loro che la distanza, giacché la direzione delle loro linee di riunione può essere determinata solo in riferimento a due altri punti. Perciò la forza motrice reciproca di due punti materiali non può cambiare che la loro distanza, cioè questa forza non può essere che attrattiva o repulsiva. Ciò risulta immediatamente dal principio di ragion sufficiente. La forza che due masse esercitano reciprocamente deve essere definita in intensità e direzione, inquantoché la posizione delle masse è sempre conosciuta⁹.

È così dunque provata l'affermazione che la riduzione di un fenomeno qualsiasi a movimento, e la scomposizione delle forze causate da questo movimento in forze centrali sono condizioni necessarie della spiegazione di un fenomeno, in qualunque modo esso si presenti alla conoscenza intuitiva. Helmholtz allora stabilisce:

Compito delle scienze fisiche è quello di ridurre i fenomeni della natura a forze invariabili di attrazione e di repulsione, la cui intensità varia con la distanza. Questa è la condizione per la piena intellegibilità della natura (*die Bedingung der vollständigen Begreiflichkeit der Natur*). Il compito della scienza teorica sarà adempiuto quan-

⁸ *ibidem*, p. 15.

⁹ *ibidem*, p. 16.

do essa avrà ridotto (*zurückleiten*) i fenomeni a forze elementari e dimostrato che questa riduzione è la sola che i fatti permettano. Una tale riduzione sarà considerata come la forma concettuale necessaria della concezione della natura (*die notwendige Begriffsform der Naturauffassung*) e le si potrà attribuire il titolo di verità obiettiva¹⁰.

3. - IL PRINCIPIO DELLA IMPOSSIBILITÀ DEL PERPETUUM MOBILE.

Nello scritto del 1872, già citato¹¹, Mach discute in particolare due problemi: quello relativo alla formulazione di un principio universale della fisica, l'altro intorno alla natura e al fine della scienza naturale. Nella soluzione di queste questioni si intrecciano qui per la prima volta le ricerche di fisiologia e gli studi sulla scienza in generale¹². Le scoperte compiute in un campo servono a formulare e a risolvere problemi che si presentano nell'altro¹³. Acquista così forma e rilievo la trama che Mach va tessendo e di cui regge con agevolezza i fili. Il discorso procede con scioltezza, il pensiero corre veloce alla meta, raccogliendosi attorno all'idea costruttrice: *der Zusammenhang der Erscheinungen*. In queste sessanta pagine sono trattati temi che Mach riprenderà e svolgerà nelle opere successive; si può dire anzi che in esse sia compendiato nel modo più felice tutto il pensiero di Mach, ormai definito nelle sue linee essenziali.

È possibile porre a fondamento di tutta la fisica il principio della

¹⁰ *ibidem*, p. 17. Helmholtz stesso in una nota aggiunta nel 1881 attribuisce all'influenza kantiana questo suo modo di esprimersi.

¹¹ Pubblicato negli Atti dell'Accademia boema di Praga il 15 novembre 1871 uscì in volume l'anno seguente; Mach lo cita sempre con la data del 1872. Ne fu pubblicata una seconda edizione nel 1909 a Lipsia con l'aggiunta di una prefazione e di alcune note (citerò da questa seconda edizione). Mach inoltre diede una esposizione dello stesso scritto, semplificata e in alcune parti chiarita, in un articolo che comparve in inglese in « *Monist* », v. 5, pp 22 ss. e che poi, in tedesco, fu pubblicato nelle *Populär-wissenschaftliche Vorlesungen* col titolo: *Über das Prinzip der Erhaltung der Energie*.

¹² « In questo breve studio, scritto nel 1872, ho compiuto il primo tentativo di mettere in relazione i miei studi di epistemologia, condotti dal punto di vista della fisiologia dei sensi, con la scienza in generale, in particolare con la fisica ». Prefazione del 1909 allo scritto qui esaminato.

¹³ « La ricerca fisica prudente renderà necessari nuovi studi sulla sensazione »: *Die Mechanik*, p. 443 (p. 455).

conservazione del lavoro? ¹⁴. Secondo Mach questo principio può essere espresso in due forme. La prima è quella matematica

$$\frac{1}{2} \Sigma m v^2 - \frac{1}{2} \Sigma m v^2_0 = \int \Sigma (X dx + Y dy + Z dz),$$

l'altra è quella che dice: « non è possibile un *perpetuum mobile* » (o anche « il lavoro non si crea dal nulla »). Queste due forme provengono da origini diverse, e hanno avuto un ruolo diverso nella formazione della teoria meccanica ¹⁵. Mach sostiene che il principio nella seconda forma va considerato il fondamento (*Grundlage*) del principio quale appare nella prima formulazione ¹⁶. E che l'enunciazione dell'impossibilità del *perpetuum mobile* non appartiene alla teoria meccanica. Questo principio infatti è molto piú antico di ogni scoperta meccanica. La storia ne dà testimonianza ¹⁷. I grandi fondatori della meccanica, Stevin e Galileo, si servirono della cognizione dell'impossibilità del *perpetuum mobile* per risolvere i problemi particolari che si trovarono ad affrontare. Stevin lo considerò « una esperienza istintiva », il cui contrario è assurdo. Ne ricavò la garanzia che la catena posta su un corpo solido di forma triangolare non si muove, e arrivò per questa via a definire le leggi dell'equilibrio su un piano inclinato. Galileo lo concepì nella forma della legge secondo cui un corpo, in virtù della velocità acquistata nella caduta, si innalza alla stessa altezza da cui è caduto; se ne servì nella trattazione del pendolo, e, a quanto pare, in quella della legge di inerzia. Torricelli applicò il principio galileiano ai corpi liquidi. Huygens lo generalizzò estendendolo a un sistema di corpi, e col suo aiuto arrivò a determinare il punto di oscillazione e l'equivalenza di lavoro e forza viva. Il principio dell'impossibilità del *perpetuum mobile* sta a fondamento della legge della conservazione della forza viva e del teorema della conservazione della forza in generale, come li hanno esposti Giovanni e Daniele Bernoulli (in particolare quest'ultimo nella sua *Hydrodynamica*). Anche

¹⁴ Mach ritiene piú precisa questa denominazione che non l'altra (principio di conservazione della forza). Nel 1873 pubblicò anzi uno studio in cui provava che il concetto di lavoro è « originario » come quello di forza e perciò non riducibile a questo (*Die Geschichte der Arbeit*, in SW., Abt. 2, v. 68 [1873], pp. 479-488). Anche Mach userà poi la terminologia proposta da Rankine, « principio di conservazione dell'energia ».

¹⁵ *ibidem*, p. 19.

¹⁶ *ibidem*, p. 3.

¹⁷ *ibidem*, p. 18.

Lagrange se n'è servito, sia pure tacitamente, per dimostrare il principio degli spostamenti virtuali¹⁸. In conclusione, leggi che si riferiscono a fatti e dominî diversi sono state scoperte con l'aiuto del principio dell'impossibilità del *perpetuum mobile* che, quindi, a ragione può essere definito « euristico », poiché è « il punto di partenza delle ricerche meccaniche », ed è « universale ».

Ma qual è precisamente il significato fattuale di questo principio? Mach risponde citando un passo dalla parte quarta dell'huygensiano *Horologium oscillatorium*: esso esprime quello che nessuno ha mai negato, cioè che i corpi di per sé non vanno verso l'alto. Se gli ideatori di nuovi congegni, che con sforzo mal diretto cercano di creare un *perpetuum mobile*, capissero veramente questo significato, si renderebbero conto che cercano qualcosa di impossibile! Tale affermazione — dice ancora Mach — coincide con l'altra: i fenomeni sono in relazione fra loro. Perciò si può anche dire: « Il principio della impossibilità del *perpetuum mobile* è il principio della relazione universale della natura »¹⁹; « esso dipende dalla conoscenza della universale dipendenza naturale (*es kommt auf die Erkenntnis des allgemeinen Naturzusammenhanges an*) »²⁰. Il principio esprime

il risultato dell'esperienza: gli elementi sensibili nel mondo α , β , γ ... si presentano come dipendenti gli uni dagli altri (*erweisen sich als abhängig von einander*). L'esperienza insegna che gli elementi sensibili α , β , γ ... in cui il mondo può essere scomposto sono soggetti a variazioni e insegna anche che alcuni di questi elementi sono connessi (*gebunden*) ad altri, di modo che si presentano insieme e scompaiono insieme, o il presentarsi degli elementi di un tipo è legato (*geknüpft*) allo scomparire degli elementi di un altro²¹.

Insomma la conoscenza della dipendenza reciproca tra fenomeni è il punto di partenza della conoscenza scientifica. Sarà poi compito di ogni singolo dominio del sapere definire e misurare le diverse relazioni.

Se per indicare questa connessione di fatti, « la rigida legalità dei

¹⁸ *ibidem*, pp. 3 ss.

¹⁹ *ibidem*, p. 12.

²⁰ E. MACH, *Populär-wissenschaftliche Vorlesungen*, p. 240.

²¹ E. MACH, *Über das Prinzip der Erhaltung der Energie*, in *Populär-wissenschaftliche Vorlesungen*, p. 209: « Già nel 1872 ho mostrato che la convinzione dell'impossibilità del *perpetuum mobile* è fondata sulla piú generale credenza della determinazione univoca di un gruppo di elementi α , β , γ da parte di un gruppo di elementi x , y , z ».

fenomeni (*die strenge Gesetzmässigkeit*) » preferiamo servirci del termine « causalità », possiamo allora identificare il principio dell'impossibilità del *perpetuum mobile* col principio di causalità²².

Se è vero tutto questo, se è valida la tesi che qui Mach sostiene, allora dovrebbe essere possibile applicare il principio dell'impossibilità del *perpetuum mobile* a fenomeni non meccanici. Ebbene questa estensione del principio è già stata compiuta da Sadi Carnot nel 1824 e da Franz Neumann nel 1845. L'uno si è servito del principio della impossibilità del *perpetuum mobile* nelle sue ricerche sui fenomeni di calore, l'altro lo ha posto a fondamento della legge di induzione elettrica²³. Essi usarono il principio nella formulazione: i fenomeni non procedono di per sé che in un verso determinato e mai in quello opposto. Come i corpi pesanti cadono, così le differenze di temperatura e le differenze di potenziale elettrico non aumentano da sé, ma al contrario diminuiscono²⁴. Come i corpi gravi lasciati a sé stessi non salgono, così il calore non passa spontaneamente da un corpo più freddo a uno più caldo. L'un fenomeno e l'altro escludono la possibilità di un *perpetuum mobile*; l'uno e l'altro richiedono spesa di lavoro²⁵.

In conclusione, Mach non esclude che i diversi domini della fisica possano essere unificati sotto un solo principio. Nega però che questo principio sia necessariamente legato alla concezione meccanica, sicché accettando l'uno si debba accettare l'altra. Al contrario egli prospetta l'idea di una grande fisica, di cui la meccanica sia solo una parte, e non il fondamento²⁶.

4. - LA CONCEZIONE MECCANICISTICA È UNA METAFISICA.

Quello che il meccanicista afferma, « tutti i fenomeni sono somma di processi meccanici », — dice Mach — significa in ultima analisi: il dato dell'esperienza è apparenza ingannevole. Calore, colore, stato elettrico o magnetico, quali risultano ai sensi, non sono altro che impres-

²² E. MACH, *Die Geschichte*, p. 45.

²³ *ibidem*, p. 15, p. 17.

²⁴ *ibidem*, p. 15; vedi anche a p. 54 dove E. MACH riporta il suo scritto *Eine Bemerkung über den zweiten Hauptsatz der mechanischen Wärmetheorie* (già pubblicato nel 1871 in « Lotos » di Praga).

²⁵ E. MACH, *Die Geschichte*, p. 15; vedi qui il capitolo sulla Analogia.

²⁶ *ibidem*, p. 14.

sioni fuggevoli al di là delle quali una ragione colta scopre la vera realtà, cioè il moto²⁷. Il procedimento mentale del meccanicista non è diverso da quello di colui che cerca sostanze ed essenze immutabili, sempre identiche a sé stesse, al di sotto della varietà multiforme dei fenomeni²⁸. Mach, a questo proposito, cita insieme allo scritto di Helmholtz da noi sopra esaminato, un'opera di W. Wundt²⁹. La trattazione wundtiana, che porta la data del 1866, è interessante come esempio di un particolare modo di procedere, che Mach definisce metafisico, e che noi potremmo dire tipicamente pre-machiano. Per Wundt asserire che tutte le cause naturali si riducono al moto, è l'unico modo per salvare l'identità di un corpo. Il mutamento di luogo non comporta infatti alcun mutamento qualitativo. Il corpo, se è concepito come somma di qualità, al mutarsi di una qualunque di esse, è scomparso ed è stato sostituito da un altro con caratteristiche parzialmente diverse. L'identità è salva, dunque, solo quando si superi il livello della conoscenza sensibile (intuizione), e ci si ponga nel piano della conoscenza razionale (riflessione). L'intuizione costringe a considerare due oggetti, là dove la riflessione non ne ammette che uno. Questa disparità non verrebbe mai composta, se non esistesse un caso, l'unico, nel quale cambia la rappresentazione di un oggetto e tuttavia esso rimane il medesimo: il movimento. Ciò che si modifica nel movimento di un corpo è la sua relazione spaziale con altri corpi. « Il cambiamento di posizione è perciò il solo cambiamento rappresentabile delle cose in cui esse non subiscono modificazioni »³⁰.

Se spiegare e capire — osserva ancora Mach — significa scomporre, allora le cose più semplici, a cui riduciamo le più complicate, sono di per sé stesse incomprensibili, giacché non possono venire a loro volta scomposte. Si dice che gli elementi primi che compongono la realtà sono semplici e di per sé evidenti. In realtà la storia prova che gli scienziati hanno fatto valere come *Grundtatsachen* cose ben diverse. Per i gradini più bassi del sapere meccanico non v'è stata spiegazione migliore di ogni evento che l'impulso o l'impeto; tanto che la teoria della gravitazione universale di Newton incontrò ostilità presso coloro che consideravano niente affatto evidente il concetto di azione a distanza. Oggi

²⁷ *ibidem*, p. 26.

²⁸ *ibidem*, p. 39.

²⁹ W. WUNDT, *Die physikalischen Axiome und ihre Beziehung zum Causalprinzip. Ein Capitel aus einer Philosophie der Naturwissenschaft*, Erlangen 1866.

³⁰ *ibidem*, p. 125.

i meccanicisti vogliono ridurre tutto ad azione a distanza, ad azione di forze centrali. Vien fatto di pensare — dice Mach — che si giudichi chiaro ed evidente quello che si conosce da piú tempo, e si « spieghi » il fenomeno ancora ignoto mediante quello che è piú familiare³¹.

La conoscenza della storia ci illumina intorno alla natura di certi procedimenti mentali, apre uno spiraglio su certe abitudini della nostra mente. Mach non nega — si noti — che la fisica nel corso della sua storia si sia servita con vantaggio del procedimento riduttivo. La mente è portata, nel gran mare dell'ignoto, ad affidarsi a quel poco che già conosce e a cercarne ovunque la traccia. Ma pensare che non vi sia conoscenza di un fatto se non quando è scoperto ciò che « sta al di sotto » significa « andare a cercare il di piú, l'inutile, il dannoso ». Allora si parla di imponderabili o di fluidi, si attribuisce esistenza ad enti che non possono essere oggetto di osservazione, si discute intorno a proprietà non misurabili, si creano problemi senza soluzione. Allora avviene il divorzio tra meccanicismo e metodo sperimentale. Lo scienziato finisce col perdere ogni contatto con il mondo reale, che è il mondo dei sensi. La fisica trattata in questo modo, ci dà solo uno schema in cui si può a malapena riconoscere il mondo reale (*die wirkliche Welt*). Accade cosí che a coloro i quali per alcuni anni si sono attenuti a questa concezione, il mondo del senso (*die Sinnenwelt*), da cui pure essi erano partiti, appaia improvvisamente un enigma³². « Dobbiamo convincerci che la meccanica non riesce piú a tener dietro alla varietà dei fenomeni (*dass sie der Vielseitigkeit der Erscheinungen nicht mehr zu folgen vermag*) »³³.

5. - L'ORDINE ECONOMICO DEI FATTI COME RIMEDIO ALLA METAFISICA.

« Le teorie sono come le foglie che cadono secche, se per lungo tempo non hanno dato respiro all'organismo della scienza »³⁴. La concezione meccanicistica ha perso il contatto con la realtà. È divenuta uno schema troppo rigido e troppo angusto, e perciò non piú utiliz-

³¹ E. MACH, *Die Geschichte*, pp. 31 s.; vedi anche *Die Mechanik*, p. 472 (p. 484).

³² E. MACH, *Populär-wissenschaftliche Vorlesungen*, p. 189.

³³ E. MACH, *Die Geschichte*, p. 25.

³⁴ *ibidem*, p. 45.

zabile. È di ostacolo alla conoscenza dei fenomeni³⁵. Essa va acquistando i caratteri di una metafisica, perché si pretende farne una concezione definitiva, completa e unitaria dell'universo. Addirittura appare una mitologia, come lo era l'antico animismo³⁶.

A rimedio di questa situazione Mach raccomanda « un ordine economico del pensiero delle cose scoperte coi sensi »³⁷. Economia significa distinzione tra le conoscenze reali e l'apparato intellettuale che avviluppa e nasconde queste conoscenze³⁸. La scienza naturale non è una concezione completa del mondo. Anzi la più alta filosofia a cui uno scienziato possa aderire consiste nell'accettare una concezione del mondo che egli sa essere non definitiva, e nel preferirla ad un'altra, perfetta in apparenza ma insufficiente in realtà.

La storia della scienza incoraggia lo scienziato in questa lotta contro ogni atteggiamento metafisico. I naturalisti più illustri, Galileo, Newton, Carnot, Faraday, Mayer sono giunti alle loro grandi scoperte limitandosi all'espressione del dato fattuale, senza costruire ipotesi su ciò che è al di là di esso, dove non v'è nulla che possa essere conosciuto o provato³⁹. Da loro riceviamo l'esempio di una continua aderenza ai fatti. La conoscenza della storia della scienza è rimedio alla nostra inclinazione per la metafisica. Se non ci guardiamo mai indietro, finiamo con l'attribuire valore ed estensione illimitata a concetti e leggi che si sono formati in riferimento a questioni ben precise e definite!

Nella scienza attuale vi sono concezioni teoriche « equivalenti a quei filosofemi della peggior specie, da cui a torto si suol credere esenti gli scienziati »⁴⁰. Con riferimento probabilmente a Comte, Mach ribadisce che il pericolo di cadere in una posizione metafisica è presente nella scienza del suo tempo. Comte aveva visto la metafisica come l'atteggiamento proprio dello spirito umano precedentemente all'instaurarsi della scienza positiva; Mach scopre e denuncia la presenza di atteggiamenti metafisici all'interno di questa scienza stessa. Egli si impegnò a lungo e con energia per espellere dalla meccanica tutto ciò che non è scientifico. Vedremo la sua lunga polemica contro alcuni residui di meta-

³⁵ *ibidem*, p. 23.

³⁶ E. MACH, *Die Mechanik*, p. 443 (455).

³⁷ E. MACH, *Die Geschichte*, introduzione del 1909.

³⁸ E. MACH, *Die Mechanik*, introduzione alla 1ª edizione.

³⁹ *ibidem*, p. 473.

⁴⁰ E. MACH, *Die Geschichte*, p. 45.

fisica nella scienza (critica del tempo e dello spazio assoluti), e contro la rinascita di concetti metafisici (messa in evidenza dei concetti surrettizi di sostanza e causa nel meccanicismo).

6. - IL PUNTO DI VISTA SENSISTICO.

Mach contrappone alla concezione meccanicistica la propria, che dice aver elaborato ponendosi da « un punto di vista sensistico »⁴¹. Il mondo quale ce lo presentano i sensi ha una straordinaria ricchezza di qualità. La materia ha stati diversi (*Zustände*), le cui variazioni sono aumento o diminuzione di qualità. La meccanica prende in considerazione soltanto le qualità geometriche e meccaniche, trascurando le altre. Si tratta però di un procedimento usato dalla mente umana, di un'astrazione, a cui non corrisponde una effettiva diversità ontologica tra proprietà corporee, come sosteneva la teoria delle qualità primarie e secondarie. Nulla ci autorizza a privilegiare alcune qualità rispetto ad altre; la realtà che attingiamo mediante un senso non è più reale, quindi non ha valore diverso da quella con cui ci mettono a contatto gli altri sensi. Richiamandosi ai propri studi sulla fisiologia della sensazione, Mach insiste. Le proprietà spaziali possono essere ridotte a pure determinazioni di contenuto, le quali non rappresentano nulla di più elevato dei contenuti sensoriali quali il calore, il suono, il colore, ecc. Anzi — come si è visto — le proprietà spaziali non sono percepite che in connessione con altre proprietà⁴².

A questo punto Mach esprime uno dei suoi pensieri più importanti.

Il compito della scienza non può essere che la riproduzione nel pensiero di queste relazioni date dalle sensazioni. L'unica cosa che vogliamo stabilire è che nella ricerca scientifica importa solo la conoscenza della connessione dei fenomeni⁴³. Questa conoscenza va formulata in termini quantitativi: la nostra conoscenza naturale consiste solo nella riproduzione dei fatti nel pensiero, nella espressione astratta quantitativa di tali fatti⁴⁴.

⁴¹ « Ho raggiunto un punto di vista sensistico attraverso gli studi di fisiologia dei sensi »: *ibidem*, p. 60.

⁴² *ibidem*, pp. 34 s.

⁴³ *ibidem*, p. 25 (« Das Eine wollen wir festhalten, dass es bei der Naturforschung nur auf die Erkenntnis des Zusammenhanges der Erscheinungen ankommt »).

⁴⁴ E. MACH, *Die Mechanik*, p. 478 (p. 490), (« Unsere Naturwissenschaft

Questa concezione ha trovato una conferma nel principio che stabilisce la convertibilità del calore in lavoro e viceversa. Esso stabilisce un rapporto quantitativo tra una qualità meccanica, e una qualità che ai sensi risulta non meccanica. I principi della termodinamica permettono al fisico di stabilire rigorose relazioni tra due diverse classi di fenomeni naturali. La scienza dunque possiede lo strumento per collegare tra loro differenti processi naturali, e per collegarli senza trasformarli qualitativamente, senza sopprimere cioè le differenze intuitive, e senza supporre che i sensi ingannino dandoci la sola apparenza delle cose. Una volta che si è riusciti a stabilire gli equivalenti numerici della reciproca dipendenza dei fenomeni — con ciò il compito della scienza è stato adempiuto. La cosa importante nella scienza è trovare le regole più semplici per la derivazione dei fenomeni gli uni dagli altri⁴⁵.

Mach si richiama agli studi di R. Mayer, esposti in *Die Mechanik der Wärme* (1842), e a quelli di W. J. M. Rankine, di cui ricorda *Outline of the Science of Energetics* (1855)⁴⁶. Ad essi attribuisce il merito di aver rifiutato per primi ogni fondazione meccanicistico-atomica del calore.

7. - L'UNITÀ DELLA SCIENZA.

Ma l'unità della scienza? Non si può trascurare l'esigenza di sistematicità che è al di sotto della concezione meccanicistica.

L'esigenza è valida, la via segnata dal meccanicismo per soddisfarla è errata. Secondo Mach anche per quanto riguarda questo problema, la scoperta del principio di conservazione dell'energia ha aperto una prospettiva tutta nuova. Tale principio infatti permette di descrivere tutti i fenomeni, non solo quelli inclusi nella dinamica dei corpi rigidi, dei fluidi e dei gas, ma anche quelli che appartengono alla termodinamica, all'elettricità e al magnetismo.

Partiamo ancora una volta dalle proprietà fisiche constatate dai

besteht nur in der Nachbildung der Tatsachen in Gedanken, in dem begrifflichen quantitativen Ausdruck der Tatsachen ») e ancora: « La scienza o la fisica in ampio senso ci insegna a conoscere le più forti connessioni di gruppi di elementi. (Die Naturwissenschaft oder die Physik in weitesten Sinne lehrt uns die stärksten Zusammenhänge von Gruppen von Elementen kennen) ». *Populär-wissenschaftliche Vorlesungen*, p. 240.

⁴⁵ E. MACH, *Die Geschichte*, p. 33.

⁴⁶ In « Proceedings of the Philosophical Society of Glasgow », 3, n. 4 (1855).

sensi. Siamo oggi — dice Mach — perfettamente in grado di considerare ognuna di esse come una forma di energia. « Stabiliamo per ognuna un valore e un livello di energia ». Un'energia potenziale esiste infatti per le piú comuni forze naturali: per quelle gravitazionali, per il calore (come ha stabilito Carnot) e per le forme elettrostatiche ed elettromagnetiche. Per quanto riguarda il calore si considera energia potenziale la temperatura e massa la quantità di calore; si passa dalle forze gravitazionali alle elettrostatiche sostituendo alle masse materiali le cariche elettriche (positive o negative), o alla costante d'attrazione universale la reciproca della costante dielettrica ⁴⁷. Possiamo allora stabilire il principio che le varie forme di energia possono scambiarsi tra loro. La loro somma tende a conservarsi costante. Si tratterà di stabilire il modo di tale trasformazione. Questo significa che possiamo esprimere matematicamente lo stato di un sistema e seguirne mediante calcolo le trasformazioni. Il lavoro (prodotto da forze meccaniche o elettriche o dal calore) è compiuto a spese di un'energia potenziale che dipende dallo stato del sistema, e ne è quindi funzione. Lo stato di un sistema è definito dai valori delle grandezze fisiche che in esso intervengono.

La conoscenza del modo con cui l'energia potenziale varia col variare dello stato del sistema permette di determinare e calcolare le proprietà intrinseche del sistema, senza che sia necessario conoscere e calcolare le singole forze che agiscono su esso. In fisica si associa ogni sistema materiale a una descrizione quantitativa, che si fonda su una corrispondenza biunivoca fra gli stati di un sistema e i valori numerici di certe grandezze che caratterizzano il sistema stesso. La descrizione meccanica tiene conto solo di un certo numero e di un certo tipo di grandezze, cioè delle variabili geometriche e dinamiche del sistema: dimensioni, posizioni, masse, velocità e forze. La termodinamica si riferisce ad altre caratteristiche: la temperatura e l'entropia. L'elettromagnetismo, a sua volta, descrive l'insieme dei fenomeni connessi alle particolari osservabili della materia, carica elettrica e momento magnetico. Così — dice Mach — la fisica supera l'astrattezza dello schema meccanico e piú da vicino riproduce il fatto quale esso realmente è ⁴⁸. Non

⁴⁷ Relativamente all'elettricità, MACH aveva studiato il problema già nel 1870 in *Eine Bemerkung über den zweiten Hauptsatz der mechanischen Wärmetheorie*, già citato.

⁴⁸ Mach cita ancora da R. Mayer: « Una volta che una cosa sia conosciuta sotto tutti gli aspetti, è spiegata, e il compito della scienza è adempiuto ».

solo, ma è in grado di definire lo stato di un sistema servendosi solo di variabili indipendenti sensibilmente constatabili. Non si avrà perciò più bisogno di supporre che il corpo macroscopico sia costituito di particelle, né di stabilire le equazioni in cui le coordinate indipendenti sono le coordinate di queste ipotetiche particelle. Insomma, è proprio il principio della conservazione dell'energia che ci mette in grado di determinare matematicamente le relazioni che legano i fenomeni e di introdurli quindi in modo rigoroso nella scienza, senza ricorrere agli schemi meccanici usati fino ad ora.

Potremmo aggiungere, riprendendo lo spunto offerto da Mach stesso, che questa concezione della unità della scienza supera anche quella di Comte. Comte aveva visto molto bene l'impossibilità di fondare un dominio del sapere su un altro e con ciò stesso aveva minato alla base il meccanicismo settecentesco, che aveva trovato una efficace formulazione nella prefazione all'*Enciclopedia* di d'Alembert, e nei suoi *Éléments de Philosophie* (1759). Comte aveva stabilito una gerarchia delle scienze secondo il criterio della loro sempre maggiore complessità, che corrisponde ad una più tarda acquisizione del metodo positivo. Dalla matematica alla sociologia aveva seguito lo sviluppo della scienza, il progressivo estendersi a tutti i domini di tale metodo. Egli vedeva l'unità delle diverse dottrine garantita dalla unicità del metodo.

Ainsi rapportées, non à l'univers, mais à l'homme, ou plutôt à l'humanité, nos connaissances réelles tendent, au contraire, vers une entière systématisation. On ne doit plus alors concevoir qu'une seule science, la science humaine, plus exactement sociale, dont notre existence constitue à la fois le principe et le but, et dans laquelle vient se fondre l'étude rationnelle du monde extérieur, au double titre d'élément nécessaire et de préambule fondamental⁴⁹.

Mach non crede di poter già dare una sistemazione definitiva alla scienza, poiché la scienza è in movimento, in una fase di profonda trasformazione. Ne indica però chiaramente la direzione: la ricerca di un ordinamento che non sia esteriore, tale cioè che non si accontenti di ripetere il modo con cui l'uomo si è andato successivamente impadronendo del reale, ma rifletta quanto più è possibile gli oggettivi nessi che stringono i diversi aspetti di questo reale.

⁴⁹ A. COMTE, *Discours sur l'esprit positif* (1844), p. 24. Già H. SPENCER in *The Classification of the Sciences*, London 1864, p. 42, criticò il carattere antropocentrico della classificazione comtiana.

CAPITOLO II

LA MECCANICA ESPOSTA NEL SUO SVILUPPO CON METODO STORICO E CRITICO¹

I. 1. - *I tre stadi nella formazione della teoria.*

La conoscenza dei processi meccanici non coincide con la scoperta di una supposta profonda essenza delle cose. Né, d'altra parte, la teoria meccanica è fondata su forme trascendentali proprie della ragione umana. Nell'opera del 1883, che ora cominciamo ad esaminare, Mach intende provare queste sue affermazioni attraverso un esame preciso dei problemi e dei metodi, da cui è nata la teoria meccanica. Egli vuol mettere il lettore in grado di constatare come ogni singola legge sia stata formulata in rapporto a questioni particolari, in riferimento a fenomeni osservabili ben definiti, e di conseguenza non possa avere che un'estensione limitata. Mach vuole che egli si convinca, per la testimonianza portata dalle opere dei grandi ricercatori che hanno con lunga fatica costruito il sistema meccanico, che è necessario tener distinto quello che appartiene alla conoscenza dei fatti, e ciò che invece costituisce un apparato puramente concettuale, che avviluppa e nasconde quella conoscenza².

Quest'analisi permetterà di chiarire la natura e la funzione della teoria fisica e permetterà di definire i caratteri che la distinguono dalla teoria filosofica e metafisica. La meccanica è la più antica delle scienze

¹ E. MACH, *Die Mechanik in ihrer Entwicklung historisch-kritisch dargestellt*, Leipzig 1883. (Quest'opera ebbe successivamente, fino al 1933, nove edizioni tedesche. Citerò dalla settima, l'ultima curata personalmente da Mach. Tra il 1893 e il 1968 sono uscite sei edizioni inglesi, due francesi, due italiane (1908 e 1968) ed una russa (1909).

² E. MACH, *Die Mechanik*, p. V. Si fa seguire la pagina della traduzione italiana (Torino 1968), p. 31.

naturali, ed è pervenuta per prima a un perfetto compimento. Studiarla perciò nelle sue origini e nel suo sviluppo significa ripetere nella nostra mente il procedimento con cui l'uomo istituì un sapere scientifico. « Una teoria della teoria » può essere formulata solo in base a osservazioni e a testimonianze³.

La prima scoperta che risulta dalla indagine storica è questa: la formazione della meccanica è avvenuta attraverso tre stadi. Il primo è quello in cui gli scienziati, sulla base di osservazioni fattuali, stabiliscono concetti e definiscono leggi che riguardano l'equilibrio e il moto dei gravi. Nel secondo periodo, quello deduttivo, essi riducono fenomeni complessi a quelli più semplici che già conoscono, e tentano, per questa via, di ordinare e riprodurre nel pensiero una gran quantità di processi, estendendo molto il dominio della conoscenza. Infine nel terzo cercano di dare per via logica e matematica un ordine sinottico a tutte le leggi e i concetti che posseggono. È il momento del formalismo. Mach avverte che non si tratta di una distinzione rigidamente cronologica, ma con forza afferma che la distinzione va fatta. Si tratta di momenti diversi⁴. La scienza è spinta in avanti da esigenze opposte. Da una parte, aggiungendo conoscenza a conoscenza, allarga la sfera dell'esplorato; dall'altra tende a compendiare i fatti in una esposizione quanto più è possibile unitaria⁵.

2. - Astrazione ed economia nell'origine della meccanica.

È difficile fissare con precisione il momento, il luogo e il modo che hanno segnato l'inizio della scienza. Sembra ragionevole ammettere che un poco per volta si siano accumulate esperienze legate all'utilizzazione di alcuni strumenti. Immagini pittoriche antiche (per esempio egiziane), o antichi oggetti rinvenuti nelle tombe ci permettono di constatare come l'uomo fin dai tempi lontanissimi si sia servito di leve, cunei, ruote per il sollevamento o il trasporto di corpi pesanti. Le macchine statiche sono all'origine strumenti di lavoro. La scienza nasce quando si sente il bisogno di ordinare le osservazioni in forma comunicabile, in modo da farle conoscere oltre i limiti del mestiere e della pratica professionale. Colui che si propone questo scopo trova a sua

³ *ibidem*, p. 470 (p. 481).

⁴ *ibidem*, p. 409 (p. 425).

⁵ *ibidem*, pp. 5 s. (p. 39).

disposizione un gran numero di fatti tra loro diversi, o almeno considerati diversi. Egli è libero di disporli in vario ordine, piú di quanto possa l'operaio, che è legato alla connessione dei fatti quali si presentano nel corso della sua attività. Il bisogno di compendiare e di semplificare, proprio della comunicazione ad altri, porta a mettere in rilievo relazioni spaziali e temporali, a cercare l'accordo dei fatti e le trasformazioni graduali di uno nell'altro. La scienza nasce quando la società ha creato un linguaggio e stabilito la divisione del lavoro. La conoscenza scientifica — la ragione stessa — sono fatti storici e sociali; appunto perciò, secondo Mach, la ricerca storica è il livello piú idoneo per condurre una analisi volta a definirne la natura⁶.

L'origine pratica della scienza spiega perché fin dall'inizio sia stata compiuta dai ricercatori una scelta, e il loro interesse si sia indirizzato ad alcuni aspetti delle cose, trascurandone altri. Questa discriminazione, compiuta inconsapevolmente, è legata alla necessità di soddisfare alcuni bisogni prima di altri, di compiere a questo fine alcune operazioni piuttosto che altre⁷. La scelta ci permette di raggiungere lo scopo economizzando energia, corporea e psichica. Astrazione ed economia accompagnano dunque la meccanica sin dal suo nascere. « Il frammentarismo di tutte le nostre conoscenze è spiegato dal fatto che ogni scienza è nata da uno scopo pratico »⁸. Di conseguenza la sfera in cui la meccanica si muove ancora oggi ha limiti che sono stati fissati dall'astrazione originaria. Mach è chiaro:

Non riproduciamo nel pensiero mai i fatti nella loro completezza, ma solo in quegli aspetti che sono importanti per noi, in vista di uno scopo nato direttamente o indirettamente da un bisogno pratico. Le nostre riproduzioni della realtà sono sempre astrazioni⁹.

Ma perché l'uomo, avendo di fronte i molteplici aspetti delle cose, ha indirizzato la propria attenzione proprio su quelli meccanici? Mach chiarisce. I fenomeni meccanici, non essendo altro che movimenti nel tempo e nello spazio, meglio di ogni altro possono essere osservati e seguiti nel loro svolgimento dai nostri sensi. La nostra immaginazione riproduce quasi senza fatica i processi meccanici. Tutte le modificazioni

⁶ *ibidem*, p. 69 (p. 104).

⁷ *ibidem*, p. 475 (p. 484).

⁸ MACH, *Die Prinzipien der Wärmelehre*, p. 117.

⁹ MACH, *Die Mechanik*, p. 458 (p. 471).

introdotte dall'individuo nella sfera della sua attività, e dall'umanità nel mondo mediante il progresso della tecnica, sono effetti di movimenti. In tutti i processi fisici sono presenti qualità meccaniche¹⁰.

Mach torna piú volte a chiarire il suo concetto di astrazione. Ripete che si tratta di un taglio, per cui dal complesso percettivo sono staccati alcuni elementi. L'attenzione si distoglie da alcuni elementi sensoriali, e si affissa su altri, e questi appunto costituiscono il fatto essenziale. Ogni astrazione perciò si fonda sull'emergere di determinati elementi sensoriali¹¹.

Mach mette bene in rilievo che parlare di astrattezza della meccanica significa indicare al lavoro scientifico futuro il superamento di tale astrattezza. Appunto perché il sapere meccanico è astratto, la ricerca è aperta all'acquisizione di fatti nuovi. Una regola che deriva dall'osservazione diretta non può cogliere l'intero fatto nella sua ricchezza e nella sua complessità; essa ne fornisce piuttosto uno schizzo (*eine Skizze*) mettendo in evidenza quello degli aspetti che è importante per lo scopo tecnico o scientifico che si ha in vista. Quali aspetti particolari vengano presi in considerazione dipende dunque da circostanze accidentali, dalla scelta arbitraria dell'osservatore. Sarà perciò sempre possibile scoprire un nuovo aspetto del fenomeno, che conduce all'enunciazione di nuove leggi, equivalenti o superiori alle precedenti¹².

II. - LA STATICA.

1. - *Il principio della leva.*

I Greci diedero inizio agli studi meccanici definendo le condizioni di equilibrio in alcune macchine semplici, e ponendo le fondamenta della statica. I principi della statica sono quattro: 1) il principio della leva; 2) il principio del piano inclinato; 3) il principio della composizione delle forze; 4) il principio dei moti virtuali. Secondo Mach ognuno di essi deriva dall'esperienza, è la riproduzione mentale di proprietà e relazioni fattuali constatate mediante i sensi.

Il principio della leva fu formulato da Archimede nel trattato inti-

¹⁰ E. MACH, *Populär-wissenschaftliche Vorlesungen*, p. 117.

¹¹ E. MACH, *Die Analyse der Empfindungen*, p. 265; vedi anche *Die Prinzipien der Wärmelehre*, pp. 454 ss. ed *Erkenntnis und Irrtum*, pp. 132 ss.

¹² E. MACH, *Die Mechanik*, pp. 69 s. (p. 102).

tolato (nella edizione latina del Maurolico) *De Aequiponderantibus*; dice: grandezze commensurabili si fanno equilibrio quando sono inversamente proporzionali alle loro distanze dal punto di appoggio¹³.

Archimede si serve di un procedimento deduttivo. Stabilisce una proposizione « di per sé evidente »: grandezze di eguale peso applicate a distanze uguali dal punto di appoggio sono in equilibrio. Fa poi vedere come il caso piú complesso (la leva a bracci disuguali) sia riconducibile al caso piú semplice ed evidente (leva simmetrica). La legge della proporzionalità inversa tra pesi e distanza dal perno risulta cosí valida in quanto è fondata su una verità « dimostrata ». In altri termini, il possesso di una verità immediatamente evidente rende possibile pervenire ad altre verità, e per via puramente speculativa.

Mach nega che Archimede abbia potuto scoprire con questo procedimento la legge della leva. Prima di tutto il caso della leva simmetrica — dice Mach — non è affatto semplice né immediatamente evidente. Per arrivare a formulare questa proposizione lo scienziato greco doveva già sapere quali siano le circostanze determinanti la rottura di equilibrio, e quale rapporto matematico sussista tra esse. Alla prima conoscenza poteva pervenire solo mediante ripetute osservazioni, alcune delle quali probabilmente aveva già compiuto, anche se in modo inconsapevole, prima di compiere esperimenti. Nella proposizione sulla leva simmetrica è insomma compendiata una quantità di esperienze involontarie, inconse e istintive, sia positive che negative. Le esperienze negative mostrano le proprietà che non hanno influenza sulla leva, per esempio, i colori dei bracci, la posizione dello spettatore, qualsiasi fenomeno avvenga nelle vicinanze del sistema. Le esperienze positive mostrano come non solo i pesi ma anche le loro distanze dall'asse di rotazione sono circostanze determinanti della rottura di equilibrio e quindi del moto¹⁴. D'altra parte non si può nemmeno ammettere altra verità in sé evidente, da cui per puro ragionamento si possa arrivare alla dimostrazione della prima legge. Non si ricava la condizione di equilibrio, per esempio, dal principio di ragion sufficiente, per cui, data la simmetria del sistema, non v'è ragione che il movimento avvenga in un senso o in un altro¹⁵.

¹³ ARCHIMEDES, *Monumenta Omnia Mathematica quae extant ex traditione Francisci Maurolici*, Panormi 1685.

¹⁴ E. MACH, *Die Mechanik*, p. 11 (p. 44).

¹⁵ *ibidem*.

E — prosegue Mach — se non si è potuto scoprire col solo ragionamento la facile nozione che l'equilibrio dipende dal peso e dalla distanza, ma si è dovuto ricorrere alla osservazione, come possiamo pensare che si sia potuto determinare con procedimento speculativo la legge della proporzionalità, che è la forma di questa dipendenza? Questa legge stabilisce che l'azione che rompe l'equilibrio di un peso P applicato alla leva alla distanza L dal fulcro è misurata dal prodotto PL (il cosiddetto momento statico). Una conoscenza di questo genere non può derivare che da molte osservazioni condotte su casi diversi di equilibrio e di movimento dei bracci della leva. Una volta che queste osservazioni siano state compiute e che sia già stata definita la legge riguardante il caso della asimmetria, allora si vede come questo caso sia riducibile a quello della simmetria¹⁶.

Il procedimento deduttivo è certamente utile, giacché aiuta e facilita l'ordinamento di fatti che a prima vista sembrano del tutto diversi e inconfrontabili¹⁷. Esso però non ha valore di dimostrazione. Non esistono, infatti, verità immediatamente evidenti. « Tutto il mio libro — dice Mach — persegue lo scopo di convincere il lettore che non è possibile inventare di sana pianta con l'aiuto di assunzioni in sé evidenti, proprietà della natura, ma che queste proprietà devono essere desunte dall'esperienza »¹⁸. Come risulta dall'esame del procedimento archimedeo, accade che l'intera deduzione contenga già come presupposto, sia pure non espresso esplicitamente, la proposizione che si deve dimostrare¹⁹. L'asserita necessità della dimostrazione trasporta nella fisica il metodo geometrico euclideo. Archimede non ha ritenuto sufficiente affidarsi alla osservazione, che così facilmente si presentava, sul significato del prodotto PL e ne ha perciò cercato un'ulteriore fondazione (*eine weitere Begründung*). Il procedimento deduttivo non dimostra che ciò che già si è conosciuto per mezzo dell'osservazione, e porta quindi a un circolo vizioso.

La scoperta della legge non avviene mediante deduzione. Il fenomeno si presenta nella sua immediatezza come un complesso di dati, che è riprodotto nella rappresentazione. *Was an Natur beobachten wir, prägt sich auch unverstanden und unanalysiert in unsern Vorstellungen*

¹⁶ *ibidem*, p. 14 (p. 47).

¹⁷ *ibidem*, p. 18 (p. 51).

¹⁸ *ibidem*, p. 20 (p. 53).

¹⁹ *ibidem*, p. 21 (p. 54).

aus²⁰. Lo scienziato discerne (*erschaut*) le relazioni che determinano il fatto preso in esame (*die massgebenden Umstände*), scartando le circostanze secondarie²¹. L'operazione mediante la quale è scoperto il rapporto fra pesi e bracci della leva è detta da Mach *herausanalysieren*²².

L'intelletto scopre relazioni sensibili; anche quelle che risultano da una ricerca intellettuale si presentano attraverso la constatazione dei sensi e sono proprietà sensibili. Quando sappiamo che $PL^1 = PL^2$, cioè che ai due prodotti di peso e lunghezza di un braccio e peso e lunghezza dell'altro braccio corrisponde la stessa notazione numerica, ci aspettiamo l'equilibrio.

Abbiamo ottenuto così un nuovo elemento sensoriale che nel puro fatto non era dato e che ora differenzia il corso dei nostri pensieri. Come nella conoscenza intuitiva, anche qui tutto si riduce a trovare, a mettere in rilievo, a separare l'elemento sensoriale determinante; la ricerca arriva per una via più lunga a ciò che si presenta immediatamente nella sensazione²³.

La scienza esige che la riproduzione mentale delle esperienze sensibili sia espressa in forma concettuale²⁴. Mach usa i termini *die Form, die Formung, formen*. La proporzionalità fra P ed L è *la forma* dell'equilibrio della leva. Insiste che tale forma sia misura di una relazione di fatto. Nell'esatto concetto di misura PL è la chiave che spiega la connessione (*der Zusammenhang*) di tutti i fatti²⁵. Dice anche: la misura esprime « la determinazione univoca di un rapporto »²⁶. È chiaro in queste frasi machiane il rifiuto di ogni formalismo aprioristico.

2. - Il principio del piano inclinato.

Simon Stevin studiò in modo originale le proprietà meccaniche del piano inclinato, e statuf il principio: su piani inclinati di uguale altezza pesi uguali agiscono in ragione inversa della lunghezza dei piani. Come formulò il problema? Come pervenne alla sua soluzione? La lettura

²⁰ *ibidem*, p. 27.

²¹ *ibidem*, p. 11.

²² *ibidem*, p. 21.

²³ E. MACH, *Die Analyse der Empfindungen*, p. 265.

²⁴ E. MACH, *Die Mechanik*, p. 125 (p. 156).

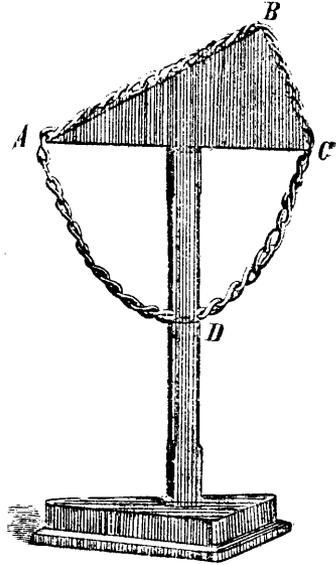
²⁵ *ibidem*, p. 19.

²⁶ *ibidem*, p. 11 (p. 44).

della sua opera pubblicata in fiammingo nel 1586 e poi in latino nel 1608 col titolo *Hypomnemata mathematica* ci permette di seguire il suo ragionamento.

Considerò un prisma a base triangolare, la cui sezione è presentata nella figura qui accanto.

Sia $AB = 2BC$ e AC il lato orizzontale. Stevin appoggiò su ABC un filo portante quattordici palle equidistanti e dello stesso peso. Ragionò in questo modo. I casi che possono verificarsi sono due: o la catena sta in equilibrio o non sta in equilibrio. Supponiamo che si verifichi il secondo caso. Allora la catena, iniziato che abbia il movimento, dovrà continuarlo indefinitamente, giacché le condizioni del fenomeno non sono modificate nel movimento. Si avrebbe così un *perpetuum mobile*. Cosa — dice Stevin — falsa²⁷. Il solo caso possibile è dunque il primo: la catena resta in equilibrio; AB fa equilibrio a BC . Ne risulta la legge sopra formulata. Questa è la prima conoscenza sicura che Stevin ottenne sul piano inclinato.



Mach esamina con attenzione il procedimento con cui Stevin vi è pervenuto, poiché vede in esso uno dei più preziosi documenti sugli inizi della meccanica, atto a chiarire il modo con cui si forma e si sviluppa la scienza partendo da conoscenze « istintive »²⁸. Stevin formula due tesi opposte: l'una è falsa, quindi è vera l'altra. Ma su quale fondamento ha stabilito che la tesi del moto perpetuo è falsa? Questa tesi contraddice una conoscenza che Stevin già possedeva e che può essere così formulata: il *perpetuum mobile* è impossibile. Stevin dunque ha proceduto mettendo a confronto due affermazioni: una di carattere particolare (il

²⁷ « Atqui hoc si sit, globorum series sive corona eunden situm cum priore habebit, eademque de causa octo globi sinistri ponderosiores erunt sex dextris, ideoque rursus octo illi descendent, sex illi ascendent, istique globi ex sese continuum et aeternum motum efficient, quod est falsum ». (S. STEVINUS, *Hypomnemata mathematica*, t. IV: *De Statica*, Leyden 1605, p. 34).

²⁸ MACH, *Die Mechanik*, p. 27 (p. 59).

caso del piano inclinato) e l'altra di carattere generale (il *perpetuum mobile* è impossibile). Ne ha ricavato la certezza che anche nel caso del piano inclinato si verifica tale impossibilità, cioè che si verifica l'equilibrio. La domanda è ora così formulata: su quale fondamento Stevin ha formulato il principio che nega la possibilità del *perpetuum mobile*? Mach dice che l'asserzione: il *perpetuum mobile* è impossibile, è una conoscenza istintiva, *eine ganz instinktive Erkenntnis, eine sehr zwingende instinktive Einsicht*.

La conoscenza istintiva è *unwillkürlich, gedankenlos und unbewusst*²⁹. Noi sentiamo di non aver per nulla contribuito alla sua formazione, al contrario che essa c'è senza nostra partecipazione consapevole e volontaria. Perciò non proviamo in questo caso quella diffidenza che abbiamo per ogni nostra elaborazione subiettiva dei fatti osservati. Queste conoscenze non comprese e non analizzate si accumulano nella nostra mente e costituiscono un tesoro a nostra disposizione; di esse solo una parte è contenuta nella serie delle idee chiare³⁰.

La conoscenza istintiva ha formulazione negativa: ci mette in grado di dire cosa *non* può accadere. Mach la definisce anche « un principio regolativo negativo per la ricerca »³¹. Ha potere discriminativo: « toglie al pensiero, per così dire, un grado di libertà e con ciò una possibilità di errore »³². È insomma un principio euristico³³. Lo scienziato ha bisogno di un criterio, di una norma per potersi orizzontare nel corso della ricerca. La conoscenza istintiva serve appunto a questo, « è il punto di partenza della ricerca ». Chiarendo ancora meglio il proprio pensiero, Mach dice che nel procedimento di Stevin constatiamo la ricerca di « un adattamento di formulazioni quantitative particolari a impressioni (*Eindrücke*) istintive generali ». Insomma, le singole leggi del piano inclinato sono formulate in modo che non contraddicano la impossibilità del *perpetuum mobile*, che è norma valida per tutti i fenomeni di moto.

Quello che Mach intende mettere in evidenza è che la legge non è

²⁹ *ibidem*, p. 4 (p. 38).

³⁰ *ibidem*, p. 27 (p. 59).

³¹ « Wir bieten nur ein negatives Regulativ für die naturwissenschaftliche Forschung... »: *Erkenntnis und Irrtum*, p. 15.

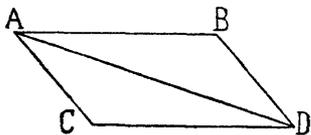
³² E. MACH, *Populär-wissenschaftliche Vorlesungen*, p. 212.

³³ « L'autorità delle conoscenze istintive deriva dal loro grande potere euristico »: *Die Mechanik*, p. 28 (p. 60).

un elaborato della speculazione (filosofica o religiosa), né d'altra parte è un'idea innata, o un assioma in sé evidente. Al contrario, gli assiomi hanno fondamento nelle conoscenze istintive³⁴. Mach richiama l'attenzione sul rapporto tra principio universale e leggi particolari. Nega che si tratti di una deduzione di queste da quello. Il riferimento di casi particolari al principio generale mette lo scienziato in grado di escludere tutti i possibili casi particolari, eccetto uno. Appunto per questo « ogni legge consiste in una limitazione delle possibilità »³⁵.

3. - Il principio della composizione delle forze.

Anche questo principio ha avuto origine dalla osservazione. Stevin lo conobbe, lo usò, ma non lo enunciò esplicitamente. Varignon lo dimostrò e ne diede numerose applicazioni che costituiscono ancora oggi il contenuto dei testi elementari di Statica. La memoria in cui Varignon trattò questo argomento, presentata all'Accademia delle Scienze di Parigi nel 1687, fu pubblicata postuma nel 1725 in *Nouvelle Mécanique ou Statique*. Perciò si suol dire che Newton lo ha enunciato per primo (nello stesso 1687) nei suoi *Principia mathematica*. Le trattazioni che Newton e Varignon diedero del principio chiaramente ne mostrano l'origine sperimentale. La formulazione più chiara e più semplice è certamente quella di Newton, che non ricorre a nessuno degli artifici di cui si fece uso dopo di lui³⁶. Un corpo contemporaneamente sottoposto a due forze, delle quali una gli faccia percorrere il cammino AB , e l'altra il cammino AC , si muove nella direzione AD , giacché le due forze e di conseguenza i due movimenti sono tra loro indipendenti. Questo enunciato mette in evidenza quale parte abbia nel principio l'indipendenza delle forze, che non può essere stabilita che per via sperimentale.



Sbagliano perciò quei fisici che considerano tale principio deducibile per puro ragionamento da determinati assunti. Essi, in modo più o meno originale, ripetono il procedimento usato da Daniele Bernoulli in *Examen principiorum mechanicae et demonstrationes geometricae de*

³⁴ MACH, *Populär-wissenschaftliche Vorlesungen*, p. 219.

³⁵ MACH, *Erkenntnis und Irrtum*, p. 450.

³⁶ MACH, *Die Mechanik*, pp. 36 ss. (pp. 68 ss.).

*compositione et resolutione virium*³⁷. Proprio il lavoro compiuto dal Bernoulli, consistente nel cercare i pochi principi da cui far partire la deduzione, mette in luce come questi principi siano di origine sperimentale. Così, per esempio, non è possibile stabilire quale direzione abbia la risultante se non è stato stabilito prima quali direzioni abbiano le due componenti. E questa non è certo una verità a priori. Quando si tratta di problemi di fisica, la geometrizzazione trova dei limiti nella realtà sperimentata.

4. - Il principio degli spostamenti virtuali³⁸.

Se confrontiamo tra loro un sistema di corpi pesanti in stato di moto e un sistema simile in cui sussista equilibrio, siamo indotti a chiederci: qual è la differenza? Qual è il fattore che determina il movimento e la rottura di equilibrio? A una tale domanda Galileo rispose che determinanti del movimento sono non soltanto i pesi, ma anche le loro altezze di caduta. Siano $P_1, P_2, P_3...$ i pesi di un sistema di corpi pesanti e $h_1, h_2, h_3...$ i loro rispettivi, simultanei spostamenti verticali possibili. La condizione della rottura d'equilibrio è $P_1h_1 + P_2h_2 + P_3h_3 + \dots$ ³⁹. A questa somma, che esprime la determinante del movimento fu più tardi dato il nome di « lavoro »⁴⁰. La possibilità di applicare il principio degli spostamenti virtuali a tutti i casi di equilibrio fu riconosciuta da Giovanni Bernoulli, che ne diede notizia a Varignon in una lettera nel 1717⁴¹.

Con vari esempi Mach chiarisce l'uso e il significato del principio. Esso può essere ampiamente applicato. La condizione di equilibrio nella carrucola differenziale di Weston, nel verricello, nella bilancia di Roberval, ecc. può essere espressa secondo la formula del principio degli spostamenti virtuali.

Il vantaggio che esso presenta è quello di risparmiarci la fatica di studiare da capo ogni nuovo caso particolare. Se, per esempio, avessimo

³⁷ *Commentarii Academiae Scientiarum Petropolitanae*, t. 1 (1726), pp. 126-42.

³⁸ Mach usa questa espressione preferendola ad altre (moti virtuali, o velocità virtuali). L'espressione « spostamenti virtuali » esclude la considerazione del tempo e si adatta meglio alla statica. « Spostamenti virtuali » sono quelli compatibili con la natura dei vincoli del sistema e compatibili fra loro.

³⁹ E. MACH, *Die Mechanik*, p. 49 (p. 82).

⁴⁰ *ibidem*, p. 52 (p. 85).

⁴¹ JEAN BERNOULLI, *Opera omnia*, vol. 1, Lousanne et Genève 1742, pp. 206 ss.

innanzi una nuova macchina che non conosciamo, posta in una cassa chiusa da cui escono due leve che servono come punto di applicazione alla forza P e al peso P' , osservando gli spostamenti simultanei b e b' di queste due leve potremmo trovare immediatamente le condizioni di equilibrio $Pb - P'b' = 0$, quali che siano le caratteristiche proprie della macchina ⁴². Si tratta dunque di un principio generale, che possiede un incontestabile valore di economia ⁴³.

Lagrange nella *Mécanique analytique* ha dato un ordinamento alla statica, ponendovi a capo il principio degli spostamenti virtuali, da cui deduce tutte le altre leggi. Qual è la vera natura di tale sistemazione? Questa è la domanda che Mach pone. Secondo lui il principio generale degli spostamenti virtuali non dimostra le leggi dell'equilibrio che da esso si deducono, cioè non è fondamento della validità di queste leggi. Infatti fondamento della validità di una legge è sempre e soltanto l'esperienza. Il procedimento di verifica è uguale per tutte le leggi: un'osservazione condotta con giudizio e più volte ripetuta. Quanto ad origine e a valore tutte le leggi sono equivalenti; ed ognuna di esse esprime unicamente la constatazione di un fatto. È inutile cercarne altra fondazione ⁴⁴. Il procedimento dimostrativo invece si basa sul presupposto che vi siano verità più certe, conoscenze più sicure a cui altre possono essere riportate. Tale presupposto può essere giustificato solo sul piano psicologico: è un convincimento sentito dallo scienziato, che ha scoperto una nuova legge, e desidera arrivare al più presto alla certezza della sua validità. Egli allora mette la nuova conoscenza accanto a quelle che già possiede, la confronta con tutte le leggi già note e più volte sottoposte a verifica, e controlla se essa non le contraddica. Operando così accorda la più grande autorità alle esperienze più antiche e più abitualmente usate, alle leggi più frequentemente verificate ⁴⁵. Ma — prosegue Mach — quando in un tempo più o meno lungo, la nuova legge è stata direttamente verificata un grande numero di volte, è conforme allo spirito della scienza riconoscere che un'ulteriore dimostrazione è del tutto inutile. È un non senso considerare una legge più sicura, perché si basa su un'altra che è stata scoperta per la stessa via sperimentale, ma solo un poco di tempo prima. Insistere sulla necessità della dimostrazione signi-

⁴² E. MACH, *Die Mechanik*, p. 58 (p. 91).

⁴³ *ibidem*, p. 52 (p. 85).

⁴⁴ *ibidem*, p. 72 (p. 104).

⁴⁵ *ibidem*, pp. 70 ss. (pp. 102 ss.).

fica « cadere in una mania », ancor peggio, « introdurre nella scienza fisica una sorta di falso rigore ». Quella certezza che una scienza rigorosa esige non sarà mai raggiunta per questa strada⁴⁶. I fatti che la scienza naturale studia possono essere provati (*geprüft*), ma non dimostrati (*bewiesen*) come lo sono invece quelli matematici.

La sistemazione data da Lagrange non ha valore dimostrativo. Le si può attribuire invece un valore « economico », giacché rende più facile l'apprendimento e il ricordo di certe conoscenze a cui è stato imposto un certo ordine.

La ricerca e la sistemazione sono due stadi diversi dello sviluppo della scienza. Il compito degli scienziati che iniziano una scienza è del tutto diverso da quello dei loro successori. L'opera dei primi è constatare i fatti più importanti, e compendiarli in leggi empiriche. Queste possono poi essere ordinate secondo i procedimenti logici e deduttivi della fisica matematica. È così messo in rilievo che l'ammissione di un fatto implica quella di una serie intera di altri fatti, che non sono immediatamente evidenti nei primi. « Non si può provare matematicamente che la natura deve essere così come ella è; si può provare che le proprietà osservate traggono con sé una serie di altre che non sono immediatamente manifeste »⁴⁷. Questo ordine facilita l'apprendimento e l'uso delle leggi. Il principio degli spostamenti virtuali, dunque, non esprime una realtà diversa, più profonda che le altre leggi, né si riferisce ad una legalità diversa da quella che esse rappresentano. È universale, è generale, in quanto è una formula che può essere utilizzata per tutti i casi di equilibrio e non soltanto in uno o nell'altro caso. Niente d'altra parte autorizza ad affermare che esso conserverà sempre questa superiorità, e che un nuovo principio non possa in futuro sostituirlo⁴⁸. L'ordinamento dato alle conoscenze non rispecchia una gerarchia ontologica.

III. - LA DINAMICA.

1. - Galileo. La caduta dei gravi.

La dinamica è una scienza tutta moderna, fondata da Galileo. Le scoperte compiute dagli antichi scienziati appartengono infatti alla sta-

⁴⁶ *ibidem*, p. 72 (p. 104).

⁴⁷ *ibidem*, p. 68 (p. 101).

⁴⁸ *ibidem*, p. 73 (p. 106).

tica, e il lavoro degli studiosi medioevali o immediatamente precedenti a Galileo — in particolare Leonardo e Benedetti — è consistito piuttosto nella critica delle idee e dei procedimenti aristotelici, che non nella formulazione di nuove dottrine⁴⁹. Per quello che riguarda i rapporti di Galileo con la scienza a lui precedente, è indubbio che egli, come ogni altro pensatore, è legato al passato; ma — dice Mach — per capire la sua importanza nella storia della fisica dobbiamo considerare quale uso nuovo abbia fatto dei concetti antichi e attraverso quale contrasto coi suoi predecessori e i suoi contemporanei sia riuscito a sopravanzarli.

La migliore testimonianza che Galileo ci ha dato del suo ingegno di ricercatore è la legge della caduta dei gravi. Vediamo come vi pervenne. Cercava una definizione del moto uniformemente accelerato. Vide subito che la strada era quella di scoprire le relazioni che legano velocità, spazio, tempo. Un frammento datato 1604 mostra come egli in un primo momento avesse pensato che moto uniformemente accelerato è quello in cui la velocità cresce in proporzione aritmetica rispetto allo spazio percorso. « Io suppongo (e forse potrò dimostrarlo) che il grave cadente naturalmente vada continuamente accrescendo la sua velocità secondo che accresce la distanza dal termine onde si partì »⁵⁰. Questo passo trova conferma in una lettera del 16 ottobre dello stesso anno inviata da Galileo a Paolo Sarpi. Dice:

Et il principio è questo: che il mobile naturale vadia crescendo di velocità con quella proportionione che si discosta dal principio del suo moto; come, v. g., cadendo il grave dal termine *a* per la linea *abcd*, suppongo che il grado di velocità che ha in *c* al grado di velocità che hebbe in *b* esser come la distanza *ca* alla distanza *ba*, et così consequentemente in *d* haver grado di velocità maggiore che in *c* secondo che la distanza *da* è maggiore della *ca*⁵¹.

Molto presto però, forse fin dal 1609 Galileo abbandonò questa teoria. In un passo della terza giornata dei *Discorsi e Dimostrazioni matematiche* (1638) ricordò « l'errore » di aver pensato che « moto uniformemente accelerato essere quello, nel quale la velocità andasse crescendo

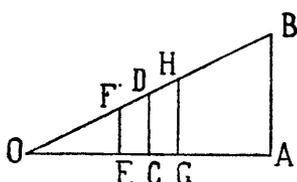
⁴⁹ Mach ribadì queste sue idee anche nelle ultime edizioni della *Meccanica*, polemizzando in particolare con Duhem. Vedi pp. 75-82; pp. 146-149 (pp. 107-114; pp. 175-178).

⁵⁰ G. GALILEI, *Opere*, Edizione Nazionale, v. 8, 1898, p. 373.

⁵¹ *ibidem*, v. 10, p. 115.

secondo che cresce lo spazio che va passando »⁵²; e stabilì la proporzionalità tra l'accrescimento della velocità e il tempo di caduta.

Diede di tale proporzionalità una prova indiretta. Infatti arrivò a provare l'ipotesi *a*) « la velocità cresce in proporzione al tempo », sottoponendo a verifica sperimentale la legge *b*) « lo spazio cresce in proporzione al tempo ». Cioè Galileo, formulata l'ipotesi *a*), ne dedusse la relazione *b*), sottopose a verifica *b*) e con ciò ritenne provato anche *a*). Si tratta — dice Mach — di un metodo semplice, chiaro, perfettamente corretto, che espone nel modo seguente.



Galileo rappresenta i tempi trascorsi con segmenti di una linea retta *l*; alle estremità di questi segmenti alza le perpendicolari che rappresentano la velocità acquistata⁵³. Il segmento *OG* della retta *OA* rappresenta dunque il tempo di caduta e la corrispondente perpendicolare *GH* rap-

presenta la velocità acquistata in questo stesso tempo. Se prendiamo in considerazione l'incremento delle velocità, facciamo con Galileo la seguente affermazione: nel momento *C*, cioè nel momento in cui è trascorsa la metà *OC* del tempo di caduta *OA*, la velocità *CD* è la metà della velocità finale di *AB*. Consideriamo ora i due istanti di tempo *E* e *G*, ugualmente distanti in opposte direzioni dall'istante *C*. La velocità *HG* supera la velocità media *CD* per un valore uguale a quello per cui la velocità *EF* è inferiore alla stessa *CD*. A ogni istante che precede *C* corrisponde, con uguale intervallo di tempo, un istante che segue *C*. Quindi ciò che va perduto nella prima metà del moto accelerato rispetto al moto uniforme, che abbia velocità corrispondente alla metà della velocità finale, è riguadagnato nella seconda metà. Possiamo perciò considerare lo spazio percorso nella caduta come spazio percorso con moto uniforme a velocità corrispondente a metà della velocità finale, che è raggiunta da un mobile con moto uniformemente accelerato. Se la velocità finale *v* è proporzionale al tempo di caduta *t*, allora $v = gt$, dove *g* indica la velocità finale acquistata nell'unità di tempo. Lo spazio

percorso *s* è allora $s = \frac{gt}{2} t = \frac{gt^2}{2}$.

⁵² *ibidem*, v. 8, p. 203.

⁵³ *ibidem*, v. 8, pp. 112 s.

Moto uniformemente accelerato è quello in cui la velocità aumenta di quantità uguali in tempi uguali⁵⁴.

Come sopra è stato detto, Galileo non sottopose a verifica sperimentale la formula $v = gt$, ma l'altra che da questa deriva $s = \frac{gt^2}{2}$.

Mach mette in evidenza come questa verifica richieda l'uso di strumenti, che la scienza non possedeva, e che Galileo ideò per primo. Rallentò il moto di caduta dei corpi servendosi di sfere che rotolano in scanalature lungo un piano inclinato. Riuscì a misurare intervalli piccolissimi di tempo servendosi di un vaso da cui l'acqua fluiva a gocce, ed era poi raccolta in un secondo recipiente posto su una bilancia. Poté così constatare che i tempi crescono come la serie dei numeri interi, mentre gli spazi percorsi crescono come i rispettivi quadrati.

Non solo la relazione, ma anche la forma della relazione è stata definita dallo scienziato in base ai fatti. Galileo ha misurato questa forma nei termini antiquati della proporzionalità: v è proporzionale ad s ? v è proporzionale a t ? Uno scienziato moderno chiederà invece: di che è funzione v ? e se v è funzione di t , qual è la forma di questa funzione? La risposta, in un caso e nell'altro, non può venire che dai fatti.

Galileo ha scoperto che il corpo acquista la stessa velocità sia nel caso della caduta libera che nel caso del piano inclinato. Lo dimostrò mediante ragionamento, lo verificò servendosi di un pendolo⁵⁵. Dall'accertamento di questo fatto, che può essere così enunciato: « la velocità che un corpo acquista cadendo dall'alto o cadendo lungo un piano inclinato gli permette di risalire esattamente al livello da cui è sceso », Galileo ricavò tutta una serie di proporzioni. I tempi di caduta secondo l'altezza e secondo la lunghezza del piano sono direttamente proporzionali all'altezza e alla lunghezza del piano stesso. Quindi le accelerazioni sono inversamente proporzionali ai tempi di caduta. Di conseguenza l'accelerazione acquistata percorrendo l'altezza sta all'accelerazione acquistata percorrendo la lunghezza come la lunghezza sta all'altezza. Galileo poté così stabilire: siamo in grado di calcolare l'accelerazione di un corpo che cade liberamente, quando conosciamo l'accelerazione che esso

⁵⁴ MACH, *Die Mechanik*, p. 123 (p. 154).

⁵⁵ *ibidem*, pp. 127 s. (p. 158) vedi sempre la *Terza giornata dei Discorsi e dimostrazioni intorno a due scienze nuove*, in *Opere*, v. 8.

possiede sul piano inclinato. E ne trasse tutte le conseguenze che ne seguono ⁵⁶.

Mach osserva che Galileo non intese formulare una teoria della caduta dei corpi, ma solo constatare il fatto della caduta e darne una definizione precisa ⁵⁷. Il nucleo dei concetti meccanici si è formato interamente nell'esame di casi particolari e molto semplici di processi meccanici.

2. - Galileo. I concetti di forza, accelerazione, velocità.

La definizione del moto uniformemente accelerato (come quello in cui la velocità cresce proporzionalmente al tempo), ha richiesto cambiamenti nel modo di concepire la forza, l'accelerazione e la velocità. Questi termini esistevano già in meccanica e nell'esercizio delle arti tecniche; la modificazione di significato che esse hanno acquistato per opera di Galileo è un esempio di quell'adattamento dei pensieri ai fatti, che è il motore del progresso della scienza.

La statica aveva usato il concetto di forza per indicare la circostanza che produce movimento; per la dinamica la forza è la circostanza che produce **accelerazione**. Il concetto di forza viene esteso da Galileo in modo da comprendere sotto di sé ogni evento che produca accelerazione. Che questo evento sia vicino o lontano, che agisca per contatto o a distanza, è secondario. È in virtù di questa ampia estensione del concetto galileiano di forza che si è resa possibile l'applicazione della meccanica ai fenomeni celesti. Mach tornerà a trattare queste questioni parlando di Newton. Qui però insiste molto su un aspetto del problema. L'ampliamento del concetto di forza è seguito alla constatazione del fatto: ciò che determina moto è sempre condizione di accelerazione. Si tratta di una scoperta compiuta da Galileo e compiuta per via sperimentale.

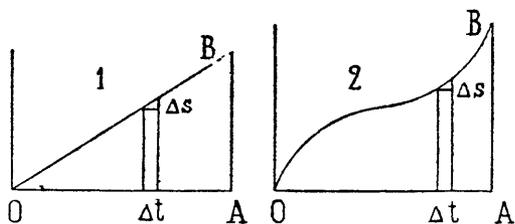
Non è affatto per sé evidente che le forze producano accelerazione. Le differenze di temperatura, per esempio, provocano velocità di trasmissione di calore, non però di accelerazione. Per pura deduzione logica nessuno potrebbe formulare delle ipotesi; solo l'esperienza può dare una risposta definitiva ⁵⁸.

⁵⁶ *ibidem*, pp. 128 ss. (pp. 158 ss.).

⁵⁷ *ibidem*, p. 130 (p. 160).

⁵⁸ *ibidem*, p. 133 (p. 163).

Il concetto di velocità, che Galileo trovò in uso, era legato al moto uniforme. Esso può essere così enunciato: se un corpo percorre in ogni secondo la stessa distanza c , in t secondi percorrerà $s = ct$. Chiamiamo velocità il cammino c percorso in ogni secondo e misuriamo questa velocità prendendo in considerazione un cammino qualunque e il tempo corrispondente. La formula è $c = s/t$. La velocità dunque si ottiene dividendo il numero che misura lo spazio percorso per quello che misura il tempo impiegato a percorrerlo. Mentre però nel moto uniforme abbiamo per la velocità il medesimo valore c , qualunque sia l'incremento dello spazio percorso, questo non accade nel moto accelerato, in cui otteniamo per la velocità differenti valori. In questo caso è necessario modificare il concetto di velocità. È quello che fece Galileo servendosi di elementi infinitesimali. Consideriamo l'incremento di spazio in un elemento di tempo molto piccolo in modo che l'elemento di curva della figura si avvicini alla linea retta, e si potrà considerare questo incre-



mento come uniforme. Definiremo allora la velocità in questo moto elementare come il quoziente del tempo elementare per il corrispondente elemento della distanza, cioè $\Delta s / \Delta t$. Con maggior precisione definiremo la velocità in un istante dato come il limite, al quale tende il quoziente $\Delta s / \Delta t$ quando gli elementi divengono infinitamente piccoli. Indichiamo tale valore limite con ds/dt . Questo nuovo concetto di velocità contiene il precedente come un caso particolare⁵⁹.

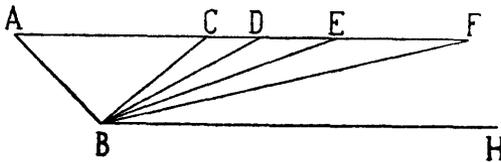
L'accelerazione $g = v/t$ indica l'accrescimento della velocità nell'unità di tempo nel moto uniformemente accelerato. Quando si cominciò a studiare i moti non uniformemente accelerati si dovette generalizzare il concetto di accelerazione, analogamente a quanto era accaduto

⁵⁹ *ibidem*, p. 135 (p. 165).

per il concetto di velocità. Mach svolge anche qui tutta la trattazione matematica ⁶⁰.

3. - Galileo. La scoperta della legge di inerzia.

Esaminiamo ora la scoperta della legge di inerzia. Essa dice: un corpo sul quale non agisce alcuna forza (circostante modificatrice di movimento) conserverà indefinitamente la sua velocità e la sua direzione. Questa legge che, secondo Mach, non ha in Galileo un ruolo importante, fu posta poi da Newton a capo della meccanica. Ecco il procedimento che Galileo segue ⁶¹. Considera un corpo che cade lungo un piano inclinato AB , e che poi per la velocità acquistata risale lungo un altro piano inclinato BC . Questo corpo sale e si innalza in tutti i piani inclinati BC , BD , ecc., sino ad arrivare al piano orizzontale passante



per A . Ma come l'accelerazione acquistata cadendo lungo BD è minore di quella acquistata lungo BC , così il rallentamento lungo BD è minore che lungo BC . Quanto più i piani BC , BD , BE , BF , si avvicinano al piano orizzontale, tanto minore diventa il rallentamento del corpo; di conseguenza la durata del moto diventa sempre maggiore. Sul piano orizzontale BH il rallentamento scompare del tutto (astrazione fatta dall'attrito e dalla resistenza dell'aria). Il corpo si muove indefinitamente con velocità costante. La legge d'inerzia esprime il caso limite di una serie di casi osservati. Mach dice che Galileo si servì qui, come in tutte le sue trattazioni, di un principio che può essere definito « principio di continuità » ⁶².

⁶⁰ *ibidem*, pp. 136 s. (pp. 166 s.).

⁶¹ *ibidem*, v. 8, p. 244.

⁶² E. MACH, *Die Mechanik*, p. 131 (p. 161). Mach si riferisce in particolare a due passi dei *Discorsi e dimostrazioni matematiche*, giornata terza (Ediz. Naz., v. 8, p. 243 e p. 244). Li riportiamo qui nella traduzione italiana a cura di L. Geymonat e A. Carugo, Torino 1958 (p. 249 e 251).

« Inoltre è lecito aspettarsi che, qualunque grado di velocità si trovi in un mobile, gli sia per sua natura indelebilmente impresso, purché siano tolte le cause

Il principio di continuità è un principio di ordine e di metodo. Se di due grandezze variabili consideriamo le due successioni di valori reciprocamente legate da una legge rigida, la relazione sussistente fra gli elementi delle due successioni vale per ogni coppia di elementi corrispondenti delle due successioni. Passando al limite otterremo la relazione valida nel caso limite. Si scopre allora che fatti e relazioni che apparivano del tutto diversi da quelli considerati e ordinati, costituiscono un membro della successione. Un elemento considerato isolatamente può sembrare del tutto dissimile, opposto rispetto ad un altro; ma se è sviluppato e dedotto da questo mediante un processo logico, si manifesta un vincolo che l'accomuna, piú saldamente fondato di quanto sarebbe se i due avessero in comune un elemento sensibile. Cosí accade nel ragionamento di Galileo, che considera il moto uniforme indefinito sul piano orizzontale come caso limite del moto di caduta su piani verticali. Questo procedimento è anche detto da Mach « esperimento mentale »⁶³.

Un'altra importante scoperta compiuta da Galileo è quella del moto parabolico. Il lancio orizzontale è la composizione di due movimenti indipendenti, uno orizzontale uniforme ed uno verticale uniformemente accelerato. Galileo arrivò alla scoperta della indipendenza dei movimenti in base a un'attenta osservazione dei fatti, e definí il parallelogramma delle forze. Il metodo della composizione ha avuto molte applicazioni: nel parallelogramma delle forze di Newton, nella composizione delle vibrazioni delle corde di Sauveur, nella composizione dei movimenti, nella propagazione del calore di Fourier. Quest'ultimo scienziato estese a tutto il dominio della fisica matematica il metodo di com-

esterne di accelerazione o di ritardamento; il che accade soltanto sul piano orizzontale; infatti nei piani declivi è di già presente una causa di accelerazione, mentre in quelli acclivi (è già presente) una causa di ritardamento; da ciò segue parimenti che il moto sul piano orizzontale è anche eterno; infatti, se è equabile, non scema o diminuisce, né tanto meno cessa ».

« Già sappiamo che il mobile, che discende per AB a partire dalla quiete in A , acquista gradi di velocità secondo il crescere del tempo; inoltre (sappiamo) che il grado di velocità acquistato in B è il massimo, e per sua natura immutabilmente impresso, rimosse beninteso le cause di nuova accelerazione o di ritardamento: vogliamo dire, di accelerazione, se (il mobile) procede ancora sul prolungamento del medesimo piano; di ritardamento allorché viene riflesso sul piano acclive BC ; ma sul piano orizzontale GH il moto continuerebbe equabile all'infinito, col grado di velocità acquistata in B nella discesa da A ».

⁶³ MACH, *Die Mechanik*, 156 (p. 184). Sull'esperimento mentale vedi *Erkenntnis und Irrtum*, pp. 183-200.

porre un fenomeno con l'aiuto di fenomeni parziali indipendenti gli uni agli altri, rappresentando tale fenomeno con un integrale generale che è la somma di integrali particolari.

4. - *La legge universale e il fatto particolare.*

Trattando del piano inclinato, Mach ha spiegato cosa egli intenda per principio euristico. Ora nel corso dell'esame del pensiero galileiano, definisce la natura della legge particolare desunta dall'osservazione.

Se noi scriviamo una tavola dei tempi, delle velocità acquisite e degli spazi percorsi, abbracciamo con un solo sguardo la legge⁶⁴.

t	v	s
1	g	$1 \cdot 1 \frac{g}{2}$
2	$2g$	$2 \cdot 2 \frac{g}{2}$
3	$3g$	$3 \cdot 3 \frac{g}{2}$
...

Infatti ci rendiamo conto che tra t , v , s si ripete lo stesso rapporto. Che può essere così espresso:

$$s = \frac{gt^2}{2}.$$

Con questa formula siamo in grado di costruire la tavola. Ecco cos'è precisamente la formula: *eine Herstellungsregel*. La tavola, con un colpo d'occhio, in un prospetto molto chiaro, ci fa vedere le relazioni che intercorrono fra t , v , s . La formula ci permette di ricordare il meccanismo con cui ricostruire la tavola, o un singolo momento di essa.

Poiché la facoltà di comprendere e la memoria di ognuno di noi sono limitate, è necessario ordinare il materiale. Se noi conoscessimo, per esempio, per ogni tempo della caduta lo spazio corrispondente, ne potremmo essere soddisfatti. Ma che memoria prodigiosa

⁶⁴ *ibidem*, pp. 137 s. (pp. 167 s.).

dovremmo avere per portarci in testa la tabella degli s e dei t ! Invece teniamo a mente la formula $s = \frac{gt^2}{2}$, cioè la regola di derivazione per la quale, conoscendo t , troviamo il corrispondente s , e che ci offre un sostituto della tabella assolutamente completo, molto comodo e compendioso. Questa regola di derivazione, questa formula, questa legge non ha in alcun modo un valore oggettivo superiore a quello dei singoli fatti presi insieme. Il suo valore consiste unicamente nella comodità dell'uso. Ha valore economico⁶⁵.

La legge non ci mette dunque a contatto con una realtà diversa, più profonda, che i singoli fatti. Essa non esprime una dimensione « essenziale » o « sostanziale » della realtà.

5. - Huygens. Il centro di oscillazione.

Per ingegno e vastità di interessi paragonabile in grandezza a Galileo, a questi forse superiore per genialità nel campo della geometria, inferiore solo nelle doti di filosofo. Con questo giudizio Mach inizia il suo discorso sullo scienziato olandese Christian Huygens. Di lui ricorda che enunciò la teoria ondulatoria della luce, e una teoria sulla gravitazione e sulla forma della terra; concluse, formulandone le leggi, gli studi sull'urto dei corpi; nell'importante opera del 1673, *Horologium oscillatorium*, esaminò un gran numero di problemi relativi al moto pendolare e oscillatorio: descrizione dell'orologio, movimento dei gravi su una cicloide, evoluzione o dimensione delle linee curve, centro di oscillazione, costruzione di un orologio a pendolo circolare e teoremi sulla forza viva⁶⁶.

Il maggior contributo dato da Huygens al progresso della meccanica è stata la determinazione del centro di oscillazione nel pendolo composto. Ecco come ha proceduto.

Supponiamo che attorno a un asse ruoti un corpo pesante, il cui centro di gravità cada fuori dall'asse; un tale corpo forma un pendolo

⁶⁵ « Diese Abteilungsregel, diese Formel, dieses "Gesetz" hat nun nicht im mindesten mehr sachlich Wert als die einzelnen Tatsachen zusammen. Der Wert desselben liegt bloss in der Bequemlichkeit des Gebrauches. Es hat einen ökonomischen Wert ». MACH, *Die Geschichte und die Wurzel*, p. 31.

⁶⁶ CH. HUYGENS, *Horologium oscillatorium, sive de motu pendulorum ad horologia aptato demonstrationes geometricae* (Paris 1673), in *Oeuvres complètes* pubblicate dalla Società olandese delle scienze, La Haye, v. 18 (1934). Trad. it. a cura di C. Pighetti, Firenze 1963.

composto. Ogni particella materiale di questo corpo, se fosse situata da sola alla medesima distanza dall'asse avrebbe una sua propria durata di oscillazione. A causa del legame delle sue parti, il corpo si muove come un tutto e la durata della sua oscillazione ha un valore unico e ben determinato. Immaginiamo molti pendoli di lunghezza diversa: i piú corti oscillano piú velocemente, i piú lunghi meno. Se li uniamo in modo da formare un solo pendolo, avverrà che il moto dei pendoli piú lunghi sarà accelerato, quello dei piú corti sarà ritardato; ne risulterà per l'insieme una media della durata di oscillazione. Avremo cosí un pendolo semplice di lunghezza intermedia fra la lunghezza dei piú lunghi e quella dei piú corti, la cui oscillazione avrà la stessa durata di quella del pendolo composto.

Quindi alla domanda: come si muove un pendolo composto? è possibile ora rispondere: il pendolo composto si muove come un pendolo semplice di lunghezza ridotta, con esso isocrono. Tale lunghezza del pendolo semplice è uguale alla distanza nel pendolo composto di un determinato punto dell'asse di sospensione. Malgrado il legame con gli altri punti, questo punto ha delle proprietà particolari. Oscilla come se fosse solo. È reversibile rispetto al punto di sospensione. È questo appunto il centro di oscillazione.

Mach mette in rilievo tre aspetti della trattazione di Huygens. In primo luogo il valore chiarificatore ed euristico che egli attribuisce al principio galileiano secondo cui i corpi non possono, in virtù delle velocità di discesa, salire piú in alto del punto da cui sono caduti. Applicando questo principio alle masse che formano il pendolo composto, egli ha stabilito che il loro centro di gravità non può superare l'altezza da cui è disceso (vincolate o no che esse siano)⁶⁷.

In secondo luogo Mach si sofferma ad esaminare l'applicabilità del principio, che è molto vasta, ed è stata ricca di molti frutti. Si può dire che tutti i piú importanti principi della meccanica moderna siano stati scoperti in relazione al problema del centro di oscillazione. Esso permette di considerare piú corpi in movimento agenti gli uni sugli altri, e viene quindi a completare i principi galileiani, che sono sufficienti sino a quando è preso in considerazione un corpo solo. Permette anche di conoscere tutto il movimento di un sistema. Infatti, data una velocità impressa, sono determinate tutte le altre, ed è data l'altezza di salita del

⁶⁷ MACH, *Die Mechanik*, pp. 167 s. (pp. 194 ss.).

centro di gravità. Inversamente, la velocità di qualsiasi massa è determinata quando sia conosciuta l'altezza del centro di gravità. Insomma, se in un pendolo conosciamo la velocità corrispondente a una data distanza di caduta, con ciò conosciamo tutto il suo movimento⁶⁸. Ancora, il pendolo composto produce piccole oscillazioni isocrone, adatte alla misura del tempo. Lo studio di queste oscillazioni infinitamente piccole ha portato alla constatazione che la loro durata è determinata da due fattori: il momento d'inerzia e il momento statico. La conoscenza del momento d'inerzia ci risparmia la considerazione particolare di ciascuna delle masse che formano il sistema.

Il terzo punto su cui Mach si sofferma è questo. Nel principio huygeniano è contenuta la conoscenza che il lavoro è la condizione determinante la velocità, o per meglio dire la forza viva. Ad Huygens spetta dunque il riconoscimento di aver posseduto un chiaro concetto di lavoro⁶⁹.

6. - *Newton. La scoperta del concetto di massa.*

Newton ha contribuito in due modi al progresso della meccanica. Prima di tutto con la scoperta della gravitazione universale ha molto esteso il dominio della fisica meccanica; poi ha dato l'enunciazione definitiva dei principi. Si può dire che dopo di lui non è stato formulato alcun principio meccanico sostanzialmente nuovo, e che il lavoro compiuto dai suoi successori è stato solo uno svolgimento formale e matematico, una deduzione condotta sulla base dei principi che egli aveva statuito⁷⁰.

Newton ha definito la natura dell'accelerazione che determina il moto curvilineo dei pianeti intorno al sole, dei satelliti intorno ai pianeti. Ha scoperto che la stessa accelerazione che regola la caduta di una pietra, impedisce alla luna di allontanarsi in linea retta dalla terra (mentre d'altra parte la velocità tangenziale le impedisce di cadere sulla terra). Ha cioè chiarito l'identità della gravità terrestre e della gravitazione universale. Questa scoperta è legata alla definizione del concetto di massa e alla generalizzazione del concetto di forza, nel modo che Mach chiarisce.

⁶⁸ *ibidem*, pp. 171 s. (p. 199 s.).

⁶⁹ *ibidem*, pp. 244 ss. (pp. 265 ss.).

⁷⁰ *ibidem*, p. 179 (p. 207).

Fra i progressi compiuti da Newton rispetto ai suoi grandi predecessori c'è quello dell'enunciazione del concetto di massa, come di un nuovo concetto meccanico⁷¹. Come Newton sia pervenuto a questa scoperta Mach spiega estesamente nella terza sezione del capitolo secondo della *Meccanica*.

Keplero aveva stabilito le tre leggi fondamentali del moto planetario. La seconda legge fu spiegata da Newton con l'affermazione dell'esistenza di un'accelerazione costante che devia il corpo celeste dalla linea retta. Tale affermazione — nota Mach — era del tutto naturale una volta che si fosse acquisito il punto di vista di Galileo e di Huygens. La terza legge di Keplero non è altro, allora, che la misura di tale accelerazione. Ma Newton osò compiere un altro passo: l'accelerazione che determina il moto curvilineo dei pianeti intorno al sole, e dei satelliti intorno ai pianeti è della stessa natura della gravità che ci è ben nota nel moto locale sulla terra. Esiste dunque un'accelerazione gravitazionale: questo è per Newton un dato di fatto, non riducibile ad altro. La scoperta della massa è legata a questa generalizzazione del concetto di gravitazione. Vediamo come.

Nel moto dei gravi riconosciamo l'influenza di due distinti elementi: il peso del grave e le condizioni iniziali del suo moto. Galileo stabilì dapprima la legge della caduta libera, provando che la variazione di velocità lungo la verticale è costante. Per studiare poi il caso generale dei gravi comunque lanciati fu guidato dal concetto della indipendenza degli effetti. Egli intuì che come nella caduta libera si verifica una variazione di velocità sempre costante e quindi indipendente dai valori diversi della velocità stessa, così analogamente debba avvenire nel caso generale dei gravi lanciati, e l'esperienza confermò questa sua intuizione. Alla costanza della variazione di velocità si collega il fatto che è costante anche il peso del grave, in ogni possibile condizione di moto; e si è così tratti a considerare la costante variazione di velocità (accelerazione) come dovuta all'incessante azione della forza « peso », che si manifesta nello stesso modo qualunque sia la velocità del mobile. In altri termini, su un punto materiale soggetto soltanto al proprio peso agisce soltanto una forza costante diretta come la verticale discendente. Galileo dimostrò sperimentalmente che l'accelerazione che subisce un punto materiale per effetto del suo peso è la stessa per tutti i corpi, indipendentemente

⁷¹ *ibidem*, pp. 188 ss. (pp. 215 ss.).

dalla posizione del punto (in una regione non troppo estesa) e dalla sua velocità.

La legge della proporzionalità tra forza e accelerazione fu stabilita originariamente nell'ambito di esperienze locali. La prima estensione compiuta da Newton è quella che trasferisce la legge della proporzionalità tra forze e accelerazione fuori da tale ambito. In questo caso, però, quando si esca dalla sfera delle esperienze più immediate, il peso resta costante? No, il peso non è più costante, come prova un'osservazione immediata e facilissima. L'esperienza però ci presenta un altro fattore costante indipendente dalla velocità, che è la massa. Trasferendoci da un campo di fatti ad un altro, dalla considerazione di un tipo di forza a un altro, sostituiamo una costante all'altra. L'analogia è perfettamente valida. La controprova si ha nel fatto, confermato dall'esperienza, che nello stesso luogo della terra massa e peso sono in rapporto di proporzionalità. Insomma, se si tiene conto che il peso subisce per lo spostamento di luogo piccole variazioni paragonabili a quelle di g , e inoltre che in un dato luogo il rapporto dell'intensità della forza sollecitante con la conseguente accelerazione scalare non dipende dalla forza considerata, si è condotti ad affermare — mediante una nuova estensione del principio di indipendenza — che il rapporto p/g è un carattere intrinseco dipendente dalla natura materiale del punto, ma indipendente da qualsiasi influenza locale; p/g è la massa = m . La constatazione che lo stesso corpo possa, mutando luogo, avere accelerazioni diverse, così come insegna la nuova teoria, porta subito a pensare che il peso sia variabile, mentre lo si era sempre ritenuto una proprietà invariabile del corpo. I concetti di peso e di massa sono così nettamente distinti. In particolari circostanze — nello stesso luogo della terra — la massa, cioè « la proprietà determinante il movimento diversa dal peso », può essere misurata dal peso⁷².

Misurare la massa mediante il peso — osserva Mach — significa misurarla ricorrendo alla forza-pressione. Noi siamo sensibili a ogni minimo aumento o diminuzione di pressione, ma la nostra sensazione ci dà solo una misura molto grossolana e inesatta della intensità di essa. Una misura esatta e veramente utile risulta dalla constatazione che ogni peso può essere sostituito dalla pressione di una somma di pesi simili e commisurabili. Ogni pressione può essere equilibrata dalla pressione di pesi omogenei. Consideriamo due corpi m ed m' animati in direzioni

⁷² *ibidem*, p. 190 (p. 218).

opposte dalle accelerazioni φ , φ' determinate da circostanze esterne. Siano tali corpi legati mediante un filo. Se si stabilisce l'equilibrio, l'accelerazione φ di m e l'accelerazione φ' di m' sono annullate dalla interazione. In questo caso $m\varphi = m'\varphi'$. Se poi $\varphi = \varphi'$, come nel caso in cui i corpi sono abbandonati all'accelerazione di gravità, si avrà $m = m'$ anche nel caso di equilibrio. È indifferente che si faccia agire i corpi legati tra loro direttamente mediante un filo, o mediante un filo passante per una puleggia o mettendoli sui piatti di una bilancia ⁷³.

Arrivato a questo punto, Newton compie una seconda estensione. « Per studiare il movimento di più corpi, bisogna compiere una estensione dei principi ». Dalla considerazione di un corpo su cui agisce una forza costante, passa alla considerazione di due corpi che si imprimono mutuamente variazioni di velocità. Estendendo a questo caso le leggi galileiane di cui si è detto, è possibile conservare il concetto di massa? Cosa è ora precisamente « massa »?

Mach ragiona così. La sola azione mutua determinata univocamente è la comunicazione di velocità uguali e opposte dirette secondo la retta che unisce i due corpi. Questa azione mutua, definita come azione dinamica, non dipende dall'influenza di un terzo corpo o da quella dell'operatore, né dalla dimensione o dal volume dei corpi; né varia per possibili oscillazioni o deformazioni dei corpi messi in relazione, né infine per la velocità a cui tali corpi potrebbero essere sottoposti ⁷⁴. Ciò significa che pure in questo caso si presenta un fattore costante di proporzionalità. Se confrontiamo due masse costituite dalla stessa sostanza omogenea (che presenta la stessa densità in ogni punto), esse risultano proporzionali ai rispettivi pesi (locali), ossia ai rispettivi volumi. Se invece ci riferiamo a masse m_1 , m_2 di qualsiasi costituzione materiale e le immaginiamo in azione reciproca, avremo le rispettive accelerazioni a_1 , a_2

$$F = m_1 a_1 ; \quad F = m_2 a_2 .$$

A parità di sollecitazione le accelerazioni (scalari) sono inversamente proporzionali alle rispettive masse. La massa indica il grado di resistenza dei corpi a risentire gli effetti dinamici, cioè la loro inerzia. Il concetto di massa (inerziale) è dunque legato a quello di azione reciproca e di accelerazione relativa.

⁷³ *ibidem*, p. 215 (p. 239).

⁷⁴ *ibidem*, p. 197 (p. 223).

Sotto questo concetto di massa inerziale rientra quello di massa gravitazionale; Mach dice che ne è una conseguenza in particolari condizioni. Se l'accelerazione è causata dalla gravità terrestre, corpi aventi uguale massa inerziale sono attirati con ugual forza dalla terra, cioè hanno uguale peso. Concludendo, Newton distingue le due masse e possiede chiaro il concetto di massa inerziale.

7. - *Newton. Generalizzazione del concetto di forza.*

Il concetto di forza entra nella meccanica come un concetto statico, cioè come concetto di trazione o di pressione. Forze sono, per esempio, quelle esercitate da una corda, da qualsiasi tipo di spinta o di trascinamento. Queste forze ci appaiono « naturali ». Ciò significa soltanto che l'esperienza passata ci pone in condizione di prevedere quel che accadrà, senza bisogno di ricorrere a calcoli matematici. La nozione di forza è quindi legata a immagini e a rappresentazioni che ci vengono da esperienze quotidiane, semplicissime. Questa nozione ha addirittura qualcosa di antropomorfo⁷⁵. La storia della scienza, come ci costringe ad accettare l'origine rappresentativa e volgare del concetto di forza, così ci indica il modo con cui le limitazioni, che quella origine comportava, furono superate.

Anche nel caso della forza — come in quello già considerato della massa — si entra in un piano scientifico quando vengono introdotti dei criteri di misura. Misura della forza è il peso. In molti casi — dice Mach — possiamo sostituire le circostanze che determinano il movimento nella natura con le nostre sensazioni, e così acquistare la nozione di una gradazione nell'intensità delle forze. Se però vogliamo precisare e misurare questa intensità, possiamo fare affidamento solo sulla nostra memoria e non siamo in grado di comunicare le nostre impressioni. Quando ci rendiamo conto che è possibile sostituire col peso ogni circostanza che determini movimento, arriviamo alla conclusione che tutte le forze sono grandezze della stessa specie che possono essere sostituite e misurate mediante pesi. Il peso che è misurabile ci fornisce un indice comodo, sicuro e comunicabile; nella serie dei fenomeni meccanici esso rende esattamente lo stesso servizio, che nella serie dei fenomeni di calore rende il termometro sostituendo le nostre sensazioni di caldo e di freddo.

Possiamo allora definire: Forza è una circostanza determinante mo-

⁷⁵ *ibidem*, pp. 74 s. (pp. 106 s.).

vimento e che possiede gli attributi qui di seguito elencati. La direzione della forza è la direzione del movimento determinato solo dalla forza data; il punto di applicazione è il punto del corpo, il cui movimento è determinato indipendentemente dai suoi legami; la grandezza della forza è il peso che, applicato al punto dato e agendo secondo la direzione data (con l'aiuto di un filo) determina lo stesso movimento o conserva lo stesso equilibrio.

La possibilità di misurare le forze è stata la ragione della possibilità di estendere il concetto di forza anche a fenomeni che non sono di pressione o di impulso, e quindi di generalizzare il concetto stesso. Questa generalizzazione fu compiuta da Galileo e da Newton. Galileo studiò la caduta dei gravi e ne enunciò i principi fondamentali. Definì forza la circostanza a cui si deve l'accelerazione dei corpi che cadono sulla terra. Modificò e ampliò i concetti tradizionali introducendo quelli di velocità istantanea e di accelerazione istantanea, particolarmente utili per lo studio dei moti non uniformemente accelerati. Newton aggiunse alle forze già conosciute quella di attrazione fra i corpi celesti. L'anello logico che ha permesso di compiere questa saldatura fu, secondo Mach, proprio il possesso di un chiaro concetto di accelerazione.

Galileo aveva messo in evidenza nei fenomeni naturali il fatto che l'accelerazione è prodotta dalle circostanze che determinano il moto. Newton, con grande audacia di pensiero e magnifico slancio della fantasia, ha affermato che l'accelerazione dei pianeti intorno al sole, e dei satelliti intorno ai pianeti, non è molto diversa da quella di gravità che ci è ben nota ⁷⁶.

Di conseguenza anche ciò che produce il moto dei pianeti e dei satelliti può essere definito « forza ». È la forza di attrazione, la forza a distanza. Anche per essa valgono le formule galileiane. Ne risultò che « tutte le circostanze che determinano movimento, cioè la gravità terrestre, l'attrazione dei pianeti, o l'azione dei magneti ecc. determinano anche accelerazione ».

In questo modo le scoperte di Newton resero accettabile più di

⁷⁶ « Newton scoprì che la stessa accelerazione, che regola la caduta di una pietra, impedisce alla luna di allontanarsi in linea retta dalla terra, mentre d'altra parte la velocità tangenziale le impedisce di cadere sulla retta. Il movimento della luna fu dunque considerato in modo del tutto nuovo e nello stesso tempo riportato a un concetto già noto; questo nuovo modo di considerare il problema affascinò perché riunisce oggetti sino allora considerati completamente diversi, e convinse in quanto ne considerava gli aspetti più noti »: *ibidem*, p. 183.

quanto lo fosse stata fino allora la generale applicabilità del concetto galileiano di forza. Nessuno poteva più pensare che questo concetto si riferisse solo alla caduta dei gravi e ai fenomeni più immediatamente connessi con questi. La generalizzazione si effettuò, per così dire, da sé, e non suscitò particolari problemi.

Anzi, osserva Mach, i risultati che Newton aveva ottenuto nell'astronomia ponendo come fondamenti della deduzione le forze a distanza, mutarono in modo notevole lo stato della scienza; gli scienziati presero l'abitudine di considerare le forze a distanza come il dato da cui inizia ogni spiegazione. Furono cercate forze a distanza in tutti gli altri campi della fisica, e si pensò che i corpi siano costituiti di particelle separate che agiscono attraverso lo spazio vuoto. Infine con l'azione a distanza si spiegò la resistenza che i corpi oppongono alla pressione e all'urto; questo significa che l'azione a distanza spiegò l'azione per contatto. Quest'ultima, a causa della sua discontinuità, è rappresentata da formule più complicate che l'altra.

Possedendo il concetto di massa e la misura dell'accelerazione fu possibile a Newton dare una definizione dinamica della forza, e pervenire a una misura dinamica di essa. Misura della forza è la quantità di movimento (massa per accelerazione acquistata nell'unità di tempo). Ne segue che corpi agenti l'uno sull'altro si imprimono in tempi uguali quantità di movimento uguali e contrarie, e si comunicano velocità inversamente proporzionali alle loro masse⁷⁷. In questo modo, mediante precise misure, il concetto di forza ha superato i limiti della prima definizione, fondata su impressioni immediate di pressione.

8. - *Newton. Il principio di azione e reazione.*

Forse il più importante contributo dato da Newton per quanto riguarda la sistemazione dei principi meccanici, è l'enunciazione chiara e generale del principio dell'uguaglianza di azione e reazione. Tale principio, come quello che Huygens usò per la ricerca del punto di oscillazione, permette di risolvere problemi che riguardano il movimento di più corpi⁷⁸.

Un corpo che esercita su un altro una pressione o una trazione, riceve da questo una pressione o trazione uguale e contraria: questo

⁷⁷ *ibidem*, p. 193 (p. 220).

⁷⁸ *ibidem*, pp. 193 s. (pp. 220 s.).

è il principio di Newton. Pressione e contropressione, forza e controforza sono sempre uguali fra loro. Poiché Newton ha definito come misura della forza la quantità di moto, o movimento (massa per accelerazione) acquisita nella unità di tempo, ne segue che corpi agenti l'uno sull'altro si comunicano in tempi uguali quantità di moto uguali e contrarie, ossia si comunicano velocità contrarie inversamente proporzionali alle loro masse.

Il principio di Newton contiene esperienze non analizzate e fatti istintivi. Sono: la percezione istintiva della connessione di pressione e contropressione; il fatto che i corpi resistano alle varietà di velocità indipendentemente dal loro peso, ma proporzionalmente a esso; l'osservazione che i corpi di peso maggiore ricevono sotto uguale pressione velocità minori.

Mach osserva che enunciazioni del concetto di massa e del principio di reazione dipendono l'una dall'altra, tanto che l'una suppone l'altra ⁷⁹.

Torna così a essere provata l'importanza del concetto di massa. Su questo argomento Mach tornerà più volte, come vedremo, esaminandolo da diversi punti di vista.

IV. - DEDUZIONE E FORMALIZZAZIONE.

1. - *I principi generalissimi.*

I principi newtoniani sono sufficienti per risolvere qualsiasi problema meccanico che si possa presentare, tanto di statica, quanto di dinamica. Le difficoltà che si possono incontrare nel corso della trattazione sono sempre soltanto di ordine matematico, e in nessun caso concernono questioni di fatto. Con un solo e identico procedimento possiamo riprodurre e prevedere tutti i casi di equilibrio e di moto, e allora in tutti i fenomeni meccanici descritti intervengono le stesse grandezze. Deduzione è appunto questo procedimento per cui i fenomeni complicati sono riprodotti nella mente, in quanto sono considerati composti di elementi più semplici, già conosciuti mediante precedenti osservazioni ⁸⁰. Mach precisa che nei fenomeni più complessi noi cerchiamo le accelerazioni, che le masse determinano l'una sull'altra. È questo « il grande fatto » che riconosciamo nei più diversi fenomeni o che possiamo

⁷⁹ *ibidem*, p. 194 (p. 221).

⁸⁰ E. MACH, *Die Mechanik*, p. 409 (p. 424).

riconoscere, se lo vogliamo. I fenomeni elastici, i fenomeni vibratorii, i fenomeni di urto rientrano sotto le leggi newtoniane. Con l'estensione dei principi la meccanica ha raggiunto unità, omogeneità ed economia, ed anche una fecondità che era impossibile prima di Newton.

I fisici matematici però — prosegue Mach — hanno elaborato altri procedimenti e li usano perché li trovano più comodi di quello newtoniano. Dopo Newton sono stati formulati alcuni nuovi principi. Mach insiste sul fatto che essi non danno conoscenze nuove sui processi meccanici. Nuovo è il modo con cui questi processi sono considerati, e nuove sono le tecniche matematiche con cui vengono trattati. (Perciò egli preferisce chiamarli teoremi e non principi).

Qualcuno di questi teoremi o principi gode di tale generalità, da permettere una sistemazione di tutta la scienza meccanica sul suo fondamento. È questo il caso del teorema della conservazione della forza viva (come abbiamo visto alle pp. 81 ss.), o di quello degli spostamenti virtuali (alle pp. 106 ss.).

Un principio che ha avuto una particolare importanza per la sua vasta generalità, e per le sue molte applicazioni è il principio di d'Alembert⁸¹. Esso fu formulato nel 1743 nel *Traité de dynamique* e dice: Si può passare dalle equazioni di equilibrio di un sistema alle equazioni dinamiche, sostituendo nelle prime alle forze attive le forze perdute. Questo principio riduce l'impostazione di ogni questione dinamica alla corrispondente questione statica, permettendo di scrivere con una regola semplicissima le equazioni di movimento di un sistema, quando se ne conoscano quelle di equilibrio. Per valutarne il significato, Mach ne ricorda l'origine. Il principio o teorema di d'Alembert raccoglie in forma generalizzata alcune particolari scoperte che grandi fisici, contemporanei o posteriori a Huygens, compirono occupandosi di questioni relative al centro di oscillazione. Queste ricerche nacquero dal desiderio di sostituire alla trattazione di Huygens, che sembrava non del tutto convincente, un'altra di immediata evidenza. Le conoscenze sperimentali acquisite in occasione delle ricerche sull'equilibrio avevano attirato l'attenzione degli scienziati sulle azioni mutue dei corpi vincolati, e con ciò avevano aperto la strada alla soluzione dei problemi sul moto dei punti vincolati. Il teorema in questione esprime in forma generale quello che già i Bernoulli, Giacomo e Giovanni, avevano scoperto. Perciò — spiega

⁸¹ *ibidem*, pp. 331-341 (pp. 344-354).

Mach — non potrebbe essere applicato là dove queste conoscenze sperimentali non fossero piú sufficienti. Quindi la generalità del principio non esclude, ma al contrario suppone ricerche particolari. Esso permette una trattazione rapida e facile dei problemi, proprio perché si riferisce a conoscenze già possedute. Si può quindi concludere che il teorema di d'Alembert ha un valore economico: ci permette di economizzare del lavoro intellettuale. Citiamo le parole di Mach.

Esso non può in alcun modo risparmiarci la fatica di una precisa conoscenza dei fatti fondata su una minuziosa ricerca sperimentale. Arriveremo a possedere questa conoscenza esaminando direttamente il nuovo fenomeno che si presenta, o riportandolo a conoscenze che già possediamo. Inoltre, questo teorema non ci insegna nulla che non potremmo apprendere per altra via. Ha valore economico, nel senso che ha il valore di *uno schema da usare per la soluzione di problemi*, schema che ci risparmia la fatica di riflettere su ogni singolo caso, in quanto dà l'indicazione per utilizzare conoscenze sperimentali a noi già note. Insomma, il teorema non ci mette in grado di approfondire la conoscenza dei fenomeni, quanto piuttosto di averne una padronanza pratica ⁸².

Altri principi molto generali sono i cosiddetti principi variazionali. Essi statuiscono che il moto reale è univocamente determinato rispetto ai moti possibili dalla proprietà di rendere minima, o stazionaria, una grandezza opportunamente scelta che ha le dimensioni di una *azione*. Principi variazionali sono quelli di minima azione di Maupertius, di Eulero, e di Hamilton, quello della minima costrizione dei vincoli formulato da Gauss. Mach li esamina singolarmente sotto l'aspetto formale e matematico.

Mach accenna alla polemica cui diedero origine le memorie di Maupertius sulla minima azione ⁸³. Questa polemica a cui — com'è noto — parteciparono molti famosi scienziati e filosofi, fu scatenata soprattutto dalle parole con cui Maupertuis presentò il suo principio, attribuendo alla natura una tendenza all'economia, una ricerca dei procedimenti piú brevi, o meno dispendiosi, un finalismo, dunque. E risalì da tali caratteri dei processi naturali all'esistenza di un Creatore perfettissimo. Secondo Mach l'aspetto veramente interessante del dibattito è

⁸² *ibidem*, p. 339 (p. 352).

⁸³ P. L. DE MAUPERTUIS presentò nel 1744, all'Accademia delle Scienze di Parigi, *Accord de différentes lois de la Nature qui avoient jusqu'ici paru incompatibles*; nel 1747 all'Accademia berlinese *Des lois du mouvement et du repos*.

costituito dal comportamento di Eulero. Egli considerò il principio proposto da Maupertius per quello che esso veramente valeva: una formula, un metodo nuovo per affrontare alcuni problemi meccanici. Vide che era difettoso per una imprecisa formulazione matematica, e lo corresse. Lo usò poi così corretto, conservandogli il nome di *principio di Maupertuis*. Mach dice che Eulero agì da grande scienziato, lasciando una preziosa indicazione a chi cerca di scoprire le forze costruttrici del progresso scientifico⁸⁴. Maupertuis aveva definito l'azione come somma dei prodotti di *massa, velocità, percorso*. Eulero cercò una espressione la cui variazione, uguagliata a zero, fornisca le equazioni già note nella meccanica. Per un solo corpo che si muove sotto l'azione di forze trovò l'espressione cercata nella formula $\int v ds$, dove ds denota l'elemento dello spazio e v la velocità corrispondente. Per la traiettoria effettivamente percorsa dal corpo, l'espressione è minore che per ogni altra traiettoria infinitamente contigua avente gli stessi estremi. Questa stessa formula, opportunamente mutata, dà le espressioni di qualsiasi moto⁸⁵. In molte e importanti memorie Eulero definì metodi molto generali per risolvere i problemi di massimo e di minimo⁸⁶.

Qual è, dunque, il significato dei principi meccanici generalissimi? La tesi di Mach è che essi non colgono una realtà più profonda, né un'essenza intima dei fenomeni più di quanto facciano le leggi particolari. Assicurano non una conoscenza migliore dei fatti osservati, ma una più comoda padronanza dei problemi matematici che li riguardano. La loro scoperta non precede, ma segue l'osservazione dei singoli fenomeni e la formulazione di leggi empiriche. Rispetto a queste leggi, hanno il vantaggio di offrire schemi uniformi per la soluzione di un certo numero di problemi. Sono dunque degli *schemi risolutivi*. Poiché rendono la soluzione dei problemi meccanici più rapida e più uniforme, si può dire che posseggono un valore economico. L'economia dunque non appartiene ai processi naturali, bensì ai processi con cui la nostra mente unifica e uniforma un gruppo di leggi relative a un dominio di fatti o a più domini.

Il principio di d'Alembert infatti ha reso possibile riportare tutta

⁸⁴ E. MACH, *Die Mechanik*, p. 436 (p. 449).

⁸⁵ *ibidem*, pp. 363 s. (pp. 377 s.).

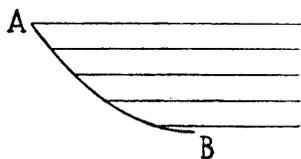
⁸⁶ L. EULER, *Problematis isoperimetrici solutio generalis*, in « *Commentarii Academiae Petropolitanae* », 1738; *Methodus inveniendi lineas curvas maximi minime proprietate gaudentes*, Lausanne 1744.

la dinamica sotto il principio statico degli spostamenti virtuali. Il principio di minima azione (nella forma hamiltoniana) ha trovato amplissima applicazione, anche fuori dei confini della meccanica: non solo nella dinamica dei corpi rigidi ed elastici, dei fluidi e dei gas, ma anche nell'elettricità, nel magnetismo, e nell'ottica. Oggi potremmo aggiungere che il principio si è rivelato particolarmente fecondo nell'ambito della teoria della relatività e della teoria dei quanti.

2. - Il calcolo delle variazioni.

Il possesso di validi strumenti matematici permette la rigorosa trattazione di problemi fisici, eliminando ogni ricorso a teorie o ipotesi metafisiche. Questa è una delle idee basilari del pensiero machiano, ribadita ora a proposito della trattazione dei problemi di massimo e di minimo. Lo sviluppo del calcolo differenziale e del calcolo delle variazioni è indubbiamente legato ai cosiddetti problemi isoperimetrici, che hanno molto interessato gli scienziati tra la fine del diciassettesimo e l'inizio del diciottesimo secolo⁸⁷.

Fermat pose il problema della rifrazione della luce sotto la forma di un problema di minimo. Lo risolse col cosiddetto metodo delle tangenti, che « contiene in germe il calcolo differenziale »⁸⁸. L'applicazione dell'algoritmo a problemi di fisica meccanica ricevette un forte impulso da un complesso di ricerche e di studi, cui diede occasione nel



1696 Giovanni Bernoulli proponendo il seguente problema della brachistocrona. Determinare la traiettoria che deve seguire un corpo puntiforme soggetto alla sola azione di gravità, per scendere nel minor tempo possibile da un punto prefissato A ad un altro B pure prefissato.

Giovanni Bernoulli risolse il problema servendosi di una certa analogia tra il movimento di caduta dei gravi e quello di propagazione della luce⁸⁹. Il fratello Giacomo propose un metodo di risoluzione

⁸⁷ E. MACH, *Die Mechanik*, p. 409 (p. 424).

⁸⁸ *ibidem*, p. 411 (p. 426). Vedi P. FERMAT, *Varia Opera Mathematica*, v. 1, Paris 1894.

⁸⁹ JEAN BERNOULLI, *Solutio problematis a se in Actis 1696 p. 269 propositi, de inveniendâ linea brachistochrona*, in *Opera Omnia*, v. 1, pp. 187 ss.

avente carattere di maggiore generalità⁹⁰. Ci si rese subito conto che il problema della brachistocrona era nuovo. Mentre sino allora nei problemi trattati con il calcolo differenziale, la quantità che deve essere minima dipendeva soltanto da una o più variabili numeriche, nel problema proposto la quantità presa in considerazione, cioè il tempo della discesa, dipende dalla intera curva. Ciò crea una differenza essenziale e mette il problema fuori dalla portata del calcolo differenziale e di ogni altro metodo allora noto. La novità del problema affascinò i matematici dell'epoca tanto più in quanto accertarono che la curva cercata era la cicloide, una curva recentemente scoperta. Le soluzioni diverse proposte dai due fratelli Bernoulli diedero occasione a molte discussioni e a ricerche spesso geniali.

In modo particolare vanno ricordate le ricerche di Eulero, che con lo scritto del 1738 *Problematis isoperimetrici solutio generalis* ha posto i fondamenti del moderno calcolo delle variazioni. Lagrange è riuscito poi ad eliminare ogni considerazione geometrica, e a ridurre il problema nei termini dell'analisi. Mach dà una trattazione del calcolo delle variazioni, sulla base dello scritto lagrangiano *Essai d'une nouvelle méthode pour déterminer les maxima et minima des formules intégrales indéfinies*, che fu pubblicato nelle memorie dell'Accademia torinese delle scienze nel 1762, e con l'aiuto dei chiarimenti introdotti da L. Lindelöf, *Leçons de calcul des variations* (Parigi, 1861) e da J. Jellet, *Treatise on the Calculus of Variations* (Dublino, 1850).

Per la fisica moderna il calcolo delle variazioni è stato uno strumento di grande potenza. Esso ha trovato molte applicazioni non solo in meccanica, ma anche in altri domini.

3. - *La Meccanica Analitica.*

Tutto il secolo XVIII sentì vivo il bisogno di una nuova sistemazione della meccanica razionale. Quasi alla fine di esso tale impresa fu portata a termine in modo mirabile da Lagrange con la sua *Mécanique Analytique*. Di essa Mach loda le perfette trattazioni matematiche, l'impianto dato all'organizzazione della materia, la vasta parte concessa alle considerazioni di carattere storico⁹¹.

⁹⁰ JACQUES BERNOULLI, *De curva celerrimi descensus*, in *Opera Omnia*, Genève 1744, v. 2, pp. 768 ss.

⁹¹ E. MACH, *Die Mechanik*, p. VII, pp. 444 ss. (p. 28, pp. 457 ss.).

Nella *Mécanique* Lagrange è riuscito ad esporre compiutamente tutte le conoscenze fisiche ai suoi tempi sicuramente possedute, e riguardanti i domini della statica, idrostatica, dinamica e idrodinamica. Ponendo a capo della fisica il principio degli spostamenti virtuali ha dato un ordine sinottico a una enorme massa di fatti osservati. Ognuno di essi ha il suo posto nel sistema, e può essere ritrovato con il minimo sforzo intellettuale.

Lagrange ha abbandonato la considerazione delle figure, e il metodo sintetico di trattazione. Ha dato alle leggi forma di equazioni differenziali. E ha ridotto la teoria meccanica a formule generali. Sicché il singolo caso considerato è portato sotto una formula e trattato secondo un metodo molto chiaro. Il lavoro che resta da fare dopo l'applicazione della regola è quello di un calcolo eseguibile anche macchinalmente. Il possesso che Lagrange aveva del linguaggio matematico gli ha permesso la codificazione perfetta di tutta la fisica. Facendo della meccanica un ramo dell'analisi (secondo la sua nota espressione), ha indicato il modo, o uno dei modi, per realizzare l'unità del sapere scientifico.

Il contributo dato da Lagrange alla meccanica — dice Mach — può essere definito economico. La *Meccanica Analitica* non contiene nuove scoperte di principio sui fenomeni meccanici; la sistemazione seguì la conoscenza dei principi. Lo scopo che Lagrange si propose e che ha raggiunto è la perfetta padronanza pratica di tutti i problemi meccanici, che si presentano o possono presentarsi ⁹².

V. - CONCLUSIONI SULLA TEORIA MECCANICA.

1. - *La teoria meccanica e l'economia.*

Cerchiamo ora di ricapitolare quanto è stato fin qui detto sulla economicità della teoria fisica. Mach ha esaminato la teoria meccanica nel suo duplice aspetto semantico e sintattico. Se la si considera come somma di conoscenze, si deve dire che la meccanica è conoscenza adeguata, finita, e definitiva di quel dominio di fatti per il cui studio è nata, i fenomeni di equilibrio e di moto. È una conoscenza adeguata giacché è riuscita, mediante il lungo lavoro di generazioni di ricercatori, a scoprire e a misurare le condizioni che determinano tali fenomeni. È

⁹² *ibidem*, p. 456 (p. 468).

una teoria finita perché comprende un numero ben preciso di proposizioni e di principi: la statica è tutta compresa in quattro leggi, la dinamica è tutta esposta nelle leggi che Newton formulò nei suoi *Principia*. È una conoscenza definitiva appunto perché adeguata e finita. Nella meccanica si è raggiunto « un perfetto adattamento del pensiero ai fatti ».

Per quanto riguarda l'aspetto sintattico, Mach insiste nel dire che il momento della sistemazione è stato successivo a quello della scoperta. La teoria non è stata punto di partenza per la ricerca, ma l'ha seguita. La storia della meccanica ci fa vedere come la sistemazione sia avvenuta in vari modi. Le stesse leggi possono essere dedotte da principi diversi. Addirittura alcuni principi della meccanica sono deducibili gli uni dagli altri, giacché non esprimono che aspetti diversi degli stessi fatti. Essi sono perciò equivalenti. Così, per esempio, dal principio di d'Alembert si può ricavare quello di Hamilton, e viceversa; dal principio dei lavori virtuali e dal principio di minima azione è deducibile la legge della conservazione delle forze vive. La sistemazione dei principi e delle leggi è sempre stata legata agli strumenti matematici che la cultura scientifica del tempo metteva a disposizione. Newton ha usato il metodo deduttivo euclideo per l'ordinamento dei principi, e insieme, il procedimento sintetico per la trattazione dei problemi. Lagrange possedeva una padronanza completa dell'analisi, e si è servito del metodo analitico. Poiché la teoria fisica raccoglie i risultati del lavoro di una determinata epoca, e li raccoglie nella struttura formale che questa epoca stessa ritiene più adeguata, essa è un fatto storico. La sistemazione data dalla teoria fisica non può mai essere definitiva, come si presume che sia il sistema metafisico, la teoria generale della realtà.

La possibilità di dare ordine diverso alle stesse conoscenze — dice Mach — ci illumina intorno alla natura logica di questo ordine. La struttura che i fisici ed i fisici-matematici hanno dato alla meccanica non ha funzione dimostrativa. Il principio degli spostamenti virtuali posto a fondamento della statica, e poi da Lagrange a capo della dinamica, non pretende di cogliere una realtà più profonda, una legalità più obbligatoria che le altre leggi. Esso è equivalente per origine e per valore a queste. Né contiene le altre leggi quasi esse gli « appartenessero ». Il principio dei moti virtuali è piuttosto l'espressione generale delle leggi di equilibrio. Rende possibile comprendere in un'unica formula la risoluzione di tutti i problemi che si possono presentare nei singoli casi particolari, sí da potere poi farne l'applicazione senza dover ripetere da capo, per

ciascuno di essi, il ragionamento. La sistemazione compiuta da una teoria fisica dunque non ha niente a che fare con una piramide di valori ontologici, giacché la realtà non è piramide, ma tessuto di fatti.

Allo stesso modo va rifiutata l'idea che la teoria fisica debba necessariamente avere una struttura euclidea, quasi esistesse al mondo un modello definitivo di « tractatio ». Anzi Mach arriva a dire che la convinzione comune secondo cui il sistema newtoniano sia sistema dimostrativo di verità dedotte come conseguenze dalle definizioni e dagli assiomi, non potrebbe portare che a un giudizio negativo del lavoro compiuto da Newton. Infatti la seconda legge contiene la prima, la quarta definizione anticipa la seconda legge, tra le definizioni di massa e la terza legge vi è circolarità: assiomi e definizioni, nei *Principia* di Newton, non sono indipendenti, ma si determinano reciprocamente⁹³. Newton in verità — prosegue Mach — cercava solo di dare un chiaro ordine sinottico, una esposizione organica al materiale che si era andato accumulando in secoli di ricerche. Tanto è vero che nell'*Ottica*, in cui trattava argomenti che richiedevano ancora molte ricerche sperimentali, non seguì il metodo deduttivo. D'altra parte al tempo di Newton, da Huygens e sul di lui esempio successivamente da altri, furono fatte grandi scoperte che portarono a formulare concetti estranei allo schema newtoniano. Recentemente poi Faraday e Maxwell hanno addirittura ripudiato l'azione a distanza; Maxwell ha usato un metodo tutt'altro che deduttivo nel suo grande *Trattato* del 1873.

La teoria fisica ha dunque caratteri suoi propri, giacché ha lo scopo di ordinare, piuttosto che quello di dimostrare. Questo ordine ha qualcosa dell'*estetico* e dell'*economico*. Esso dà l'impressione di completezza, alimenta il rassicurante sentimento di un conseguito dominio sulle cose. Ed è tale da rendere la materia pronta all'apprendimento, ricordata senza sforzo, trasmissibile insomma agli altri, in modo da permettere a questi, ai giovani specialmente, di acquisire il risultato del lavoro compiuto, perché procedano avanti.

Concludiamo. L'attributo di economicità riguarda principalmente l'ordine interno, la struttura del sistema.

Il sistema di una scienza può essere dedotto dagli stessi principi in modi diversi, ma solo una di queste deduzioni corrisponde al principio dell'economia meglio di ogni altra.

⁹³ Su Newton si veda qui alle pp. 163 s.

L'economicità non viene a sostituire (o addirittura a negare) la verità della teoria. L'economia riguarda il modo di esporre conoscenze che si riferiscono a un certo dominio di fatti⁹⁴.

Come risulta anche dallo scritto del 1872 sulla conservazione del lavoro, il problema della natura economica, e non dimostrativa della teoria meccanica, è per Mach strettamente legato al problema dell'estensione dei principi meccanici ai fenomeni non meccanici. La derivazione delle leggi termodinamiche o elettrodinamiche dai principi meccanici può soddisfare e soddisfare il sentimento estetico e l'esigenza economica del ricercatore, ma non il rigore dimostrativo. La teoria meccanica ha fornito modelli rappresentativi e logici alle nuove teorie. Mach tornerà sul problema, quando tratterà della analogia.

2. - Funzione delle ipotesi nella teoria fisica.

Tornano spesso nel testo machiano le parole *Annahme*, *Hypothese*, *Voraussetzung*, *Vermutung*. Dal contesto in cui le troviamo e dietro l'indicazione data da Mach stesso nell'*Erkenntnis und Irrtum*⁹⁵ si può avere un'idea precisa del suo pensiero sul problema delle ipotesi. Filoconduttore di questo pensiero è la necessità di tener distinta l'ipotesi fisica sia da quella matematica che da quella metafisica.

L'ipotesi matematica (*Hypothese*) stabilisce la somma delle condizioni sotto le quali vale un teorema matematico (la tesi), che può essere provato, cioè dimostrato, deducendolo dall'ipotesi. L'ipotesi in questo caso è il dato dipendente da nessun'altra condizione che non sia la possibilità logica e matematica; la tesi è la conclusione. Nella scienza naturale invece « si parte da fatti sicuri per passare alla conclusione regressiva, analitica, indeterminata sulle condizioni »⁹⁶. In questo caso si presentano molte possibilità su cui deve decidere l'esperienza. Allora l'ipotesi è una supposizione (*Voraussetzung*), o un assunto provvisorio, che ha lo scopo di permettere una comprensione più facile dei fatti, e che sottostà ancora alla prova dei fatti. « L'osservazione porta in un primo momento solo alla congettura (*Vermutung*) di leggi che formulate con particolare semplicità e precisione sono assunte come ipotesi per

⁹⁴ Su questo è molto chiaro il capitolo « Die Ökonomie der Wissenschaft » dei *Prinzipien der Wärmelehre*, pp. 391 ss.

⁹⁵ E. MACH, *Erkenntnis und Irrtum*, pp. 232-250.

⁹⁶ *ibidem*, p. 235.

controllare se il comportamento dei corpi è logicamente deducibile da esse. Quando poi queste ipotesi sono verificate in molti casi semplici e complicati, si conviene di accettarle come leggi »⁹⁷.

Ipotesi nel senso qui appena indicato è la legge newtoniana della gravitazione. Keplero aveva enunciato tre leggi empiriche sulla base di lunghe osservazioni compiute da lui stesso e da Tycho Brahe:

1) i pianeti si muovono descrivendo un'ellisse, in un fuoco della quale è situato il sole,

2) il raggio vettore che congiunge il pianeta col sole descrive aree uguali in tempi uguali.

3) i cubi delle distanze dei pianeti dal sole sono direttamente proporzionali ai quadrati dei tempi di rivoluzione.

Mach osserva che quando si sia accettata la concezione galileiana e Huygensiana del moto accelerato, e la si trasferisca al moto planetario, ne segue la necessità di ammettere l'esistenza di un'accelerazione dei pianeti costantemente diretta verso il sole. Questa ipotesi « spiega » la seconda legge di Keplero. Ecco quindi stabilito un primo nesso tra elementi diversi: osservazioni kepleriane, leggi del moto, ipotesi. Ma non basta. La terza legge di Keplero è la misura dell'accelerazione centrale diretta verso il sole.

L'ipotesi fisica, così intensa, può essere definita ipotesi esplicativa (*Erklärungshypothese*)⁹⁸. Essa si riferisce alle condizioni di dati fattuali osservabili.

L'ipotesi fisica però non può essere definita con chiarezza, se non differenziandola nettamente anche da un altro tipo di discorso ipotetico. È quello che intende esprimere qualcosa relativamente alle « cause occulte » dei fenomeni siano esse meccaniche o no. Ancora Newton ha insegnato che questo terzo tipo di ipotesi non appartiene alla scienza.

Rationem vero harum gravitatis proprietatum ex phaenomenis nondum potui deducere, et hypotheses non fingo! Quidquid enim ex phaenomenis non deducitur, hypothesis vocanda est, et hypotheses seu metaphysicae, seu physicae, seu qualitatum occultarum, seu mechanicae, in philosophia experimentalis locum non habent. In hac philosophia propositiones deducuntur ex phaenomenis, et redduntur generales per inductionem⁹⁹.

⁹⁷ E. MACH, *Die Mechanik*, p. 243.

⁹⁸ E. MACH, *Erkenntnis und Irrtum*, p. 235.

⁹⁹ *ibidem*, p. 236.

Per Newton l'azione a distanza è un risultato dell'analisi dei fenomeni. Egli si è lasciato guidare dall'assunto che le masse esercitano a distanza l'una sull'altra azioni mutue, in analogia all'azione esercitata dalla terra sui corpi che cadono su essa. Questa è una ipotesi fisica. Che l'azione esercitata a distanza possa essere a sua volta ricondotta a qualcosa di più semplice è ipotesi metafisica. La scienza moderna ha appreso a non confondere i due tipi di ipotesi. E ha anche appreso che l'una, l'ipotesi dell'azione a distanza, non va respinta per il fatto che la sua causa occulta è per noi inconoscibile ed inesprimibile. Non dobbiamo intendere il famoso *hypotheses non fingo* nel senso di: non vado al di là dell'osservazione, non formulo alcun pensiero sull'osservato. Questa interpretazione sarebbe contraddetta da ogni passo delle opere newtoniane. La differenza tra i due tipi di ipotesi è chiara. L'ipotesi della gravitazione è direttamente connessa con le regole matematiche kepleriane, e sta e cade con esse. Le spiega e ne è spiegata. Le organizza, ne mostra la necessità e la sufficienza. Una qualsiasi ipotesi sulla causa della gravitazione avrebbe già perso ogni contatto col sistema di queste leggi, cioè con misure e fatti misurabili.

Vi è un tipo di ipotesi fisica, la cui caratteristica è la grande capacità operativa. Essa è un ampliamento dei fatti, o una direttiva per un ampliamento dei fatti¹⁰⁰. Conduce a nuove osservazioni e ricerche, da cui verrà confermata, contraddetta o modificata. Non è necessario che le ipotesi siano teorie rigorose e perfette. È sufficiente che sappiano suggerire nuove osservazioni e indirizzare negli esperimenti. Molte di esse sono state abbandonate dagli scienziati, dopo esser state usate con vantaggio. Quando i fenomeni sono conosciuti nei loro nessi, l'ipotesi cade in dimenticanza (Mach ricorda, fra le altre, l'ipotesi del calorico). Non è un paradosso perciò dire: *la funzione delle ipotesi in fisica è quella di distruggere sé stesse!*¹⁰¹.

3. - La convenzionalità dei principi meccanici.

All'inizio del capitolo che trae le conclusioni sullo sviluppo della dinamica, Mach aggiunse, in una delle ultime edizioni da lui curate, la proposizione: « Ha ragione Poincaré in *La science et l'hypothèse*, di

¹⁰⁰ *ibidem*, p. 234.

¹⁰¹ *ibidem*, p. 248.

chiamare i principi-base “convenzioni”, che avrebbero potuto essere diverse »¹⁰².

Il primo chiarimento di questa frase viene dal contesto in cui l'Autore l'ha inserito. «Circostanze storiche accidentali hanno dato alla formazione della meccanica una particolare direzione che in altre circostanze avrebbe potuto essere diversa». Mach riprende, a titolo d'esempio, alcuni fatti storici che aveva già considerato trattando dello sviluppo della scienza. Nelle sue ricerche sulla legge del moto accelerato, Galileo aveva formulato in un primo tempo l'ipotesi che la velocità finale fosse proporzionale allo spazio percorso. Poi aveva scartata tale ipotesi ritenendola non valida, forse per difficoltà incontrate nella trattazione matematica, e aveva stabilito il rapporto tra velocità finale e tempo di caduta.

Il concetto di lavoro fu introdotto nella meccanica in un periodo successivo a quello in cui essa aveva acquisito il concetto di forza, ed erano già state enunciate le equazioni cardinali. Accadde così che forza e quantità di moto fossero considerate concetti primari rispetto a quelli di lavoro (ps) e forza viva (mv^2). Anzi ogniqualevolta compariva il concetto di lavoro, si cercava di sostituirlo con quello di forza. Newton ebbe chiara, a differenza di altri grandi fisici suoi contemporanei, la differenza tra massa e peso. Il sistema dei concetti newtoniani (forza, massa, quantità di moto) sembrò generalmente preferibile a quello dei concetti huygensiani (lavoro, forza viva). Huygens non possedette un proprio concetto di massa, e lo mutuò da Newton. Il sistema di Newton ebbe quindi il merito di una maggiore completezza. Sembrò poi più semplice, per il fatto che era il più noto.

Il momento storico in cui Mach scrive — egli stesso lo evidenzia richiamandosi anche al suo scritto del 1872 — ha messo in primo piano il concetto di lavoro. La definizione della forza e quella del lavoro sono due proposizioni equivalenti. L'origine di questi concetti è sperimentale, ed è la constatazione e denominazione di un fatto reale. Il loro contenuto è quindi fattuale. La loro validità coincide con la capacità di riprodurre i fatti nel pensiero, di essere un momento dell'adattamento del pensiero ai fatti.

Se torniamo ora a considerare la frase machiana già citata sembra di poter dire che con la parola «convenzione» Mach voglia, in primo

¹⁰² E. MACH, *Die Mechanik*, p. 213.

luogo, segnalare il pericolo di confondere il naturale con l'abituale, con ciò che è consolidato dall'uso per il privilegio instaurato dalla precedenza nel tempo. La convenzionalità dei principi riguarda il loro essere principi: sono principi in quanto sono stati assunti come tali.

Ciò significa — a mio parere — che non sussiste contraddizione tra l'asserzione secondo cui i principi hanno origine e validità fattuale e questa affermazione di convenzionalità degli stessi principi. Le leggi sono vere in quanto esprimono rapporti reali. Questo è un discorso. Quando parliamo di queste stesse leggi assunte come assiomi, il discorso è un altro. « Assioma » è qualcosa di significante solo all'interno di un ordine deduttivo. Ora il discorso non verte più sulla verità, ma sulla necessità. Dicendo che gli assiomi della meccanica sono convenzioni si intende dire che la necessità di cui godono appartiene all'ordine in cui sono inseriti e non appartiene ad essi, in quanto « per natura » investiti del carattere di verità a priori, o di principi in sé evidenti. Quindi il problema della convenzionalità di tali principi rimanda al problema della funzione che la deduzione ha nella meccanica.

A questo punto è opportuno un breve esame del pensiero di Poincaré. È necessario precisare la sua posizione per poter stabilire un confronto con quella di Mach. A mio parere si tratta di due posizioni non del tutto coincidenti.

Henri Poincaré pone al centro della sua attenzione l'esistenza delle geometrie non euclidee, e si propone di ricavarne le più rette conseguenze epistemologiche. Nel 1902 raccoglie e ordina nel libro sopra citato, *La science et l'hypothèse*, idee e giudizi che aveva già enunciato in scritti apparsi in riviste scientifiche e filosofiche. La geometria euclidea tratta di oggetti o enti designati dalle parole retta, punto ecc. Non è supposta alcuna conoscenza o intuizione di questi oggetti. La sola cosa che si suppone è la validità di quelle definizioni, assiomi, che sono pure formule spogliate di ogni contenuto intuitivo o accessibile all'esperienza. Gli assiomi sono « creazioni della libera attività del nostro spirito, che in questo dominio non conosce alcun ostacolo. Qui esso può affermare perché decreta »¹⁰³. Tutte le altre proposizioni geometriche sono deduzioni logiche ricavate dagli assiomi. Questi assiomi, secondo Poincaré, possono esser detti convenzioni o definizioni mascherate. « La nostra

¹⁰³ H. POINCARÉ, *La science et l'hypothèse*, Parigi 1902. (Cito dalla traduzione italiana a cura di F. Albergamo, Firenze 1950, p. 5).

scelta tra le convenzioni possibili è limitata solo dalla necessità di evitare ogni contraddizione »¹⁰⁴. Quanto alle geometrie non euclidee, esse sono state costruite allo stesso modo di quella euclidea, e come questa godono di una rigorosa struttura di tipo deduttivo-assiomatico.

Se questo è lo *status* logico delle geometrie, non ha senso chiedersi quale di esse è vera. Ad esse non compete né l'attributo di vero né quello di falso, giacché, come si è detto, nella loro origine e nel loro ordinamento è rimasta del tutto estranea ogni preoccupazione di corrispondenza con la realtà.

La mancanza di corrispondenza non comporta però l'esclusione di una « applicazione » della geometria al mondo fisico. La meccanica moderna, nata dai lavori di Cartesio, è legata alla concezione geometrica dello spazio e ai metodi geometrici. La geometria applicata è stata ed è quella euclidea. Le ragioni di questa preferenza sono due.

Perché è la più semplice, e lo è non solo in rapporto alle nostre abitudini intellettuali, o per non so quale intuizione diretta che noi avremmo dello spazio euclideo. E perché si accorda assai bene con le proprietà dei solidi naturali di questi corpi, che noi tocchiamo e vediamo e coi quali facciamo i nostri strumenti di misura¹⁰⁵.

Poincaré è convinto che anche in futuro la geometria applicata alla realtà fisica sarà quella euclidea. Se venissero a manifestarsi delle contraddizioni tra geometria e fisica, ci si deciderà a correggere le leggi fisiche piuttosto che rinunciare alla geometria assiomatica euclidea.

Ciò che si chiama linea retta in astronomia è semplicemente la traiettoria del raggio luminoso. Se quindi, supposto l'impossibile, si venissero a scoprire parallassi negative, o si riuscisse a provare che tutte le parallassi sono superiori a un certo limite, ci sarebbe da scegliere tra due conclusioni: potremmo rinunciare alla geometria euclidea, oppure potremmo modificare le leggi dell'ottica e ammettere che la luce non si propaghi rigorosamente in linea retta. È inutile aggiungere che tutti considererebbero più comoda l'ultima soluzione. La geometria euclidea non ha dunque nulla da temere da nuove esperienze¹⁰⁶.

Dopo aver trattato nei capitoli I-V i problemi relativi alla geometria, Poincaré prende in esame la fisica matematica, distinguendo in essa

¹⁰⁴ *ibidem*, p. 58.

¹⁰⁵ *ibidem*, p. 59.

¹⁰⁶ *ibidem*, p. 80.

un aspetto empirico e un aspetto formale. Come intende il rapporto tra questi due aspetti? Questo punto va chiarito se si vuol comprendere la concezione di Poincaré. La geometria è una libera creazione del nostro spirito, alla quale va conformato il mondo fisico, quando si voglia renderlo conoscibile. L'idea che la geometria costituisca una struttura o un sistema che venga a sovrapporsi al « dato bruto » è ribadita in ogni passo, in cui Poincaré esamina i caratteri della fisica matematica.

Comparando i dati bruti dei nostri sensi con quel concetto estremamente complesso e sottile chiamato dai matematici grandezza, siamo ben costretti a riconoscere una divergenza: questo quadro in cui vogliamo far rientrare tutto, siamo dunque noi che l'abbiamo fatto; ma non a caso: l'abbiamo fatto per così dire su misura...¹⁰⁷.

La definizione di formule matematiche richiede un procedimento per cui il fenomeno complesso è prima scomposto e poi ricomposto. « La conoscenza del fatto elementare ci consente di mettere il problema in equazioni; rimane solo da dedurne, per combinazione, il fatto completo. Ciò si chiama integrazione »¹⁰⁸.

Gli enti di cui tratta la meccanica sono corpi solidi assolutamente rigidi. Ebbene « la nozione di tali corpi ideali è ricavata interamente dal nostro spirito »¹⁰⁹. Nella natura non esistono corpi perfettamente rigidi; non esistono corpi, la cui rigidità non dipenda da condizioni di temperatura, da altre forze esterne ecc. I corpi di cui parla la fisica sono i solidi rigorosamente invariabili della geometria euclidea.

Lo spazio in cui si muovono i corpi meccanici è lo spazio geometrico. Esso infatti ha i seguenti caratteri: 1) è continuo; 2) infinito; 3) a tre dimensioni; 4) omogeneo; 5) isotropo¹¹⁰.

L'elemento convenzionale è ineliminabile dalla fisica. Le costruzioni teoriche non sono aggiunte che possano essere in qualche modo eliminate o evitate, ma sono fattori essenziali in base ai quali soltanto è possibile connettere tra loro dati disordinati. L'applicazione della geometria all'esperienza fisica non è soltanto un momento o un aspetto dell'attività scientifica, ma è quel momento che costituisce quella esperienza come scienza. Infatti garantisce « la traducibilità » delle qualità sensibili

¹⁰⁷ *ibidem*, p. 8-9.

¹⁰⁸ *ibidem*, p. 152.

¹⁰⁹ *ibidem*, p. 77.

¹¹⁰ *ibidem*, p. 62.

in termini quantitativi¹¹¹. E di conseguenza l'« obiettività »¹¹², il rigore¹¹³, l'assolutezza di principi, quindi la loro invariabilità, e infine la capacità di previsione.

Concludendo, « i principi meccanici, benché poggino direttamente sull'esperienza, partecipano anch'essi del carattere convenzionale dei postulati geometrici »¹¹⁴.

Nel capitolo sesto de *La science et l'hypothèse*, Poincaré mostra come i concetti e le leggi fondamentali della meccanica siano pure convenzioni. I termini rimandano sí a qualcosa che è nella realtà, ma fanno parte del sistema meccanico e sono implicitamente definiti dagli assiomi del sistema stesso. Le leggi fondamentali (legge d'inerzia, legge di accelerazione, legge di azione-reazione) sono usate come definizioni. Nel procedimento assiomatico della meccanica esse sono puri simboli, su cui si agisce senza riferimento al loro significato reale e con rispetto solo delle leggi sintattiche. Quindi la geometria assiomatica e quella parte delle leggi naturali che hanno carattere di convenzioni appaiono dal punto di vista epistemologico come equivalenti.

A mio parere in Poincaré resta oscuro un aspetto del problema, ed è questo: la convenzionalità dei principi della meccanica è trasmessa anche alle leggi che da questi principi sono dedotte, così come dai principi geometrici viene trasmessa a tutto il corpo della geometria? È vero che Poincaré, criticando il bergsoniano Édouard Le Roy, piú volte ripete che non bisogna confondere convenzionale con arbitrario¹¹⁵. Ma, anche accettata questa distinzione, riesce difficile capire come egli possa evitare la conclusione della convenzionalità della teoria meccanica presa nella sua globalità.

La posizione di Mach è diversa. Rifiuta questa concezione aprioristica e formalistica della fisica matematica, e pone una domanda relativa al significato delle leggi empiriche, delle leggi particolari dedotte o deducibili da principi generali. Queste leggi hanno un significato che è tutt'uno col loro contenuto empirico, o ricevono un senso mediante il loro procedere da principi generalissimi? La proposizione empirica è

¹¹¹ H. POINCARÉ, *La valeur de la science*, Paris 1908 (cito dalla trad. it. di F. Albergamo, Firenze 1947, p. 132).

¹¹² *ibidem*, p. 235, p. 130.

¹¹³ *ibidem*, p. 146.

¹¹⁴ H. POINCARÉ, *La science et l'hypothèse*, p. 10.

¹¹⁵ *ibidem*, p. 6; *La valeur de la science*, p. 196.

significante o no? Per Poincaré solo la struttura formale rende il sapere « obiettivo » e intelligibile. Per Mach la struttura formale non ha tale funzione (ha valore economico). Questo è un elemento fondamentale di distinzione tra i due pensatori. Inoltre per Poincaré la convenzionalità di un principio rappresenta la garanzia della sua invariabilità. Anche ai principi meccanici egli trasferisce quella immutabilità, di cui aveva parlato a proposito dei principi geometrici. Sono le singole leggi che devono assumere forma tale da poter rientrare nei principi. Per Mach invece la convenzionalità è un modo di esprimere la storicità, e quindi la mutabilità nel tempo, delle strutture formali. La scienza si sceglierà nel futuro principi diversi, capaci di ordinare l'accresciuta massa di conoscenze empiriche.

Si potrebbe notare, e giustamente, che il rapporto tra geometria e meccanica è molto piú stretto di quanto potrebbe apparire se limitassimo la nostra attenzione al solo problema dell'ordine formale assiomatico. Poincaré ha parlato anche di enti o corpi astratti, della introduzione di un linguaggio matematico, dell'assunzione di uno spazio geometrico-fisico. In altri termini il problema della convenzionalità ricompare quando si tratta il problema della misura. Vedremo piú innanzi la concezione machiana della misura; in breve si può qui dare qualche indicazione. La geometria è originata, secondo Mach, dalla necessità di sapere qualcosa di preciso sui fatti che osserviamo. Essa nasce nel momento in cui viene introdotto l'uso di un sistema di misurazione accessibile all'esperienza. La geometria applicata (che non esclude la possibilità di una geometria astratta) è capace di misurare rapporti reali; è quella parte della meccanica che tratta l'arte di misure accurate (lo aveva già detto Newton). Proprio in questa prospettiva Mach vide immediatamente l'applicabilità delle geometrie non euclidee al reale o ad alcune parti del reale.

Einstein ha criticato Poincaré per la sua posizione su questo problema.

Ogni misura di lunghezza in fisica appartiene alla geometria pratica. Attribuisco tanta importanza alla concezione della geometria così caratterizzata che mi sarebbe stato impossibile senza di essa costruire la teoria della relatività. In un sistema di riferimento, che ruota relativamente a un sistema d'inerzia, le leggi della posizione dei corpi rigidi non corrispondono, a causa della contrazione di Lorentz, alle regole della geometria euclidea; se di conseguenza si considerano i

sistemi privi di inerzia come sistemi ugualmente ammissibili, la geometria euclidea deve essere abbandonata ¹¹⁶.

Si tratta di due modi molto diversi di concepire i rapporti tra geometria e realtà. Mach ed Einstein considerano lo spazio non come una forma d'ordine con cui l'osservatore umano costruisce il suo mondo, ma come un sistema reale di relazioni. Lo spazio è reale. Per Poincaré la congruenza — la riga solida — è definibile solo in base al requisito che la geometria risultante debba essere euclidea. Perciò per lui lo strumento di misura già presuppone la teoria. Mach non condivide l'idea di Poincaré di una sovrapposizione di strutture matematiche su « dati bruti », né l'altra teoria (esposta nell'opera già citata *La valeur de la science*) della « traducibilità ». Misura fisica per Mach è lo stabilire una correlazione tra gli elementi di una serie ordinata di proprietà od oggetti e la serie dei numeri naturali. In Mach è molto forte la tendenza a sostituire il concetto di numero a quello di spazio. Lo spazio della fisica non è necessariamente « intuitivo » ¹¹⁷. Poincaré rimane legato (perlomeno per quanto risulta dalle opere che qui abbiamo preso in considerazione) all'idea che nessun fenomeno naturale può essere conosciuto se non si riesce a costruirlo geometricamente. Come aveva stabilito Cartesio, appartiene al concetto di estensione l'attributo di chiarezza e distinzione. L'oggetto fisico deve essere completamente riducibile a determinazioni spaziali, se si vuole che possa essere conosciuto esattamente, che sia « oggettivo ». La materia è nello spazio; ogni suo cambiamento è riconducibile a semplici spostamenti locali. Geometria euclidea e meccanica sono quindi i fondamenti della fisica matematica.

¹¹⁶ A. EINSTEIN, *Geometrie und Erfahrung*, SB. Preussische Akademie der Wissenschaften, 1921, pt. 1, pp. 123-30. (Cito dalla traduzione francese *La géométrie et l'expérience*, Parigi 1921, p. 6).

¹¹⁷ Vedi piú avanti alle pp. 180-188.

CAPITOLO III

MACH CRITICA NEWTON

I. - IL PROBLEMA.

Superato lo stadio della classificazione dei fenomeni, e quello della prima formulazione di leggi empiriche, la scienza arriva a possedere una teoria, cioè un complesso di principi generali e di leggi sistematicamente ordinate, capaci di esaurire tutto un dominio di fatti. Da questo momento in poi il ricercatore avrà di fronte un duplice ordine di elementi, la teoria e i nuovi fenomeni che lui stesso o altri andrà mano a mano scoprendo. Gli si presenta allora il problema della possibilità di coordinare e armonizzare l'uno all'altro.

L'analisi dell'opera newtoniana compiuta da Mach ha lo scopo di stabilire cosa spetti propriamente ai fatti e all'apprendimento dei fatti, e cosa alla maniera particolare, storica, « accidentale », « convenzionale » di ordinarli ed esporli. Proprio Newton — dice Mach — ci dà l'esempio del modo come procede un grande scienziato. Dall'ambiente culturale in cui si è formato egli ha acquisito un complesso di nozioni, e anche un modo di esprimersi e di definire, un tipo di procedimento logico, una *forma mentis*. Egli ha la tendenza a conservare questi strumenti, a utilizzarli sino in fondo, magari piegandoli perché si adattino ad accogliere ogni nuovo dato d'esperienza. D'altra parte è sempre pronto a riconoscere l'insufficienza di ciò che ha acquisito, quando questa si riveli nel corso del suo lavoro, e ad ammettere la necessità di creare nuovi strumenti, di formulare nuovi concetti. In questo momento l'opera dello scienziato ha qualcosa di creativo. Ecco così Newton con decisione audacissima, abbandonato l'« ingenuo » sistema galileiano di riferimento locale, assumere quello dello spazio assoluto; distinguere tra peso e massa, definendo quest'ultimo concetto; ecco stabilire con la terza legge dell'uguaglianza di azione e reazione la possibilità di considerare rapporti

fra due e piú masse. E infine, con volo potente della « fantasia »¹, vedere in tutto l'universo, nel moto dell'astro che remoto percorre l'infinito spazio dell'universo, come nel sasso che lanciato ricade, un unico comportamento della natura.

L'opera del grande scienziato corre sui due binari della conservazione e della innovazione, entrambi necessari, uniti fra loro. Accade cosí che colui che ha liberato altri dalla strettoia di un metodo e di un sapere acquisito, ne porti ancora il segno, e che chi apre nuovi orizzonti ponendosi piú in alto, mostri la fatica della strada percorsa. Cosí è anche per Newton, nel cui pensiero sono presenti residui della teoria statica e della speculazione « scolastica », addirittura del sapere immediato istintivo. Questi residui e questi aspetti Mach mette in luce con esame minuzioso e penetrante.

Newton distingue nettamente tra la forza-pressione della statica e la forza-azione a distanza della dinamica, che è concetto innovatore da lui stesso formulato; eppure certi suoi procedimenti mostrano come egli passi da un concetto all'altro in modo acritico. Egli stesso ha formulato il criterio metodologico di prendere in considerazione soltanto i fatti, e ciò non gli impedisce di introdurre nella teoria lo spazio e il tempo assoluti, che sono pure entificazioni di idee. Distingue bene fra il concetto di massa inerziale e quello di massa gravitazionale, e conosce l'identità numerica delle due masse, eppure questo non costituisce per lui un problema. Sembra mancare a Newton la piena consapevolezza critica degli strumenti che usa. Mach ha già detto che questo è un aspetto dell'attività innovatrice e creatrice; ora, riferendosi proprio a Newton, aggiunge: il grande scienziato si trova nella situazione del capo di un esercito, il quale non si attarda a compiere meticolose ricerche concernenti il diritto di occupare ogni postazione strappata al nemico, giacché la grandezza delle imprese da compiere glielo impedisce².

Diverso è però il compito dei continuatori. A loro spetta la consapevolezza che nasce dal distacco, dal ripetuto esame, dal confronto. Secondo Mach la scienza del suo tempo deve cimentarsi in una nuova esposizione della meccanica che abbia il pregio di una maggior semplicità e organicità. Non esistono difficoltà che impediscano di considerare l'unità di tutte le leggi della meccanica che sono state man mano formulate in tempi successivi. Infatti la dinamica, iniziata da Galileo, continuata da

¹ E. MACH, *Die Mechanik*, p. 181 (p. 209).

² *ibidem*, p. 243 (p. 264).

Huygens e conclusa da Newton, considera un solo fatto, esponendolo piú volte in modi diversi: coppie diverse di corpi determinano indipendentemente l'una dall'altra e mutuamente coppie di accelerazioni, i cui membri sono legati da un rapporto invariabile per ciascuna coppia di corpi³. Quindi il metodo è giustificato dai fatti.

Seguendo il criterio unitario, la critica machiana viene a toccare uno per uno i caposaldi del sistema meccanicista: l'inerzia come proprietà della materia, il sistema di riferimento assoluto, la forza considerata concetto primario, la sostanza e la causa quali categorie fondamentali della intelligibilità del reale, la costituzione atomistica della materia. Nessuno di questi concetti e principi sosterrà la forza dell'attacco. Alcuni risulteranno superflue ripetizioni di altri, e quindi saranno espunti; di altri sarà denunciata la natura di pure *voces*; di altri ancora la storia della scienza metterà in luce l'origine, legata a ragioni accidentali. Con essi cadrà la pretesa, imputabile non a Newton ma ai newtoniani, di aver costruito un sistema intoccabile e perenne, modello di assoluta perfezione.

Verrà anche a crollare uno dei pilastri dell'apriorismo. Infatti se nel procedimento critico machiano v'è qualcosa che potrebbe dirsi kantiano, per la distinzione che egli introduce fra contenuto e forma, è chiaro che il risultato cercato da Mach è perfettamente opposto a quello di Kant. Egli intende proprio negare che gli schemi e i concetti della meccanica newtoniana costituiscano forme *a priori* della mente umana, senza i quali non è possibile scienza. Mach prova che essi sono tanto necessari... da poterne fare a meno. Kant ha ordinato le sue forme tenendo presente una scienza già costituita; non al contrario la scienza si è costituita sul fondamento di quelle forme. La storia della meccanica ne è testimone.

Il problema che Mach ha sempre presente è quello del rapporto fra la meccanica e gli altri rami della fisica. La possibilità di risolverlo è legata alla delimitazione precisa di ognuno di tali rami. Rispetto a Newton noi abbiamo il vantaggio di conoscere fenomeni diversi da quelli di moto nello spazio, e di poter perciò stabilire dei confronti che mettano in rilievo somiglianze e differenze, analogie e identità. La teoria dinamica, per questa strada, scioglie i vincoli che, per la successione degli eventi storici, la legano alla statica e alla geometria euclidea, e, proiet-

³ *ibidem*, p. 244 (p. 265).

tandosi verso il futuro della scienza, cerca rapporti da stabilire con le nuove teorie fisiche e matematiche. In questa prospettiva così ricca di pensieri e di geniali intuizioni, Mach arrivò a compiere una vera e propria rivoluzione metodologica, che ha messo a disposizione della scienza una tecnica libera da presupposti newtoniani.

II. - CRITICA DEL CONCETTO DI MASSA.

1. - *Manchevolezze della definizione newtoniana di massa.*

Credo di essere il primo dal tempo di Newton ad aver compiuto un'analisi particolareggiata del concetto di massa. Ho l'impressione che storici, matematici e fisici abbiano considerato la questione di poca importanza e di facile comprensione. Al contrario è di importanza fondamentale e merita l'attenzione dei miei avversari.

L'analisi di Mach occupa parte del capitolo secondo della *Mechanica*; precedentemente era già stata formulata in un breve scritto del 1868⁴ e poi ripresa nello scritto sul lavoro del 1872; può essere considerata una delle prime conquiste ottenute da Mach.

La definizione di Newton dice: La quantità di materia è misurata dal prodotto della sua densità per il suo volume. Questa quantità di materia è ciò che in seguito intenderò sotto il nome di corpo o di massa; essa sarà riconosciuta per il peso di ogni corpo. Che la massa sia proporzionale al peso, ho trovato mediante ricerche sul pendolo, condotte con grande precisione, e di cui parlerò più avanti.

Secondo Mach la definizione della massa come quantità di materia è criticabile per tre ragioni.

a) È una definizione tautologica. Newton dice che la massa è la quantità di materia di un corpo determinata dal prodotto del suo volume per la densità. Il circolo vizioso è evidente: la densità infatti non può essere definita se non come la massa dell'unità di volume. Newton si rese conto che in ogni corpo è inerente una proprietà che determina il movimento e che è diversa dal peso, e la chiamò « massa ». Però non riuscì a definirla in modo corretto⁵.

⁴ E. MACH, *Über die Definition der Masse*, in « Carl's Repertorium » (1868), v. 4, pp. 355-59.

⁵ E. MACH, *Die Mechanik*, p. 239 (p. 261).

b) Si richiama a rappresentazioni non chiare. Al termine « quantità di materia » non corrisponde una rappresentazione atta a chiarire il concetto di massa, dato che essa stessa manca di chiarezza. Né superiamo questa difficoltà se, sull'esempio di alcuni autori, procediamo alla enumerazione di atomi, d'altronde ipotetici. Nei due casi non facciamo altro che ricorrere a rappresentazioni che a loro volta hanno bisogno di essere giustificate. Infatti solo se prendiamo in considerazione un composto di corpi uguali chimicamente omogenei, possiamo connettere alla quantità di materia una rappresentazione chiara, e anche riconoscere che la resistenza dei corpi al movimento cresce col crescere di questa quantità⁶. Se però astraiano dalla omogeneità chimica, l'ipotesi che in corpi diversi sussista un *quid* misurabile con la stessa unità di misura — che è appunto ciò che chiamiamo quantità di materia — corrisponde senza dubbio a effettive esperienze meccaniche, ma ha bisogno di un'ulteriore giustificazione. Così quando noi, trattando della gravità, enunciamo con Newton la formula per cui

$$\begin{aligned} p &= m g \\ p' &= m' g \end{aligned}$$

e di conseguenza poniamo

$$\frac{p}{p'} = \frac{m}{m'}$$

in realtà facciamo già uso dell'ipotesi che dobbiamo dimostrare, secondo cui corpi diversi sono misurabili con la stessa unità di misura. Potremmo arbitrariamente che $m/m' = p/p'$, cioè definire il rapporto delle masse come rapporto del peso per uno stesso valore di g . Rimarrebbe però sempre da giustificare l'uso di questo concetto di massa nel principio di reazione e in altri casi⁷.

c) Non è una definizione meccanica. La vera definizione di massa può essere ottenuta solo quando si prendano in considerazione le relazioni dinamiche dei corpi⁸. Dobbiamo, cioè, partire dal fatto sperimentale che corpi, i quali si trovano in relazioni reciproche o mediante azione a distanza o mediante vincoli, determinano l'uno sull'altro variazioni di velocità (accelerazioni). Possiamo allora stabilire che il rapporto-

⁶ Vedi qui a p. 191.

⁷ E. MACH, *Die Mechanik*, pp. 210 s. (pp. 235 s.).

⁸ *ibidem*, p. 261 (p. 280).

delle masse di due corpi è il rapporto inverso delle loro rispettive accelerazioni prese con segno negativo. La misura della massa è data dunque da una relazione di accelerazioni. Non è necessario ricorrere al concetto statico di forza-pressione. Basta avere un'unità di misura di massa. Questa definizione esprime la dipendenza di fenomeni fra loro. Non suppone quindi alcuna teoria ⁹.

Storicamente si è passati dal concetto di forza a quello di massa; ma nell'ordine logico la definizione dinamica di forza (data dalla seconda legge newtoniana) è possibile quando si possiede un'unità di massa. La successione nel tempo non va confusa con la fondazione logica. Da quanto è stato detto segue che il concetto di massa è il concetto fondamentale della meccanica. « Con questo nuovo ordine dato ai concetti evitiamo di fondare i concetti di un grado su quelli di un altro che sta sotto il primo » ¹⁰.

Una volta accettato il punto di vista machiano, risulta chiaro che una enunciazione particolare del principio di reazione è inutile. Nel concetto di massa e nel principio di reazione il medesimo fatto è esposto due volte; cosa, evidentemente, superflua. Secondo la definizione di Mach, quando si dice che due masse 1 e 2 agiscono l'una sull'altra, è con ciò detto che si comunicano accelerazioni opposte, che sono nel rapporto 2 : 1 ¹¹.

2. - *Concetto di massa e concetto di materia.*

L'analisi del concetto di massa viene a toccare la questione della definizione di materia. La definizione di massa come « quantità di materia » è propria di un momento della storia della scienza, in cui si considerano solo alcune proprietà dei corpi, quelle appunto legate al moto, alla traslazione nello spazio. In questa definizione, ha notato Mach, non si tiene conto nemmeno delle differenze chimiche dei corpi. Ma al momento in cui Mach scrive non è più possibile identificare massa e quantità di materia. Il concetto di materia è più complesso di quello di massa, e abbraccia anche altre proprietà. La massa è solo una delle proprietà della materia, ed è una proprietà dinamica. Tra le diverse proprietà vi è un rapporto di proporzionalità. Ed è dalla proporzionalità delle sin-

⁹ *ibidem*, pp. 212, 214 (pp. 236, 238).

¹⁰ *ibidem*, p. 261 (p. 280).

¹¹ *ibidem*, p. 214 (p. 238).

gole grandezze fisiche che bisogna ricavare un concetto scientifico di quantità di materia, e non al contrario dedurre dalla quantità di materia il concetto di massa.

Ciò che Mach intende dire è che il concetto di materia non può essere il presupposto della ricerca, ma il risultato. Alla parola materia non corrisponde una entità semplice, una sostanza, ma una somma di proprietà, che la ricerca sperimentale va man mano aumentando di numero, e determinando non solo nelle singole caratteristiche, ma anche nelle reciproche relazioni¹². Questo significa che la concezione meccanica di massa non è estensibile ad altri domini se non con molta cautela; non in tutti i fenomeni è dato trovare qualcosa che sia misurabile con l'unità di massa. Anzi, è già accaduto qualcosa di molto significativo. Il concetto di massa, esteso dalla meccanica ad altri domini, ha subito profonde modificazioni per adattarsi ai fatti reali, che a quei domini appartengono. Mach si riferisce in particolare alla scoperta che la massa delle cariche elettriche non è invariabile. La massa elettrodinamica è infatti funzione della velocità. Perciò — profetizza Mach — non è impossibile che nel futuro lo stesso concetto meccanico di massa debba subire delle scosse violente¹³.

III. - CRITICA DEL CONCETTO DI FORZA.

1. - *La forza come causa.*

Il fatto che la scienza sia passata dallo studio dei fenomeni statici all'esame dei fenomeni dinamici può spiegare un procedimento caratteristico della meccanica newtoniana. Si definisce quale « moto naturale » il moto rettilineo uniforme, si definisce la massa inerziale, si parla dell'inerzia come proprietà della materia. Si suppone, cioè, che esista una regione dello spazio non sottoposta a gravitazione. Poi si introduce la forza come l'agente che fa deviare il corpo dal percorso rettilineo, e che produce mutamenti di velocità. Questo significa che la meccanica stabilisce, mediante un processo di astrazione, uno stato ideale dei corpi, e poi ricorre all'idea di forza, assimilandola alla nozione di causa. L'idea di forza è perciò, secondo Mach, altrettanto ideale e astratta, quanto

¹² *ibidem*, p. 261 (p. 280); vedi anche *Die Prinzipien der Wärmelehre*, p. 363, pp. 426 s.

¹³ *ibidem*, p. 215.

lo è la condizione che essa viene a modificare. Infatti nella realtà non esistono regioni in cui non agisca la forza gravitazionale, né l'intervento della forza intesa in questo senso corrisponde a qualcosa di reale.

Mach spiega. La scienza è stata costretta da ragioni storiche e dai limiti della ragione umana a considerare i fatti parte per parte, a staccare dal tutto piccole regioni dell'universo. Questo procedimento, però, non è tanto necessario e vincolante da impedire ogni altra esposizione della meccanica. Al contrario, i fatti che osserviamo immediatamente sono fatti dinamici, che potrebbero essere descritti mediante concetti diversi da quelli newtoniani. La dinamica, cioè, potrebbe tener conto immediatamente della velocità e della modificazione di velocità. Allora non ci sarebbe più bisogno di parlare di una causa, che modifica lo stato inerziale preso come originario stato di fatto.

Mach va ancora più lontano. Verrà forse il giorno — dice — in cui la matematica renderà possibile la descrizione della dipendenza reciproca delle posizioni dei corpi, senza ricorrere al concetto di forza. In tutte le proposizioni della dinamica la velocità ha un ruolo importante. La causa di questo fatto è che ogni corpo è in relazione con tutti gli altri, e che è impossibile considerare un corpo, e a maggior ragione più corpi, come completamente isolati. La nostra incapacità di abbracciare in una sola volta tutta la realtà ci costringe a considerare un piccolo numero di corpi e a fare provvisoriamente astrazione dagli altri; perciò introduciamo il concetto di velocità che contiene in sé quello di tempo. Non è impossibile che un giorno leggi integrali sostituiscano le leggi elementari, ossia le leggi differenziali della meccanica attuale, e che si possa avere una descrizione diretta della posizione dei corpi. Il concetto di forza diverrà allora superfluo¹⁴.

¹⁴ *ibidem*, p. 252. Si ricordi qui quello che MAXWELL diceva nel § 529 del *Treatise of Electricity and Magnetism*: « Siamo abituati a considerare l'universo come formato di parti, e i matematici cominciano ordinariamente a considerare una particella isolata, poi ne cercano le relazioni con le altre e così di seguito. Si suppone comunemente che questo sia il metodo più naturale. Ma per concepire una particella, occorre operare un'astrazione, poiché tutte le nostre percezioni si riferiscono a corpi estesi, e del resto l'idea del tutto può essere primitiva quanto lo è quella di un oggetto preso individualmente. Esisterà quindi un metodo matematico in cui si procederà dal tutto alle parti, invece che dalle parti al tutto ».

2. - Il concetto di forza è superfluo?

Ricordiamo a questo punto che circa negli stessi anni in cui Mach esprimeva la sua opinione intorno alla possibilità di una fisica che non ricorra al concetto di forza (intesa come causa di movimento), venivano pubblicate in Germania esposizioni della meccanica, nelle quali si portava a compimento una tale esclusione. È opportuno esaminare brevemente questi scritti tenuti in gran conto da Mach e veramente illuminanti su una particolare situazione storica. Gustav Kirchhoff, professore all'Università di Berlino, nel 1874 nella Prefazione alle *Lezioni di fisica matematica*¹⁵ metteva in evidenza l'« oscurità » del concetto di forza.

Si usa definire la meccanica come la scienza della forza, e le forze come cause che tendono a produrre movimento. Certamente questa definizione è stata di grande utilità nello svolgimento della meccanica. Però non si riesce a liberare dalla oscurità i concetti di causa e di sforzo (*Streben*).

Kirchhoff procede dicendo che i concetti primi sono quelli di spazio, tempo e massa. La forza è un ente matematico introdotto nelle equazioni, che del resto costituiscono il vero linguaggio della fisica matematica. « Si può allora definire la forza dicendo che ogni teorema della meccanica nel quale si parla di forze può essere tradotto (*übersetzt*) in equazioni ».

La preoccupazione di Kirchhoff è quella di tener lontano dalla meccanica tutta quella serie di problemi che l'antropomorfo concetto di forza porta con sé. Alla scienza occorrono concetti precisi, chiari, di significato univoco.

Una soluzione diversa dello stesso problema è quella presentata da Hertz nei *Principi di Meccanica* del 1894¹⁶. Come chiarisce Helmholtz nella introduzione premissa a quest'opera pubblicata postuma, Hertz fu profondamente influenzato dalla elettrodinamica, di cui fu geniale studioso, e in particolare della teoria della trasmissione dell'azione elettrodinamica formulata da Gauss, Riemann, Betti e C. Neumann. Egli non poteva accettare l'identificazione newtoniana di forza con azione a distanza. Come per Kirchhoff e per Mach, anche per Hertz la materia

¹⁵ G. KIRCHHOFF, *Vorlesungen über mathematische Physik. Mechanik*, Leipzig 1874.

¹⁶ HEINRICH HERTZ, *Die Prinzipien der Mechanik in neuem Zusammenhange dargestellt*, Leipzig 1894.

è continua. D'altra parte Hertz non ritenne — a differenza di Mach — che si possa coerentemente dare un'esposizione della meccanica basata su uno dei principi variazionali, giacché questi sono applicabili solo ai sistemi olonomi¹⁷. Né accettò una fondazione energetica, dato che a suo parere il concetto di energia porta con sé alcune gravi difficoltà¹⁸.

Per Hertz i concetti primi sono quelli di tempo, spazio, massa¹⁹. Un solo principio è posto a capo dell'esposizione che è svolta con una coerenza e chiarezza ammirevoli; tale principio dice che ogni sistema libero persiste nel suo stato di quiete o di moto uniforme lungo una traiettoria di minima curvatura o direttissima. Ogni deviazione del moto di una massa dal moto rettilineo uniforme è dovuta non a una forza, ma a una connessione rigida con altre masse, a un vincolo. Là dove queste masse non sono visibili, Hertz immagina masse nascoste con movimenti nascosti.

Ciò che siamo abituati a indicare come forza e come energia, in ultima analisi non è niente altro per noi che un effetto di massa e movimento; solo che non è necessario si tratti sempre dell'effetto di una massa e di un movimento determinabili in maniera rozzamente empirica¹⁹. Vi sono in realtà più cose di quante possano cadere immediatamente sotto i sensi²⁰.

Mach critica questo ricorso ad entità e fatti occulti²¹.

A conclusione di questi brevissimi cenni sull'opera di Kirchhoff e di Hertz possiamo dire che l'analisi machiana dei concetti di causa e di forza corrisponde a un bisogno fondato, diffuso in tutto l'ambiente culturale del suo tempo, in quanto prodotto dallo stato delle conoscenze scientifiche, e dal progresso rapidissimo compiuto nell'ampliamento di tali conoscenze. Mach lavora all'interno di una particolare situazione storica.

¹⁷ *ibidem*, pp. 20 ss. (sul principio di Hamilton).

¹⁸ *ibidem*, p. 25.

¹⁹ *ibidem*, p. 29.

²⁰ *ibidem*, p. 31.

²¹ Mach ha dedicato alla meccanica hertziana la sezione 9 del capitolo secondo della *Meccanica*.

IV. - CRITICA DEL CONCETTO DI SPAZIO ASSOLUTO.

1. - *Il paradosso di Newton.*

La prima domanda che Mach pone è: cosa intende precisamente Newton per spazio assoluto? Spazio assoluto significa: 1) spazio fisicamente esistente, 2) spazio che non è influenzato dalle masse corporee e dai loro movimenti, pur agendo esso su queste masse e su questi movimenti. Queste due affermazioni — dice Mach — prese insieme costituiscono un paradosso. Infatti ciò che è fisicamente reale non può essere sottratto all'azione degli altri corpi, su cui esso agisce. La proprietà di essere sottratto all'azione di altri corpi è propria e sola dei sistemi di riferimento astratti, di cui si serve la geometria. A essi però non è attribuibile esistenza fisica, giacché sono enti di ragione, realtà mentali. Ecco dunque il paradosso di Newton: parlare di uno spazio assoluto di riferimento che agisce su altri corpi in quanto ha esistenza reale, e che non subisce alcuna influenza, giacché si comporta come i sistemi astratti di riferimento.

Perciò, il primo punto da chiarire è che il riferimento allo spazio assoluto equivale al riferimento a un sistema astratto di coordinate. Non v'è gran differenza « tra il riferire le leggi del moto allo spazio assoluto e l'enunciarle in forma astratta, cioè senza indicare espressamente un sistema (reale) di riferimento »²². Poiché possiamo scegliere questo o quel corpo come riferimento, ci formiamo la convinzione che possiamo astrarre da qualsiasi corpo reale, e che ci basti un sistema di coordinate astratto e concettuale. « Questo è falso dalle fondamenta. Un tale sistema di coordinate, al contrario, ha valore solo se è determinato da corpi »²³.

Il secondo passo è provare la possibilità di sistemi di riferimento fisici reali. Una volta che sia ammessa l'esistenza di corpi materiali si deve ammettere il fatto dell'attrazione gravitazionale. Allora nessun asse materiale soddisferà la condizione di essere sottratto a qualsiasi forza.

Invece di riferire allo spazio assoluto (a un sistema di coordinate) un corpo *K* in movimento, consideriamo ora direttamente il suo rapporto con i corpi dell'universo, solo mediante i quali, del resto, ogni sistema di coordinate può essere stabilito²⁴.

²² E. MACH, *Die Mechanik*, p. 269 (p. 288).

²³ E. MACH, *Die Geschichte*, p. 47.

²⁴ E. MACH, *Die Mechanik*, pp. 227 s. (pp. 250 s.).

Le leggi meccaniche conservano tutto il loro valore quando venga preso come sistema di riferimento non lo spazio assoluto, ma la terra, o, per i moti di maggiore estensione spaziale e durata temporale, il cielo delle stelle fisse. Lo spazio assoluto è un concetto inutile. Le difficoltà per provare tale affermazione sono però non poche.

2. - *La legge di inerzia presuppone l'esistenza dello spazio assoluto.*

Una prima difficoltà molto grave è questa: il concetto di spazio assoluto è necessario in quanto è presupposto logico della legge di inerzia. Tale legge (*Corpus omne perseverare in statu suo quiescendi vel movendi uniformiter in directum, etsi quatenus a viribus impressis cogitur statum illum mutare*) è valida e significativa solo quando si accetti il concetto di spazio assoluto. E poiché è indubbio che la legge di inerzia esprime un fatto reale, e poiché essa è una norma secondo cui giudichiamo tutti i fatti della natura, bisogna ammettere l'esistenza reale oggettiva dello spazio assoluto.

Una posizione di tal genere era stata assunta dal grande Eulero²⁵. La tesi esposta nelle *Riflessioni*, e in sostanza non smentita nella *Mechanica* del 1765 è appunto quella che non sia possibile risolvere il problema dello spazio se non considerando la parte che esso ha nel principio di inerzia. La questione decisiva consiste per Eulero nel determinare non già cosa sia in sé e per sé lo spazio, ma piuttosto come venga usato per formulare il principio d'inerzia. Se tale principio pretende uno spazio assoluto, cade ogni dubbio sull'esistenza oggettiva di tale spazio. « È infatti evidentemente assurdo affermare che delle pure invenzioni possano servire di fondamento ai principi reali della meccanica ». In altri termini: la necessità logica, l'essere indispensabile per la comprensione scientifica del mondo, garantisce allo spazio assoluto una realtà oggettiva.

È impossibile affermare che il primo principio della meccanica sia fondato su qualcosa che non esiste se non nella nostra immaginazione; da ciò occorre concludere assolutamente che l'idea matematica dello spazio non è immaginaria, e che al contrario esiste nel mondo qualcosa di reale corrispondente a tale idea²⁶.

²⁵ L. EULER, *Réflexions sur l'espace et le temps*, in « Histoire de l'Acad. des Sciences et Belles Lettres », 1748 (in particolare i §§ 1, 15).

Theoria motus corporum solidorum seu rigidorum ex primis nostrae cognitionis principis stabilita, Rostock-Greifswald 1765 (in particolare cap. 1, § 2).

²⁶ L. EULER, *Réflexions*, §§ 4, 5.

Accanto a Eulero, il maggiore newtoniano di Germania, vediamo l'inglese Colin MacLaurin, matematico e fisico, esprimersi in termini assai simili. Alcuni metafisici di gran fama — egli dice — condannano il concetto di spazio assoluto, e accusano i matematici di aver attribuito una troppo grande realtà alle loro idee. Se tuttavia tali filosofi avessero portato la debita attenzione ai fenomeni del moto avrebbero visto quanto sia mai fondata la loro critica. Dalle osservazioni della natura infatti noi tutti sappiamo che esiste il movimento, che un corpo in movimento persevera nel suo stato fino a che sia costretto dall'azione o dall'influsso di una qualche forza a mutarlo, e che inoltre, in conseguenza della sua inerzia, esso non persevera in un moto relativo o apparente, ma che tutto ciò si svolge in uno spazio reale e assoluto. « La persistenza di un corpo in uno stato di quiete può verificarsi soltanto in riferimento a uno spazio assoluto, e può essere comprensibile soltanto se si ammette questo spazio »²⁷.

Il giudizio di Mach intorno a queste affermazioni è aspramente polemico. Per lui esse sono il risultato di un procedimento niente affatto scientifico.

L'intera argomentazione ricorda molto da vicino la cosiddetta prova ontologica dell'esistenza di Dio; il che è molto scolastico. Si definisce un concetto, ai contrassegni del quale appartiene l'esistenza, e da ciò si fa seguire l'esistenza del definito. Si deve ammettere che una simile disinvoltura logica vige ancora nella fisica attuale²⁸.

3. - *La posizione della legge di inerzia nel sistema dei principi meccanici.*

Mach si spinge avanti con un duplice attacco. Primo: è proprio vero che la legge di inerzia sia la chiave di volta del sistema meccanico, la condizione prima della intelligibilità del reale?

Secondo: è proprio vero che la formulazione della legge di inerzia diventi impossibile, una volta negato lo spazio assoluto?

Seguiamo Mach nell'esame delle due questioni. Il dibattito è svolto sul piano della critica logica dei concetti, e su quello della ricognizione storiografica. Il principio di inerzia nella formulazione abituale non può

²⁷ C. MAC LAURIN, *An Account of Isaac Newton's Philosophical Discoveries*, London 1748, v. 2, cap. I, 9.

²⁸ E. MACH, *Die Prinzipien der Wärmelehre*, p. 56.

servire come punto di partenza di una deduzione matematica²⁹. Non è un principio primo, poiché non ha significato se non in quanto è esposto congiuntamente a un altro principio, quello di gravitazione. Non è quindi nemmeno semplice. Inoltre è enunciato con estrema imprecisione. Esso non chiarisce cosa sia moto in linea retta, e perciò possiamo interpretare queste parole in modi molto diversi. Ogni movimento che considerato dalla nostra terra è rettilineo, considerato dal sole apparirebbe curvilineo, e visto da Saturno o da altri corpi celesti potrebbe percorrere linee curve diverse. È dunque necessario dire esplicitamente a quale corpo celeste è riferito il moto inerziale³⁰. E poi, come si può attribuire evidenza immediata, validità assiomatica ad una legge scoperta da poco tempo, aspramente negata da scienziati, che difendevano « la verità in sé evidente » perfettamente opposta?³¹

Un chiarimento intorno al significato del principio di inerzia potrà venire dall'esame degli scritti dei fondatori della meccanica. Per la prima volta, in modo chiaro ed esplicito, esso fu formulato da Galileo. Egli ha considerato il moto su un piano orizzontale come caso limite del moto su un piano inclinato³². Sul piano orizzontale il rallentamento scompare del tutto (astrazione fatta, è evidente, dall'attrito e dalla resistenza dell'aria); il corpo si muove indefinitamente nel tempo con velocità costante. La legge di inerzia non è altro che la formulazione di questo caso limite³³. Essa è già contenuta nell'affermazione galileiana che le circostanze determinanti il moto, cioè le forze, producono accelerazione. Infatti se una forza non determina né posizione né velocità, ma accelerazione (cioè variazione di velocità), va da sé che ove non vi sia forza, non può esservi variazione di velocità. È inutile dare una enunciazione particolare di questo fatto³⁴.

Le opere di Galileo non giustificano nemmeno l'asserzione che la legge di inerzia abbia significato solo in riferimento ad uno spazio assoluto. Egli prese infatti come sistema di riferimento la terra supposta ferma. Quanto poi a Newton, accettò il principio galileiano, e

²⁹ Mach dice che in questa critica il suo pensiero concorda con quello esposto da CARL NEUMANN in *Prinzipien der Galilei - Newtonischen Theorie*, Leipzig 1870.

³⁰ C. NEUMANN, *Prinzipien*, p. 14.

³¹ E. MACH, *Die Mechanik*, p. 262.

³² Vedi qui alle pp. 114 s.

³³ E. MACH, *Die Mechanik*, p. 131, p. 264 (p. 161, p. 283).

³⁴ *ibidem*, p. 134, p. 266.

anzi ne estese la validità a tutti i moti dell'universo. Galileo trovandosi a dover stabilire un altro sistema di riferimento che non fosse la terra (accadde quando trattò il problema delle maree), scelse il cielo delle stelle fisse. Newton non si sentì in grado di asserire che queste stelle fossero realmente immote così come appaiono, poste ai limiti dell'universo visibile. Perciò ricorse allo spazio assoluto. In questo modo contraddisse se stesso, e l'asserito intento di attenersi al fattuale.

Va qui ancora una volta detto che la polemica di Mach si rivolge contro Newton, ma assai più contro i newtoniani del secolo diciannovesimo, che si tenevano stretti alla lettera degli scritti del maestro. A questo proposito, nella settima edizione della *Meccanica* Mach dice che da un'analisi più approfondita dei *Principia* ha ricavato l'impressione che Newton abbia più parlato di spazio assoluto, che non utilizzato nella ricerca e nei calcoli tale concetto. Le tracce di questo procedimento sono rimaste chiare nel quinto dei corollari che seguono l'enunciazione degli assiomi. Esso dice:

Corporum dato spatio inclusorum iidem sunt motus inter se, sive spatium ille quiescat, sive moveatur idem uniformiter in directum absque motu circulari (I moti relativi dei corpi inclusi in un dato spazio sono identici, sia che quello spazio giaccia in quiete, sia che esso si muova in linea retta senza moto circolare)³⁵.

Secondo Mach il passo va interpretato nel modo seguente. Newton immaginò un sistema naturale di riferimento, per il quale è valida la legge di inerzia, e che sta fermo nello spazio o si muove senza alcuna rotazione rispetto al cielo delle stelle fisse. Attribuì a tale sistema una qualunque posizione iniziale e una traslazione uniforme rispetto a qualsiasi sistema istantaneo terrestre, e ritenne per esso valide le leggi già note della meccanica³⁶. Anche per Newton quindi il riferimento allo spazio assoluto non è necessario. Tutti gli sforzi compiuti dai newtoniani per salvare questo ente fittizio risultano così, a maggior ragione, privi di significato.

Mach conclude. Non sussiste alcun nesso logico necessario tra il concetto di inerzia e il concetto di spazio assoluto. Proseguendo per la strada indicata da Galileo, si può dire, che sotto l'aspetto fisico, l'iner-

³⁵ J. NEWTON, *Philosophiae naturalis principia mathematica*, London 1618, p. 19. Traduzione italiana di A. Pala, Torino 1965, p. 125.

³⁶ E. MACH, *Die Mechanik*, p. 10 (introduzione alla 7ª edizione) (p. 32); p. 223 (p. 247).

zia esprime un fatto che è caso limite della interazione gravitazionale dei corpi. Le masse dell'universo esercitano l'una sull'altra un'azione gravitazionale. Questo dato di fatto va accettato e tenuto fermo. Legge di inerzia e legge di gravitazione non definiscono due fatti diversi, ma lo stesso fatto. L'inerzia designa quella situazione in cui l'accelerazione gravitazionale viene a cessare per la lontananza delle masse agenti. Mach dice:

Lo scienziato sente il bisogno di una concezione piú ampia, di una conoscenza delle connessioni immediate, cioè delle masse dell'universo. Egli si pone come ideale un principio dal quale risultino unificati moto accelerato gravitazionale e moto inerziale³⁷.

4. - Interpretazione machiana dell'esperimento newtoniano del secchio.

La tesi di Mach deve ancora superare un ostacolo. Il moto rotatorio si presenta con caratteri che sembrano spiegabili solo ammettendo uno spazio assoluto e un moto assoluto. Ancora C. Neumann, nello scritto già sopra ricordato, afferma che Newton ha fondato su solide ragioni la distinzione tra moto assoluto e moto relativo. Che la terra si muova con moto rotatorio assoluto attorno al suo asse è provato infatti da alcuni fenomeni da tale moto prodotti: si manifestano forze centrifughe sulla terra, la terra si appiattisce, il piano del pendolo di Foucault ruota, ecc.

Secondo Mach si tratta di vedere se questi fatti, che sono abitualmente portati come prove dell'esistenza di un moto rotatorio assoluto, non possano essere spiegati in modo diverso. Prende in considerazione il famoso esperimento del secchio d'acqua, presentato da Newton a sostegno del moto assoluto, e così descritto. Si sospende un recipiente a un filo molto lungo, e lo si fa girare in circolo con moto continuo sino a che il filo divenga rigido per effetto della rotazione. Poi lo si riempie di acqua e lo si lascia in quiete assieme all'acqua. Si imprime infine al recipiente un moto circolare nel verso contrario a quello precedente. Il filo disvolgendosi persevererà per qualche tempo in questo moto. La

³⁷ Einstein gli darà il nome di principio di Mach. « Ho scelto il nome di principio di Mach in quanto il principio implica una generalizzazione della richiesta di Mach secondo la quale l'inerzia è riducibile a interazione fra i corpi », in *Prinzipien zur allgemeinen Relativitätstheorie*, in « *Annalen der Physik* » 55 (1918), pp. 241-244.

superficie dell'acqua sarà da principio piana, come era prima che iniziasse il moto del recipiente, ma poi il recipiente, comunicando a poco a poco la forza all'acqua, fa sí che questa a sua volta cominci sensibilmente a girare. L'acqua si allontana un po' per volta dal centro e salendo verso i bordi del recipiente, assume una forma concava³⁸.

La spiegazione dunque che Newton dà del fatto che ha osservato è la seguente. All'inizio dell'esperimento ruota solo il recipiente, alla fine ruota solo l'acqua. Nell'un caso e nell'altro, recipiente ed acqua sono mossi nella stessa maniera l'uno rispetto all'altro. È vero che la direzione delle rotazioni relative è rovesciata, ma, supposta l'isotropia dello spazio, il rovesciamento non ha effetto dinamico. Se ogni moto rotatorio fosse soltanto relativo, fra i due stati non dovrebbe manifestarsi nessuna differenza fisica. Vediamo però che non è così: la superficie dell'acqua contenuta nel recipiente è piana nel primo caso e parabolica nel secondo. La rotazione dell'acqua, conclude Newton, è assoluta.

Ecco ora la spiegazione proposta da Mach:

L'esperimento di Newton del vaso d'acqua sottoposto a moto rotatorio insegna solo che la rotazione relativa dell'acqua rispetto alle pareti del vaso non provoca forze centrifughe percettibili, ma che queste forze sono prodotte dal suo moto rotatorio relativo alla massa della terra e agli altri corpi celesti³⁹.

Secondo Newton solo attraverso l'esistenza della forza centrifuga si può rilevare la rotazione rispetto allo spazio assoluto. Secondo Mach lo spazio assoluto fu inventato proprio per spiegare l'esistenza di questa forza. Per lui non esiste rotazione assoluta, ma solo rotazione relativa rispetto ad altra materia dell'universo.

In un passo che compare nella quarta edizione della *Meccanica*, e non nelle successive, Mach scrive queste parole (che forse a lui stesso apparvero poi troppo audaci):

Secondo me, tutto sommato, non esiste che un moto relativo e non scorgo a questo riguardo alcuna differenza tra la rotazione e la traslazione. Una rotazione relativa alle stelle fisse dà origine in un corpo a delle forze di allontanamento dall'asse. Se la rotazione non è relativa alle stelle fisse, queste forze di allontanamento non esistono. Non mi oppongo che si dia alla prima rotazione la denominazione di assoluta, però non si deve dimenticare che essa non è

³⁸ J. NEWTON, *Principia mathematica* (trad. it. cit., p. 109).

³⁹ E. MACH, *Die Mechanik*, p. 226 (p. 249).

altro che una rotazione relativa alle stelle fisse. Possiamo fissare il vaso d'acqua di Newton, poi far girare il cielo delle stelle fisse e provare che queste forze d'allontanamento non esistono? Queste esperienze sono irrealizzabili; questa idea è priva di senso perché i due casi sono indiscernibili fra loro nella percezione sensibile. Perciò considero questi due casi come ne formassero uno solo, e la distinzione, che ne fa Newton, come illusoria.

5. - *La natura non comincia con gli elementi.*

« *Die Natur beginnt eben nicht mit Elementen, so wie wir genötigt sind mit Elementen zu beginnen* »⁴⁰. Mach conclude la sua analisi dei concetti meccanici formulando una ipotesi cosmologica. Su ogni singola massa esercita la sua azione la totalità delle masse dell'universo. Tutte le masse sono in relazione tra loro, e si imprimono reciproche accelerazioni⁴¹.

A sostegno della sua affermazione presenta le seguenti considerazioni. « È impossibile fare astrazione dal resto dell'universo anche nel caso più semplice, quando sembra che ci si occupi soltanto dell'azione mutua di due masse »⁴². Due corpi K e K' che gravitano l'uno verso l'altro si comunicano accelerazioni inversamente proporzionali alla loro massa m ed m' nella direzione della loro linea di congiunzione. Questa proposizione enuncia non solo una relazione reciproca di K e K' , ma anche una relazione di questi corpi con altri corpi. Afferma infatti non solo che due corpi K e K' si imprimono l'un l'altro accelerazione

$\left(\frac{m + m'}{r^2}\right)$; ma anche che K è animato dall'accelerazione $\frac{-\kappa m'}{r^2}$ e K' dall'accelerazione $\frac{+\kappa m}{r^2}$, che sono tutte e due orientate secondo la

linea di congiunzione, e ciò non può essere provato che in presenza di altri corpi. Il movimento di un corpo K non può essere valutato dunque che in rapporto ad altri corpi $A, B, C \dots$ ⁴³.

Se diciamo che un corpo K cambia la sua direzione e la velocità solamente per l'influenza di un altro corpo K' , facciamo un'asserzione che sarebbe impossibile se non fossero presenti altri corpi $A, B, C \dots$

⁴⁰ *ibidem*, p. 229 (p. 252).

⁴¹ *ibidem*, p. 228 (p. 250).

⁴² *ibidem*, p. 229 (p. 251).

⁴³ *ibidem*, p. 224 (p. 247).

rispetto ai quali valutiamo il movimento di K . Dunque in realtà non facciamo altro che riconoscere l'esistenza di relazioni del corpo K coi corpi $A, B, C \dots$. Se facciamo astrazione da $A, B, C \dots$ e parliamo di un movimento del corpo K nello spazio assoluto cadiamo in doppio errore. Infatti ci è impossibile sapere come K si comporterebbe in assenza dei corpi $A, B, C \dots$, né d'altra parte possediamo alcun mezzo che ci permetta di valutare il comportamento del corpo K e di verificare la nostra affermazione. Essa dunque non ha significato scientifico⁴⁴.

Il comportamento locale della materia è influenzato dalle parti lontane dell'universo. Questa è l'ipotesi di Mach. Come egli stesso dice, la difficoltà sta nel calcolare la somma media delle masse, e poi formulare equazioni che esprimano con precisione l'azione delle masse lontane sulla massa presa in considerazione⁴⁵. Mach accetta con favore gli studi compiuti da Seelinger, che portano all'affermazione di una inconciliabilità tra una corretta interpretazione della gravitazione newtoniana e la concezione di un universo infinito⁴⁶.

Einstein ha chiarito che l'idea machiana della gravitazione « corrisponde soltanto a un universo finito, limitato spazialmente e non a un universo infinito quasi euclideo »⁴⁷.

Recentemente due scienziati inglesi hanno ripreso l'idea machiana di una interazione delle masse. Il comportamento cinematico e dinamico delle masse è determinato dalla distribuzione della materia nell'universo. Anzi la massa risulta dall'azione di tutta la materia dell'universo⁴⁸.

V. - LA SISTEMAZIONE DEDUTTIVA.

La forma e l'ordine degli enunciati nei *Principia* newtoniani non presentano quel perfetto rigore che si è soliti attribuire loro. La critica di Mach si svolge secondo due serie di considerazioni, tra loro connesse.

⁴⁴ *ibidem*, p. 224 (p. 247).

⁴⁵ *ibidem*, p. 230 (p. 253).

⁴⁶ H. SEELINGER, *Über das Newton'sche Gravitationsgesetz*, SB. Münchener Akad., 1896.

⁴⁷ A. EINSTEIN, *Il significato della relatività*, trad. it., Torino 1959, p. 101.

⁴⁸ F. HOYLE and J. V. NARLIKAR, *A New Look at Gravitation. At the Royal Society last week, Prof. F. Hoyle and the author presented their new theory which implements in modern terms the idea of the 19th-Century German philosopher Mach, that the mass of a particle results from the effect of the rest of the matter of the universe*, in « New Scientist » (18 giugno 1964).

Le une riguardano la natura delle definizioni, le altre l'ordinamento deduttivo e gli assiomi ⁴⁹.

Quanto alle definizioni, Mach sostiene che esse sono definizioni reali. Se ciò non risulta immediatamente dalle enunciazioni formulate da Newton dipende dalle ragioni storiche già dette. Ma solo una interpretazione fattuale delle definizioni newtoniane può mettere a nudo il loro contenuto. E solo una tale interpretazione mette anche in luce i loro difetti formali, e permette quindi di correggerli.

La prima definizione, quella della massa — come già si è detto —, è una pseudo-definizione. Essa stabilisce l'equivalenza tra due espressioni, ciascuna delle quali esige in ugual modo una spiegazione. La definizione dell'inerzia (la terza) è superflua giacché è contenuta in quella della forza. La definizione poi della forza è enunciata in cinque proposizioni (dalla quarta all'ottava). La quarta chiarisce che la forza è causa dell'accelerazione, o tendenza all'accelerazione di un corpo. L'ultima parte di questa proposizione è giustificata dal fatto che anche nel caso che le accelerazioni non possano aver luogo, si producono altre variazioni dei corpi, come la compressione, la dilatazione, ecc. La causa di una accelerazione diretta verso un determinato centro è definita nella quinta come forza centrale (centripeta), e nella sesta, settima, ottava, distinta in assoluta, acceleratrice, motrice. A difesa di questo modo di procedere si può dire che è una questione di « gusto » definire il concetto di forza mediante una o più proposizioni. Non si vede però come si possa attribuire un rigido rigore logico al metodo newtoniano.

A contraddire questa pretesa di rigore Mach aggiunge un'altra osservazione, che mette in luce una manchevolezza dell'ordine assiomatico: in Newton definizioni e assiomi non sono indipendenti. La seconda legge contiene in sé la prima, e lo si è già detto. Ma risulta anche che le leggi prima e seconda sono contenute nella definizione di forza, secondo la quale senza forza non v'è accelerazione, e quindi c'è solo quiete o moto rettilineo uniforme. Dire che la variazione di moto è proporzionale alla forza, dopo che l'accelerazione è stata definita come misura della forza, significa cadere in una tautologia non necessaria. La terza legge non contiene nulla di nuovo. Questa legge è incomprendibile se non si possiede un concetto corretto della massa, ma una volta che questo concetto è stato definito in base ad esperienze dinamiche, essa è inutile.

⁴⁹ MACH, *Die Mechanik*, pp. 237-43 (pp. 259-64).

CAPITOLO IV

LA MISURA

È opportuno esaminare a fondo quello che Mach ha scritto sulla misura. La concezione della misura è il nocciolo del problema fondamentale che riguarda il rapporto tra dato sensibile e schema mentale in cui esso va ordinato, o, come anche si dice, tra sensazione e intelletto. Attraverso la trattazione machiana vedremo venire alla luce tutta una serie di problemi che appartengono alla epistemologia come alla filosofia speculativa, giacché toccano i concetti di contenuto e forma del conoscere, di reale e possibile, di contingente e necessario. Vecchi problemi, che vengono afferrati nella forte corrente di un pensiero che vuol tutto rimettere alla prova, e dalla quale torneranno ad emergere chiariti e definiti.

I. - IL CONCETTO.

1. - *Il concetto non è né rappresentazione, né nome.*

Mach ha scritto piú volte sul concetto, tornando a ripetere e a chiarire le sue idee.

Cos'è un concetto? Forse una rappresentazione confusa ma ancora intuitiva? No. Questo avviene soltanto in certi casi semplicissimi dei quali il concetto è sintomo (*Begleiterscheinung*). Si pensi al concetto di « coefficiente di autoinduzione » e se ne cerchi la rappresentazione intuitiva. Oppure il concetto è un puro nome? Se accettassimo questa idea disperata (*verzweifelt*), ritorneremo indietro di mille anni, nel pieno della Scolastica. La dobbiamo respingere¹.

¹ E. MACH, *Populär-wissenschaftliche Vorlesungen*, p. 278. Vedi anche *Erkenntnis und Irrtum*, p. 135, p. 141.

Il concetto non va confuso con la rappresentazione intuitiva (*die anschauliche Vorstellung*), la quale dà una riproduzione completa del fenomeno come ci è presentato nell'esperienza immediata, e si può dire ne sia una immagine o copia (*Bild*). La rappresentazione è la percezione conservata nella mente. È perciò assai vicina all'impressione immediata e conserva di questa i caratteri della « intuitività ».

La rappresentazione non può superare i limiti del particolare. Non possiamo infatti rappresentarci un uomo in generale, ma solo un uomo in particolare; forse uno, il quale assommi caratteri particolari di uomini diversi, che non si escludano a vicenda. Non si può rappresentare un triangolo in generale che sia a un tempo rettangolo ed equilatero. Una tale immagine che si presenta insieme al nome del concetto e che accompagna l'operazione concettuale non è ancora il concetto. « Soprattutto non possiamo accettare che una sola parola usata per indicare parecchie rappresentazioni particolari, copra (*deckt*) il concetto »². Il concetto è per sua natura « universale ». Esso riunisce sotto una stessa specie oggetti e fatti che alla conoscenza immediata appaiono diversi, anzi contraddittori. Non vediamo immediatamente che le sezioni coniche (ellissi, iperbole, parabola) cadono sotto lo stesso concetto, ma lo scopriamo mediante l'operazione della sezione del cono e la formulazione delle equazioni.

Il concetto non è un nome. Che i concetti generali non siano vuote parole — *flatus vocis* come diceva Roscellino — è provato chiaramente dal fatto che proposizioni molto astratte sono capite e correttamente applicate a casi concreti: le innumerevoli applicazioni del principio « l'energia resta costante » ne sono un esempio³. Secondo Mach l'errore del nominalista nasce dal fatto che egli vorrebbe che « alle enunciazioni corrispondesse nella coscienza un contenuto rappresentativo concreto e intuitivo »⁴.

Il concetto denota una relazione messa in luce da operazioni, talvolta complicate. Perciò è contenuto meglio da una proposizione che non da un nome. Mach dice che le proposizioni delle scienze naturali esprimono la persistenza di certe connessioni: dal girino nasce la rana; il cloruro di sodio si presenta in forma di cubi; la luce si propaga in linea retta; i corpi cadono con l'accelerazione di 9,81 m/sec.

² E. MACH, *Die Analyse der Empfindungen*, p. 263.

³ *ibidem*.

⁴ E. MACH, *Erkenntnis und Irrtum*, p. 126.

Chiamiamo leggi l'enunciazione astratta di queste persistenze⁵.

2. - *Il concetto è una attività di reazione.*

Conoscere un fenomeno o un processo — possederne il concetto — significa aver individuato le circostanze, la cui relazione produce il fenomeno o il processo in questione. Circostanza determinante, per esempio, dell'equilibrio della bilancia è il momento statico PL .

Ciò che osserviamo in natura si presenta incompreso e non analizzato nella nostra rappresentazione⁶. Lo scienziato separa e mette in risalto quegli elementi della rappresentazione sensoriale che sono importanti per il corso dei pensieri, che cercano un adattamento ai fatti⁷. Mach chiarisce subito che le circostanze in questione possono anche non essere date nella rappresentazione che possediamo del fatto⁸. Dobbiamo allora tornare alla sensazione, al rapporto diretto coi fatti.

Lo stabilire quali siano le circostanze determinanti costituisce un problema, che non può essere risolto se non ricorrendo a quel complesso di procedimenti che chiamiamo esperimento. Attraverso lo studio dei metodi usati dai grandi fondatori della scienza naturale, Mach arriva alla conclusione che il concetto è il risultato di « operazioni ». Un concetto non può essere formato passivamente ma solo mediante attività, mediante una partecipazione attiva (*Mittun, Mitleben*) nel campo dei fatti, al quale il concetto appartiene. Non si diventa pianista, matematico o chimico con lo stare a guardare, ma solo mediante l'esecuzione di operazioni⁹. *Das Verstehen beruht gänzlich auf dem Tun*¹⁰. I concetti non vanno soltanto saputi, ma posseduti ed esercitati¹¹. Si tratta in primo luogo di operazioni manuali e corporee. Vi sono poi altre operazioni, compiute con l'aiuto di strumenti o di reagenti. Un chimico

⁵ E. MACH, *Die Analyse der Empfindungen*, p. 271.

⁶ « Was wir an der Natur beobachten, prägt sich auch unverstanden und unanalysiert in unsern Vorstellungen aus »: *Die Mechanik*, p. 27 (p. 60).

⁷ *ibidem*, p. 30 (p. 64).

⁸ « Le rappresentazioni suppliscono dunque, per quanto siano incomplete, le sensazioni. Ma non del tutto, e non a lungo, se non si vuole che l'organismo ne debba soffrire. Infatti nella vita pratica normale vi è una grande differenza fra i due tipi di elementi psichici »: *Die Analyse der Empfindungen*, p. 163.

⁹ E. MACH, *Die Prinzipien der Wärmelehre*, p. 420.

¹⁰ E. MACH, *Die Analyse der Empfindungen*, p. 265.

¹¹ E. MACH, *Erkenntnis und Irrtum*, p. 134.

può riconoscere un pezzo di sodio al primo sguardo, ma questo accade solo perché un certo numero di prove che egli ha in mente potrebbero dare, qualora le compisse, i risultati che si attende. Può applicare in modo preciso il concetto « sodio » al corpo che ha innanzi, solo se sa che esso, tagliato, dà nella sezione, appena sia toccato, fulgore argenteo, che galleggia nell'acqua, ecc.¹² Vi sono infine operazioni matematiche.

Proprio per questa sua natura operativa il concetto è spesso risultato del lavoro di molte generazioni di ricercatori. Ogni professione, ogni mestiere ha concetti propri. Si può perciò dire che i concetti sono risultato del lavoro sociale¹³.

Mach insiste sul fatto che le circostanze determinanti sono sempre, anche se non immediatamente, osservabili. Perciò il giudizio con cui lo scienziato stabilisce quali siano queste circostanze, arricchisce, amplia, completa rappresentazioni sensibili mediante altre sensazioni sensibili¹⁴. Ciò che forma il concetto è una serie di proprietà sensibili che determinate operazioni manuali, strumentali, tecniche (talvolta molto complicate) hanno messo allo scoperto¹⁵. Possedere un concetto significa possedere « la chiave per spiegare il rapporto dei fatti (*den Schlüssel, der den Zusammenhang aller Tatsachen aufklärt*) »¹⁶. Significa anche possedere uno strumento per la scoperta di nuovi fatti. Quando applichiamo concetti astratti a un fatto, il concetto agisce come un impulso ad una attività che procura (*herbeischafft*) nuovi elementi sensoriali, i quali possono a loro volta determinare il corso successivo dei nostri pensieri sul fatto stesso.

Mach usa spesso il termine « *Reaktionen* » per indicare sia le operazioni che portano alla scoperta di nuove proprietà, sia queste stesse proprietà. La definizione concettuale è l'enunciazione così della reazione come del risultato di questa; sono queste le note caratteristiche del concetto. Si dirà allora « elettrico » un corpo che a determinate reazioni presenta determinati caratteri sensibili; « rame », un corpo, la cui soluzione azzurro-verde in acido solforico diluito mostra un particolare

¹² E. MACH, *Die Prinzipien der Wärmelehre*, p. 420.

¹³ E. MACH, *Erkenntnis und Irrtum*, pp. 129 s.

¹⁴ E. MACH, *Die Analyse der Empfindungen*, p. 259.

¹⁵ E. MACH, *Die Prinzipien der Wärmelehre*, p. 417.

¹⁶ E. MACH, *Die Mechanik*, p. 19 (p. 52).

comportamento, quando sia sottoposto a un particolare procedimento; e così via ¹⁷.

Prima di abbandonare questo argomento è bene esaminarne ancora un aspetto. Mach parla della scoperta e definizione concettuale di proprietà non date immediatamente nella prima cognizione rappresentativa. Cosa intende egli precisamente? Pensa che il complesso degli elementi sensibili qual è presentato dalla rappresentazione contenga già virtualmente ciò che sarà successivamente enucleato; oppure intende che l'intelletto scopra qualcosa che la rappresentazione non contiene?

La questione è importante perché riguarda il rapporto fra intelletto e realtà. L'intelletto agisce sulla rappresentazione che per esso è la cosa, l'oggetto; o agisce sulla cosa stessa che è fuori della nostra mente? Tenendo presente quanto Mach dice, e qui sopra è stato ripetuto, mi sembra si possa concludere che, pur non negando il primo caso, Mach ha particolarmente insistito sul secondo. L'attività intellettuale consiste nella scoperta di nuove relazioni e proprietà, mediante operazioni di natura diversa, che si effettuano sulla realtà stessa. Mach non confonde, dunque, *species* e *res*, ente mentale e ente reale; anzi li distingue con chiara consapevolezza. Non si può perciò identificare la posizione machiana con quella dell'empirismo classico inglese, che è espressa dalla frase humiana: « le nostre percezioni sono i nostri soli oggetti » (*Treatise of Human Nature*, parte IV, sezione II).

3. - Il concetto è misura.

Chi ha pratica di ricerca e conosce la storia della scienza — prosegue Mach — difficilmente potrà credere che la scoperta del concetto avvenga secondo lo schema aristotelico o baconiano della induzione (cioè mediante l'enumerazione di casi corrispondenti). In realtà si tratta di un processo alquanto più complesso ¹⁸. Come ha mostrato nella *Mechanica*, la scoperta è preparata dall'osservazione, anticipata dall'ipotesi o dall'esperimento mentale, sollecitata in modi diversi con opportuni strumenti. Essa comporta una capacità creativa, una partecipazione della « fantasia ». Per indicare l'atto dello scoprire, che è risultato di più componenti, Mach usa il verbo « *erschauen* ». Archimede ha « scorto » che la relazione determinante l'equilibrio nella leva è quella del peso e della

¹⁷ E. MACH, *Die Prinzipien der Wärmelehre*, pp. 419 s.

¹⁸ E. MACH, *Die Prinzipien der Wärmelehre*, p. 445.

lunghezza del braccio; Galileo ha « scorto » che le forze producono accelerazione. Tornando sull'argomento, nei *Principi della termologia*, Mach chiarisce. Con questo *erschauen* non dobbiamo intendere niente di mistico. Quando un fatto, che ha in sé lo stimolo della novità, e a cui è legato un interesse intellettuale o pratico, si stacca dal suo ambiente ed entra con maggiore chiarezza nella coscienza, entra insieme anche la condizione, alla quale il suo prodursi è legato¹⁹. Ancora più chiaramente, « l'atto dell'*erschauen*: A è legato a B »²⁰.

Mach chiarisce che solo la formulazione quantitativa permette di riprodurre nella mente i nessi reali.

La scienza esige che le riproduzioni mentali delle esperienze sensibili abbiano forma astratta. Solo così infatti esse possono essere utilizzate per trovare, mediante un calcolo astratto, da una proprietà classificata mediante misurazione astratta altre proprietà da essa dipendenti, per completare la proprietà data solo parzialmente²¹.

Allora diciamo che la relazione è *eindeutig bestimmt*; che « le circostanze determinano in modo univoco il fenomeno ». Quindi non si ha un concetto scientifico sino a quando la relazione, che l'operazione ha messo in luce, non è espressa in termini quantitativi.

4. - *La classe e la specie.*

Il vecchio tipo di definizione per genere e specie è totalmente inadatto alla fisica. Il criterio selettivo in base al quale si può stabilire se un fatto appartenga ad « una specie » è quello della misura. Appartengono alla stessa « specie » tutti quei fatti che presentano relazioni che possono essere sottoposte allo stesso modulo. Si potrebbe anche dire: fa parte di una classe ciò che reagisce allo stesso modo. Quando, per esempio, ci rendiamo conto che è possibile sostituire con il peso ogni circostanza che determini movimento, arriviamo alla conclusione che tutte le forze sono grandezze omogenee (*gleichartig*), che possono essere sostituite dal peso²². La possibilità di misurare le forze mediante il peso è stata, secondo Mach, la ragione della possibilità di estendere il concetto di forza anche a fenomeni che non sono fenomeni di pres-

¹⁹ *ibidem*, p. 445.

²⁰ *ibidem*, p. 449.

²¹ E. MACH, *Die Mechanik*, p. 125 (p. 156).

²² *ibidem*, p. 74 (p. 106).

sione, o di impulso, e quindi di generalizzare il concetto stesso. Una volta che Galileo ebbe definito il concetto di forza come ciò che produce accelerazione, questo stesso concetto funzionò da indice discriminativo. Da una parte furono subito trovati caratteri corrispondenti in fatti apparentemente diversi (tutti i corpi sono pesanti, i corpi lanciati e i corpi che cadono liberamente hanno la stessa accelerazione, la luna è sottoposta a gravità come questa pietra), dall'altra furono osservati caratteri diversi in fatti sino allora non distinti (l'accelerazione di caduta non è costante, ma determinata da massa e distanza)²³. Newton poi scoprì che la stessa accelerazione che regola la caduta di una pietra, impedisce alla luna di allontanarsi in linea retta dalla terra, mentre d'altra parte la velocità tangenziale le impedisce di cadere sulla terra. Il movimento della luna fu dunque così considerato in modo del tutto nuovo.

Il carattere comune è espresso da una legge quantitativa precisa. Non solo corpi, ma anche fenomeni a prima vista del tutto diversi vengono misurati secondo la loro capacità di produrre lavoro. Fenomeni di peso, di moto, di elasticità, di calore producono sensazioni di pressione, di temperatura, ecc. che appaiono tra loro eterogenee e inconfrontabili. Il concetto di lavoro permette di commensurarli l'uno all'altro, di ordinarli tra loro. L'appartenere alla stessa « specie » viene a coincidere con l'essere quantità omogenee. Osserviamo il comportamento di corpi a noi vicini e constatiamo una relazione tra questo comportamento e il loro peso. Ne diamo una spiegazione. Successivamente però notiamo che un corpo piú leggero ne solleva uno piú pesante mediante l'applicazione di una leva. Ciò significa che abbiamo scoperto nel fenomeno della caduta una nuova relazione, l'altezza di caduta. Introduciamo poi il concetto di lavoro, che è il prodotto di peso e altezza²⁴.

La scienza cerca concetti sempre piú generali. L'antica dottrina che spiegava il moto dei corpi con una ipotesi animistica (ogni corpo cerca il suo luogo naturale) riusciva a dar ragione di alcuni fenomeni. Ma non riusciva a rispondere a domande come: perché il legno galleggia sull'acqua? perché un corpo lanciato per aria sale? perché diminuisce la velocità del suo movimento violento, mentre aumenta quello della caduta naturale? Galileo considerò unitariamente questi due casi di moto e vide

²³ E. MACH, *Die Prinzipien der Wärmelehre*, p. 386.

²⁴ *ibidem*, p. 384.

in entrambi un aumento di velocità verso la terra. Così risolve il problema. Dunque « non un luogo, ma un'accelerazione verso la terra è ordinata ai corpi »²⁵. Newton estese poi questa concezione ai corpi celesti. Come risulta dalla trattazione galileiana sulla velocità (sopra riportata), la generalizzazione del concetto coincide con l'impiego degli infinitesimi: l'uso del ds/dt per indicare la velocità istantanea coincide con una generalizzazione del concetto di velocità. Si tratta, cioè, di una generalizzazione ottenuta mediante l'introduzione di un nuovo procedimento di misura. I concetti che la scienza man mano formula e usa comprendono sotto di loro un numero sempre maggiore di fenomeni. Essi sono più lontani dalla rappresentazione immediata, e sempre più astratti; ma la maggior estensione del concetto corrisponde a un più ampio e preciso adattamento del pensiero ai fatti.

Possedere un concetto-misura (*ein Massbegriff*) permette di formulare l'idea che ad uno stesso oggetto (a un corpo) competano contemporaneamente proprietà (movimenti) diversi. Questa idea è inaccettabile fino a quando si proceda per genere e specie, e si consideri la proprietà come accidente inerente a una sostanza. Per Aristotele infatti l'intelletto coglie l'essenza di una cosa e la esprime con la definizione. La proprietà è una qualità di tale essenza. Il carattere sostanziale dell'oggetto determina le relazioni di esso. Si definiscono sostanze, cui compete un particolare movimento. In questa prospettiva la coesistenza di due movimenti diversi in un medesimo corpo appare una contraddizione, giacché le determinazioni qualitative si contraddicono. L'introduzione di un concetto matematico di moto ha permesso di risolvere il problema del moto dei proiettili. La scomposizione della velocità nelle due componenti in direzione verticale e in direzione orizzontale, e la loro composizione nella parabola è appunto la soluzione di questo problema.

5. - I concetti sono necessari.

Due fattori debbono agire insieme nello sviluppo della scienza: idee e osservazioni. Le idee da sole portano a una speculazione infruttuosa, le osservazioni non producono alcun sapere organico²⁶. La scienza moderna è stata costruita da un continuo rapporto tra il pensiero e l'esperienza. L'esperienza produce un pensiero; questo è di nuovo paragonato

²⁵ *ibidem*, p. 385.

²⁶ *ibidem*, p. 390.

con l'esperienza e modificato. Si forma una nuova concezione, e il processo torna a ripetersi di nuovo. Talvolta occorre il lavoro di molte generazioni per arrivare a una relativa conclusione²⁷. Quello che deve essere evitato è la confusione tra concetto e realtà. Bisogna distinguere, dice Mach, fra mezzi e fini della scienza²⁸. I concetti sono mezzo al fine, che è l'adattamento del pensiero ai fatti.

Ma — ecco il quesito posto da Mach stesso — come si giustifica l'intervento della mente? La mente umana non è pur sempre un'attività estranea alla natura, non compie un intervento arbitrario? In particolare: la misura matematica non costituisce un abuso? Mach dice che il matematico si comporta rispetto ai fatti così come il chimico coi suoi reagenti, o il fisico con la bilancia, con il galvanometro, ecc. Che lo strumento di cui si serve il matematico sia il suo pensiero, non presenta alcuna difficoltà. Infatti « anche il ricercatore, con tutto il suo pensiero, è solo una parte della natura come ogni altra. Non v'è abisso tra questa e le altre parti. Tutti gli elementi sono di equivalente valore »²⁹. La preoccupazione romantica di distorsioni, irrigidimento, soffocamento, morte prodotti dalla ragione nel vivo palpito della natura è superata da Mach mediante la concezione darwiniana della mente umana, che, nata dalla terra, chiede risposta alla terra.

II. - LA CLASSIFICAZIONE.

1. - *Il procedimento riduttivo.*

Misurare significa definire relazioni in modo univoco. I procedimenti usati dalle scienze naturali allo scopo di ottenere tali definizioni sono molti e diversi. Uno di essi è la classificazione. Dice Mach: possedendo la definizione sistematica di una specie vegetale, e già conoscendo di tale specie la forma della foglia, la posizione della foglia, lo stato dei fiori (reazione *A*), costituisce un progresso scoprire che la stessa specie presenta anche determinati fenomeni di moto, eliotropismo o geotropismo (reazione *B*). La classificazione in questo caso ci permette di stabilire dei rapporti fra determinate reazioni o gruppi di reazioni *A* e *B* in un corpo, cioè in un complesso relativamente stabile di elementi

²⁷ E. MACH, *Erkenntnis und Irrtum*, p. 200.

²⁸ E. MACH, *Die Mechanik*, p. 484 (p. 495).

²⁹ E. MACH, *Die Analyse der Empfindungen*, p. 266.

sensibili³⁰. La difficoltà sta « nel fissare tale relazione mediante una descrizione priva di significati equivoci ». Ancora più delicato, poiché comporta un esame attento e minuzioso, è stabilire per una specie diversa di piante lo stesso rapporto, giacché questa nuova specie presenta molte altre particolarità diverse. Perciò chi classifica per genere e specie si trova di fronte alla difficoltà di dover decidere sino a che punto la classificazione, che vale per una specie in quanto stabilisce un rapporto significativo e descrittivo di proprietà, capace di definire tale specie, valga anche per un'altra, abbia cioè anche per quest'altra specie lo stesso valore di definizione. Da questo nasce — prosegue Mach — l'estrema difficoltà di riunire un gruppo di fenomeni in una descrizione unitaria. Sperare di poter arrivare per questa strada, cioè mediante una classificazione per genere e specie, a stabilire i caratteri essenziali comuni a tutto il reale significa piuttosto proporsi una meta ideale che non formulare un progetto realizzabile³¹.

Un procedimento diverso è quello usato molto comunemente in fisica. Se due pesi pendono ai due estremi di una corda che passa su una carrucola, è sufficiente sostituire ciascuno dei due pesi con un certo numero di piccoli pesi, per poter dire che il peso formato da un numero maggiore tirerà l'altro dietro di sé. Se i pesi si trovano su bracci diseguali di una leva, tagliamo anche i bracci in piccole parti uguali; prendiamo poi le parti di un peso e le parti del braccio corrispondente e formiamo il prodotto dei due numeri; procediamo allo stesso modo anche per l'altra parte. Scopriamo così che il sovraccarico si trova dalla parte del prodotto maggiore. Le proprietà (*Merkmale*) dunque possono essere scomposte in parti. L'enumerazione (*die Abzählung*) delle singole parti costituisce allora il fondamento della descrizione dei fenomeni³². Non è difficile il passaggio dall'enumerazione a una descrizione sintetica mediante l'introduzione di regole di derivazione o di calcolo. Con un procedimento analogo, immaginando che le cose siano costituite da elementi piccoli a piacere, e che il loro comportamento sia misurabile in elementi di tempo infinitamente piccoli, le regole di calcolo sono espresse nella forma di equazioni differenziali. Tali equazioni — osserva Mach a conclusione di questa trattazione — sono in via di principio sufficienti ad

³⁰ E. MACH, *Erkenntnis und Irrtum*, p. 320.

³¹ *ibidem*, e *Populär-wissenschaftliche Vorlesungen*, p. 203.

³² E. MACH, *Erkenntnis und Irrtum*, p. 322.

esporre tutti i fenomeni meccanici, termici, elettromagnetici, ecc. Però è ancora da vedere se in futuro la loro applicazione a campi diversi presenterà o no delle difficoltà³³.

2. - *L'ordine seriale.*

Diverso da quello qui descritto è ancora un terzo procedimento; esso stabilisce un ordine seriale. Non si tratta soltanto di contare elementi uguali, di enumerarli, ma di attribuire ad ognuno di essi un grado, e di ordinarli secondo questo grado. Su questo procedimento Mach si è soffermato a lungo, studiandolo sotto aspetti diversi. Egli afferma che un'idea chiara intorno alla *Ordnungstätigkeit* aiuta a capire la natura propria del metodo scientifico³⁴.

Mach esamina in particolare cosa significhi misurare la massa, e cosa significhi misurare la temperatura. Esaminiamo per prima la trattazione sulla misura della massa³⁵.

Esperienze meccaniche indubitabili ci informano dell'esistenza nei corpi di una particolare caratteristica che determina l'accelerazione. I corpi *A* e *B* nella loro relazione reciproca si comunicano le accelerazioni $-\varphi$, $+\varphi$, dove la direzione è indicata dai segni. Diciamo allora che *B* ha $-\varphi/\varphi'$ volte la massa di *A*. Ciò significa che scegliamo la massa *A* come unità di misura. Generalizzando possiamo dire che attribuiamo la massa *m* a quel corpo che imprime ad *A* un'accelerazione uguale ad *m* volte l'accelerazione che esso riceve da *A*. Possiamo ora stabilire il criterio di uguaglianza: diciamo corpi di massa uguale quelli che, agendo l'uno sull'altro, si comunicano accelerazioni uguali e opposte. Con ciò non facciamo altro che definire una relazione di fatto.

Quando si sia stabilita un'unità di misura e si siano specificati i criteri di coincidenza e di precedenza in ordine alla caratteristica di determinare accelerazioni, è possibile istituire un ordine seriale. La definizione di massa che in tal modo si enuncia (*il rapporto delle masse è il rapporto inverso delle accelerazioni prese con segno negativo*) ha i seguenti vantaggi: 1) stabilisce un dato di fatto, cioè una relazione, « è la precisa significazione di un fatto »; 2) non deriva da una teoria

³³ *ibidem*, p. 445, e *Populär-wissenschaftliche Vorlesungen*, p. 283.

³⁴ « Zunächst ist klar, dass das Zählen unsere eigene Ordnungstätigkeit ist »: *Die Prinzipien der Wärmelehre*, p. 455.

³⁵ E. MACH, *Die Mechanik*, pp. 210-16 (pp. 235-240).

metafisica intorno alla materia, anzi « non contiene nessuna teoria »; 3) può essere riferita anche a corpi di proprietà chimiche diverse, prescindendo dall'ipotesi democritea della omogeneità della materia.

L'unica difficoltà che questa definizione può presentare è facilmente superabile. Mach così la espone. Consideriamo una serie di corpi A, B, C, D, E e rapportiamoli tutti al corpo A , scelto come unità:

$$\begin{array}{l} A, B, C, D, E \\ 1, m', m'', m''', m'''' \end{array}$$

Abbiamo trovato così il rispettivo valore delle masse $1, m, m', m'', m''', m''''$. Si pone allora la domanda: se scegliessimo B come unità di misura, avremmo per C il valore m'/m , per D il valore m''/m , o avremmo valori del tutto diversi? In forma più semplice: due corpi B, C che agendo su A si comportano come masse uguali, si comporterebbero come tali anche in una azione mutua? Poiché il problema è fisico e non matematico, non si verifica la necessità logica per cui due masse uguali a una terza sono uguali fra loro.

In altri termini, stabilire un ordine significa stabilire una corrispondenza fra la serie delle masse e la serie dei numeri naturali. La validità di tale *Ordnungsprinzip*³⁶ è provata dalla possibilità di estendere alle masse le operazioni proprie di tali numeri. Nel caso particolare presentato da Mach si tratta di stabilire se per le masse vale il principio di transitività. Importante è l'affermazione machiana che tale validità — e quella di ogni altra operazione — può essere stabilita solo in base all'esperienza, e non accettata come necessaria a priori.

Sulla stessa questione della misura Mach tornò nel 1896 nei *Principi della termologia*, già citati. Nel capitolo « Critica del concetto di temperatura » è ampiamente trattata nel modo seguente. Le sensazioni di calore costituiscono una serie semplice, una varietà semplice rigida (tiepido, caldo, bollente ecc.). I corpi che producono tali sensazioni presentano, in corrispondenza con esse, caratteri fisici particolari: brillano, evaporano o bruciano all'aria, raffreddati si irrigidiscono. Queste e altre proprietà sono osservabili; l'insieme di queste reazioni che il corpo presenta e che è legato alla sensazione di calore può essere detto « *stato termico* ». La scienza procede cercando un carattere che sia indipendente dalle variazioni dei nostri organi di senso. Cerca, cioè, di collegare la

³⁶ E. MACH, *Erkenntnis und Irrtum*, p. 326.

temperatura non piú al nostro avvertimento del calore, ma a dati di fatto piú facilmente misurabili, per esempio, al volume. Avendo osservato che lo stesso corpo ha volume diverso a seconda del calore, già Erone e piú tardi Galileo presero il volume come indice dello stato di calore.

La variazione di volume — chiarisce Mach — non è l'unico fenomeno legato alla variazione di calore; anche la costante dielettrica, le forze termoelettromotorie, l'esponente di rifrazione ben avrebbero potuto essere presi come indice di questo stato. Che si sia preferito il volume è una scelta volontaria, un accordo, una convenzione (*eine Übereinkunft*). Insomma, il dato di fatto, il punto di partenza è lo stato di calore, che è definito come un complesso di elementi. Fra questi elementi, istintivamente e inconsciamente, l'uomo sceglie la sensazione termica a rappresentare il tutto. Lo scienziato poi sostituisce a questo contrassegno un altro, la dilatazione del volume. L'introduzione di questo indice, permette di definire con precisione il concetto di *uguaglianza di calore* anche fra corpi diversi. Come i volumi, anche gli stati di calore vengono così a formare una serie rigida semplice.

Un altro passo in avanti è compiuto dallo scienziato con la scelta di una sostanza termoscopica, che gli permette di indicare il punto di coagulazione o di scioglimento delle varie sostanze (sangue, burro ecc.). I contrassegni numerici lo mettono in grado di riconoscere uno stato termico che torna a presentarsi, e anche di rappresentare, sostituendolo, uno stato di calore già determinato con un numero. Infatti lo scienziato ha proceduto fissando due punti fermi, dividendo l'intervallo in gradi e stabilendo un rapporto d'ordine tra i segni termoscopici e i numeri.

Compiuta questa analisi — prosegue sempre Mach — siamo in grado di definire cosa sia « temperatura ». La temperatura non è altro che un numero che è ordinato a uno « stato di calore »:

$$t = f(V), \text{ dove } V \text{ è il volume .}$$

La temperatura dunque è un contrassegno che noi poniamo in rapporto con 1) la scelta del volume come indice, 2) con la scelta della sostanza termoscopica, 3) con il principio di ordine del numero al volume. La temperatura è un numero di inventario, mediante il quale lo stesso stato di natura può essere riconosciuto e, se necessario, può essere cercato. « Il sistema dei numeri, infatti, è una nomenclatura di eccezionale precisione ed estensione »³⁷.

³⁷ *ibidem*, p. 322.

3. - *Chiarimenti sul rapporto tra l'esistente e il mentale.*

Idee chiare intorno alla natura della misura possono aiutarci a risolvere il problema dei rapporti tra sensazione e intelletto.

In primo luogo Mach stabilisce che la misura non presuppone una realtà, un ente inteso come totalità. A noi interessa misurare relazioni, intervalli, distanze, non analizzare e dividere quantità³⁸. Molti problemi e quesiti intorno alla temperatura quali troviamo in opere di scienziati, anche di grande valore, (Mach dà una lunga serie di tali problemi e discussioni, citati alla lettera da scritti di Black, Lambert, Dalton, Gay-Lussac, Dulong-Petit)³⁸ tradiscono la convinzione che esista una temperatura quale sostanza, quale entità a sé stante. Si fa della temperatura quasi una somma delle singole temperature secondo il principio: quando è dato il condizionato è data anche l'intera somma delle condizioni, la totalità. Si riunisce tutta la serie delle temperature in un'unità e la si rappresenta mediante un simbolo. Si attribuisce poi realtà a questo simbolo: è così introdotto l'ente « temperatura reale ». Attraverso un procedimento definito da Mach di ipostatizzazione³⁹, si crea quasi un'idea platonica di temperatura, rispetto alla quale la temperatura letta sul termometro è solo un'espressione imprecisa⁴⁰.

Mach cerca di stabilire l'origine dell'errore. Lo scienziato deve rendersi conto che « una volta scelto il volume, si è raggiunto un nuovo punto di vista e che ora solo il nuovo contrassegno sta a fondamento della ricerca »⁴¹. Quando si assume la somma delle sensazioni nella forma di una reificazione e sostanzializzazione, si torna ad un discorso ancora legato alla « cosa » intuitiva, dimenticando che il livello di questo discorso era già stato superato. All'origine sta un errato concetto di misura: « la misura non richiede parti misurabili di una comune proprietà del sostrato calorico »⁴². Misurare non significa solo e necessariamente dividere in entità uguali. Misurare è definire relazioni di uguaglianza, disuguaglianza, somma. È fissare un valore facendo corrispondere alla grandezza un numero. Il concetto di misura è un concetto di relazione.

³⁸ E. MACH, *Die Prinzipien der Wärmelehre*, pp. 50 ss.

³⁹ *ibidem*, p. 51.

⁴⁰ *ibidem*, p. 45.

⁴¹ *ibidem*, p. 51.

⁴² *ibidem*, p. 59.

Uno degli strumenti piú idonei alla misura è l'ordine seriale. Come si è visto, stabilire un ordine seriale significa stabilire un rapporto biunivoco tra la serie dei numeri naturali e la serie dei dati sensibili. Ma questa operazione ha talvolta provocato l'errore di attribuire al denotato i caratteri propri del denotante. Poiché la serie numerica è infinita, aperta in basso e in alto, ci si chiede se lo sia anche la serie delle temperature; poiché la serie numerica comprende anche lo zero, ci si chiede quale dato fisico di calore corrisponda a tale valore.

Problemi di questo genere nascono dal fatto che non si sa delimitare con precisione la sfera dell'esistente rispetto a quella del mentale. Si attribuisce allora esistenza reale a ciò che ha soltanto esistenza mentale. La scienza moderna si è costruita una specie di sovra-mondo: un mondo posto al di là della sensazione, per essa irraggiungibile, e scoperto dalla ragione. Quasi un Olimpo assai popolato⁴³.

Insieme all'errore di attribuire realtà all'ente di ragione Mach ne denuncia un altro. È quello per cui si rifiuta il mentale in quanto non esistente. Atteggiamento questo in apparenza opposto al primo, ma in realtà nato dalla stessa radice, che è la convinzione: il mentale ha come proprio oggetto un mondo diverso da quello datoci dalla sensazione. Così come vi sono due gradi del conoscere vi sono due gradi dell'essere; e, inversamente, se non vi sono due gradi dell'essere, non è possibile ammettere due gradi del conoscere.

Quali siano le conseguenze di questa confusione tra esistente e misura dell'esistente Mach chiarisce nel capitolo « *Das Continuum* » dell'opera sulla termologia, già citata. Il calcolo infinitesimale che è una costruzione intellettuale e consapevolmente elaborata per scopi precisi, significa qualcosa anche nella natura? Corrisponde al vero la necessità, sostenuta da alcuni scienziati, dell'esistenza dell'infinitamente piccolo come corrispondente reale dell'infinitamente piccolo introdotto nel calcolo infinitesimale? Mach nega tale corrispondenza. Alla sensibilità non risulta né un infinito numero di membri, né differenze infinitamente piccole. Punti dello spazio e del tempo non sono oggetto di verifica sensibile. Per i sensi due membri contigui della serie devono avere una differenza distinguibile; da un continuo sensibile (per esempio un suono di un determinato tono, i colori dello spettro ecc.) si può togliere un gran numero di membri senza che per questo il sistema cessi di dare

⁴³ *ibidem*, p. 56.

l'impressione di continuo. La ricerca dell'infinitamente piccolo in natura porta a paradossi di ogni genere, e quindi a dubbi sulla validità del calcolo ⁴⁴.

Dubbi e difficoltà — prosegue Mach — cadono quando si tenga conto che l'uso che si fa del calcolo infinitesimale è del tutto diverso, e non viene toccato da tali aporie. Il calcolo non serve a riprodurre la natura. Esso è uno strumento con cui poniamo una domanda, interroghiamo la natura. Mach chiarisce. Se $y = x^m$, troviamo per un incremento dx di x l'incremento $dy = x^{m-1} dx$. La funzione x^m « reagisce » con questo risultato a una determinata operazione che è quella della differenziazione. Questa reazione è un contrassegnare x^m , così come un contrassegnare è il colore blu-bruno che si presenta quando sciogliamo il rame nell'acido solforico. La reazione si semplifica se si considera dx così piccolo che gli altri membri tendano verso il primo. Solo a motivo di questa semplificazione si considera dx molto piccolo. Il vantaggio offerto da questo calcolo è quello di permettere misure più precise. In mancanza di esso, « dovremmo accontentarci di elementi finiti che si assommano in modo finito e il risultato sarebbe veramente inesatto ». Mach così conclude: « il doppio salto mortale dal finito all'infinito e da questo a quello non avviene dunque nella sfera del reale ». Abbandoniamo il campo delle immediate verificazioni sensibili, per ricorrere ad altri mezzi atti alla determinazione dei rapporti fisici. L'operazione è più complicata, la reazione richiede strumenti logici più affinati, ma la misura è più esatta.

III. - LA MISURA DELLO SPAZIO.

1. - *Principi della geometria metrica euclidea. La congruenza.*

Solo quando si ammetta la necessità della misurazione, si riesce a risolvere il problema della natura dello spazio.

Riprendiamo il discorso dal punto in cui lo avevamo lasciato dopo la ricerca e la trattazione sullo spazio fisiologico. Fondamentale è per Mach la necessità di tener distinti i due spazi: quello fisiologico, dato immediato della impressione sensoriale, e quello geometrico, risultato di una elaborazione intellettuale. Abbiamo visto come egli abbia esaminato caratteri e peculiarità del primo; seguiamolo ora nella ricerca che

⁴⁴ *ibidem*, p. 75.

mira a stabilire quelli del secondo. Le due analisi si completano e si chiariscono a vicenda.

Il ragionamento di Mach si svolge in questo ordine:

- 1) esiste uno spazio dato ai sensi, lo spazio fisiologico;
- 2) lo spazio della geometria euclidea è definibile nei termini di « un'astrazione e semplificazione » compiuta allo scopo di misurare lo spazio fisiologico;
- 3) la meccanica ha assunto come spazio fisico lo spazio della geometria euclidea.

La domanda che Mach pone è questa: tale assunto è giustificabile? e quali limiti esso trova nei fatti?

Sappiamo ormai, a questo punto della ricerca, che lo spazio fisiologico è dato ai sensi, mentre lo spazio geometrico è il risultato di una elaborazione intellettuale. Precisiamo ora il carattere di tale elaborazione. In primo luogo è da escludere che lo spazio intellettuale, l'idea di spazio, sia un sistema di sensazioni spaziali, sia cioè una somma di sensazioni, alle quali si possa tornare per pura analisi logica, come dicevano Berkeley, Hume e Stuart Mill. Né lo spazio è l'intuizione pura di cui parlava Kant. Secondo Mach la formazione dell'idea di spazio è legata a operazioni di misura compiute sui dati sensibili. La nostra conoscenza geometrica deriva da diverse fonti. Da forme spaziali, colte fisiologicamente, immediatamente, mediante la vista e il tatto, e da operazioni di confronto condotte su corpi diversi. Per questa duplice matrice, si hanno della geometria due concezioni fra loro opposte: l'una tiene conto solo delle pure operazioni intellettuali, l'altra delle esperienze fisiche. Ma i due momenti sono ugualmente importanti⁴⁵.

Il procedimento di confronto richiede moduli di misura⁴⁶. Quando, allo scopo di paragonare i corpi fra loro, usiamo la mano e poi, per maggior precisione, un regolo costruito artificialmente, siamo già entrati nel dominio dei corpi fisici. Intanto possiamo parlare di « grandezze », e di grandezze « uguali », in quanto abbiamo uno strumento che ci permette di paragonare e di misurare queste grandezze. L'uso del regolo ci mette in grado di dire con precisione: due lunghezze portate su due corpi, una su ciascun corpo, sono uguali, quando i punti dell'una sono a contatto coi punti corrispondenti dell'altra.

⁴⁵ E. MACH, *Erkenntnis und Irrtum*, p. 381.

⁴⁶ *ibidem*, p. 419.

La relazione di uguaglianza (simmetrica, riflessiva, transitiva) è considerata indipendente dalla posizione del regolo nello spazio e nel tempo.

Se si può portare un corpo rigido A a coincidere mediatamente o direttamente con un altro corpo rigido B o con una parte di esso, la loro relazione sussiste sempre e dovunque. Si dice allora che il corpo B è misurato dal corpo A ⁴⁷.

Ciò significa che il regolo può essere spostato in maniera arbitraria in ogni direzione, restando invariato. Quindi « nella geometria supponiamo che ciò che il regolo ha una volta e in un luogo coperto, sempre e ovunque copra ». Tale relazione è detta *congruenza*⁴⁸.

Dall'analisi di Mach risulta che la lunghezza — concetto fondamentale della geometria — è il risultato di una misurazione effettuata per mezzo di un campione unitario di misura. Il concetto di lunghezza presuppone quello di « intervallo » (o « distanza »), giacché la lunghezza è univocamente determinata quando si sia stabilito che un certo intervallo, scelto ad arbitrio, costituisca l'unità di lunghezza. Si esige che questo intervallo unitario possa essere spostato in ogni direzione, e sia invariabile, indipendentemente dalla materia che lo costituisce. Mach insiste molto sul fatto che al concetto geometrico di spazio si giunge per mezzo di operazioni manuali e di operazioni intellettive di misura. La geometria presuppone procedimenti di misura: « tutti i problemi geometrici provengono dalla misurazione dello spazio mediante corpi uguali conosciuti ».

Perciò — egli dice — lo spazio del geometra non è il semplice sistema delle sensazioni spaziali (della vista o del tatto), ma piuttosto consta (*besteht*) di una quantità di esperienze fisiche concettualmente idealizzate e formulate, che si legano alle sensazioni spaziali. Già per il fatto di considerare il suo spazio come uguale in tutti i luoghi e in tutte le direzioni, il geometra va molto al di là dello spazio dato al senso della vista e al senso del tatto, il quale spazio non ha per nulla questa proprietà semplice. Senza esperienza fisica egli non raggiungerebbe alcun risultato. I teoremi fondamentali della geometria si ottengono anche fattualmente (*tatsächlich*) mediante esperienze fisiche, mediante applica-

⁴⁷ E. MACH, *Die Analyse der Empfindungen*, pp. 156 s.

⁴⁸ E. MACH, *Erkenntnis und Irrtum*, p. 37.

zione di regoli e di squadre, mediante applicazione di corpi rigidi. Senza teoremi di congruenza non vi è geometria⁴⁹.

2. - *Spazio geometrico e spazio fisico. La simmetria. La tridimensionalità.*

Trasferiamoci ora sul piano del discorso fisico. I rapporti fra geometria euclidea e meccanica classica sono strettissimi, essendo le due scienze nate dalla stessa origine fattuale, e per lo stesso bisogno, la misura dei fenomeni. Lo spazio in cui avvengono i fenomeni della meccanica è lo spazio tridimensionale isotropo, simmetrico e omogeneo della geometria euclidea. Stabiliti due tipi di alterazioni, cambiamento di stato e cambiamento di posizione, la meccanica astrae completamente dal primo. I corpi di cui tratta la meccanica non hanno alcuna delle qualità chimiche e di stato, che i corpi naturali presentano. Sono perciò corpi astratti ed ideali, privi di calore, di colore, di elettricità. Delle proprietà fisiche che i corpi naturali presentano, i corpi meccanici conservano la rigidità, nel senso che è stato chiarito per la geometria.

Non ha significato — prosegue Mach — dire che il corpo in sé (quale ci è messo innanzi dalla percezione immediata) abbia questa o quella figura geometrica, ubbidisca a questa o quella legge euclidea. La questione se un dato oggetto fisico sia una retta o una corda di cerchio non è formulata in forma precisa. Un filo teso o un raggio di luce non è né l'una né l'altra. Si tratta piuttosto di stabilire se l'oggetto reagisca spazialmente in modo che corrisponda meglio all'uno o all'altro concetto, anzi in generale se esso corrisponda con sufficiente e completa precisione a un concetto geometrico⁵⁰.

Allo stesso modo non dobbiamo confondere lo spazio reale con lo spazio meccanico, che è quello euclideo e che è un ente di ragione.

Questo modo di impostare la questione ha portato Mach a conclusioni molto interessanti su una delle proprietà dello spazio euclideo e meccanico: la simmetria. Lo spazio della geometria è simmetrico; nello spazio fisiologico invece, come i punti e le direzioni non sono equivalenti, così non sono equivalenti destra e sinistra. « La simmetria geometrica non è simmetria ottica »⁵¹. « Le immagini simmetriche, che l'im-

⁴⁹ E. MACH, *Die Analyse der Empfindungen*, p. 282.

⁵⁰ E. MACH, *Erkenntnis und Irrtum*, p. 417.

⁵¹ E. MACH, *Die Analyse der Empfindungen*, p. 87.

mediata sensazione ci presenta come equivalenti, non sono tali sotto il rispetto fisico »⁵². Il nostro stesso organismo del resto non è perfettamente simmetrico. « L'apparato motore degli occhi è asimmetrico rispetto al piano orizzontale »⁵³. L'apparato uditivo non è simmetrico⁵⁴. E ancora « tutto il corpo umano, e in particolare il cervello, è diviso con notevole asimmetria, la quale porta, ad esempio, a preferire per le funzioni di movimento una mano piuttosto che l'altra »⁵⁵.

Nello spazio geometrico il rapporto di simmetria è sempre valido. Si può dire altrettanto per lo spazio fisico? Lo spazio è l'ambiente in cui avvengono i fenomeni fisici. La struttura del mondo fisico si rivela attraverso le leggi generali della natura; esse vengono formulate in termini di certe quantità fondamentali che sono funzioni del tempo e dello spazio. La domanda, allora, è questa: le leggi fondamentali della fisica rimangono invariate rispetto alla riflessione? Solo l'esperienza può dirlo. Mentre sappiamo a priori come si comporteranno le grandezze geometriche in seguito alla riflessione, dobbiamo ricorrere all'esperienza per conoscere il comportamento delle grandezze fisiche. In un passo della *Meccanica*, Mach ricorda lo sconvolgimento intellettuale che provò, da ragazzo, quando gli fu fatto vedere che l'ago magnetico si sposta in un verso determinato a sinistra, o a destra, se lo si sospende parallelamente a un conduttore in cui passa corrente elettrica in un verso stabilito. Vide subito in questo fatto una trasgressione alla simmetria dello spazio fisico. La fisica classica ha sempre dato per certo che due oggetti che stiano fra loro nello stesso rapporto che sussiste fra un oggetto e la sua immagine speculare, obbediscono alle stesse leggi fisiche. Il fenomeno che fu posto innanzi a Mach, lo portò a meditare sul fondamento di tale convincimento. Ne concluse che tale fondamento si trovava nell'acritico trasferimento dei caratteri dello spazio geometrico allo spazio fisico.

Mach più volte, nei suoi scritti, ha negato al principio di simmetria il carattere di assiomaticità. Dalla simmetria bilaterale perfetta della bilancia non si può ricavare per via puramente mentale le leggi del

⁵² *ibidem*, p. 277.

⁵³ *ibidem*, p. 94.

⁵⁴ E. MACH, *Bemerkungen über die Accomodation des Ohres*.

⁵⁵ E. MACH, *Die Analyse der Empfindungen*, p. 91.

comportamento della bilancia stessa. Né è possibile fondare la terza legge newtoniana sul principio di simmetria, valido a priori⁵⁶.

Il problema del rapporto tra geometria e fisica è affrontato da Mach anche in altra prospettiva. La geometria euclidea non è più il solo sistema logicamente possibile. I matematici Lobačevskij, Bolyai, Gauss, Riemann, Helmholtz, hanno creato sistemi di geometria non euclidea, attraverso ricerche assai complesse, di cui Mach traccia la storia⁵⁷. Qual è il valore di tali sistemi? Mach — il quale chiarisce di parlare dal punto di vista del ricercatore e del fisico⁵⁸ — risponde nei termini seguenti. Al fisico non compete mettere in discussione il diritto del matematico ad elaborare costruzioni mentali, « senza alcuna preoccupazione di applicazione alla realtà sensibile ». Il fisico deve saper distinguere fra l'aspetto sintattico e quello semantico della teoria. Né, prosegue Mach, il fisico deve escludere per principio che, sotto particolari condizioni, le nuove geometrie possano essere estese alle relazioni spaziali che cadono sotto i nostri sensi. « Possiamo esporre i dati di fatto dell'osservazione spaziale con perfetta precisione, sia servendoci della geometria euclidea, sia di quella di Lobačevskij e di Riemann, quando siano introdotte particolari condizioni »⁵⁹.

Le geometrie non euclidee hanno reso possibile una grande chiarificazione della questione che riguarda i rapporti tra fisica e geometria, e del problema dello spazio. Mach in particolare esamina la teoria gaussiana-riemanniana dello spazio.

Gauss nelle *Disquisitiones circa superficies curvas* (1827) aveva ottenuto una determinazione « intrinseca » della curvatura di superficie.

⁵⁶ È opportuno qui riportare le parole con cui nel 1957 T. D. Lee e C. N. Jang davano notizia del fatto che la legge di conservazione della parità non è vera per le interazioni deboli. Essi dicono: « Diverrà chiaro che gli attuali esperimenti sono atti a indicare la conservazione della parità nelle interazioni forti ed elettromagnetiche con un alto grado di precisione, ma che per le interazioni deboli (ossia, le interazioni di decadimento per i mesoni e gli ipesoni, e le varie interazioni di Fermi) la conservazione della parità è solo una ipotesi estrapolata, non confortata dall'evidenza sperimentale ». « Per decidere inequivocabilmente se nelle interazioni deboli la parità venga conservata si deve compiere un esperimento per determinare se le interazioni deboli differenziano la destra dalla sinistra ». *Questions of Parity Conservation in Weak Interactions*, in « Physical Review », n. 104 (1957), pp. 254-258.

⁵⁷ E. MACH, *Erkenntnis und Irrtum*, pp. 403-409.

⁵⁸ *ibidem*, p. 389.

⁵⁹ *ibidem*, p. 415.

A questo scopo assunse due classi di curve da tracciare sulla superficie. Lungo ciascuna curva della prima classe (le curve x_1), x_2 è costante, e lungo ciascuna delle altre curve (le curve x_2) x_1 è costante, esattamente come nelle ordinarie coordinate cartesiane lungo l'ordinata y il valore di ascissa x è costante, e viceversa. Queste curve gaussiane devono coprire l'intera superficie per valori variabili delle costanti e una qualunque curva x_1 deve intersecare qualunque curva x_2 in un solo punto. Un qualunque punto P sulla superficie è determinato, di conseguenza, dai valori x_1 e x_2 delle curve, che in esso si intersecano; x_1 e x_2 sono oggi dette « le coordinate gaussiane » del punto P sulla superficie. Ora, se ds è l'elemento d'arco di una curva sulla superficie, si può dimostrare, generalizzando il teorema di Pitagora, che:

$$ds^2 = g_{11} dx_1^2 + 2g_{12} dx_1 dx_2 + g_{22} dx_2^2$$

Nello scritto *Über die Hypothesen, welche der Geometrie zugrunde liegen* del 1854 Riemann considerò il ds , usato da Gauss nella teoria delle superfici, come espressione appropriata per un elemento infinitesimo di lunghezza. Egli dunque scelse come « elemento di distanza »

$$ds^2 = dx^2 + dy^2 + dz^2$$

Mach osserva che questa scelta permette una geometria in piccola scala all'interno della superficie. Non solo infatti il ds fornisce la distanza fra due punti adiacenti, ma permette di determinare l'angolo formato in un punto da due linee che passano per il punto stesso⁶⁰.

Riemann — dice ancora Mach — ha perfettamente capito che la concezione della metrica di superficie in ogni suo punto, cioè dei coefficienti E, F, G in funzione dei due parametri gaussiani, permette di studiare tutte le proprietà intrinseche della superficie. Ossia quelle proprietà che non dipendono dalla particolare forma che la superficie assume nello spazio tridimensionale in cui è immessa, ma che rimangono invariate quando la superficie, che è immaginata costituita da un velo perfettamente flessibile e inestensibile, sia comunque deformata nello spazio, senza duplicazione e senza lacerazione. Proprietà intrinseca è *la curvatura costante*: « la misura della curvatura costante di superficie non dipende dalla sua configurazione (*Gestaltung*) secondo la terza dimen-

⁶⁰ *ibidem*, p. 397.

sione dello spazio, ma solo da rapporti intrinseci ». Di conseguenza il concetto di spazio acquista una generalità finora inconcepibile.

Sono possibili spazi finiti illimitati di curvatura costante positiva, corrispondenti alla superficie sferica a due dimensioni, illimitata ma finita. Secondo la nostra rappresentazione abituale lo spazio infinito corrisponde al piano infinito di curvatura nulla. Infine vi è una terza specie di spazio, quello a curvatura negativa ⁶¹.

Il concetto di spazio è andato sempre piú staccandosi dalla rappresentazione, intuitiva e immediata, dello spazio fisiologico. Una volta che si sia chiarito che lo spazio « intellettuale » è misura, e non copia o riproduzione di quello sensibile, il fisico — e non solo il matematico — acquista una straordinaria libertà nella utilizzazione degli strumenti che permettono tale misura.

Sono interessanti alcune osservazioni che Mach aggiunge. Lo spazio è definito da Riemann come varietà a una o piú dimensioni. Tale concetto non presenta difficoltà. Infatti le varietà poste in analogia con lo spazio sono, come il sistema dei colori, una triplice varietà, o presentano un minor numero di dimensioni. Lo spazio stesso contiene in sé superfici che sono varietà a due dimensioni, linee che sono varietà a una dimensione, a cui il matematico, nel suo linguaggio piú generalizzato, può aggiungere anche i punti, come varietà a zero dimensioni. Non v'è alcuna difficoltà a considerare la meccanica analitica come geometria analitica a quattro dimensioni, dove il tempo è la quarta dimensione ⁶².

Né deve suscitare difficoltà l'uso di elementi astratti come il *ds*. Le operazioni con tali rappresentazioni simboliche, come la storia della scienza insegna, non sono in alcun modo infruttuose. Simboli che all'inizio sembrano non aver alcun senso, guadagnano, per cosí dire, in un esperimento mentale compiuto con essi, un chiaro e preciso significato. Si pensi, ad esempio, agli esponenti di potenza negativi, e a casi analoghi, nei quali si sono ottenuti ampliamenti concettuali reali e importanti, che altrimenti non sarebbero stati possibili o avrebbero dovuto attendere ancora molto tempo. Si pensi ai cosiddetti *immaginari*, con i quali si è a lungo calcolato e si sono ottenuti importanti risultati, prima che si ponesse in discussione se ad essi spettasse un significato determinato con precisione e anche intuitivo ⁶³.

⁶¹ *ibidem*, p. 398.

⁶² *ibidem*, p. 395.

⁶³ *ibidem*, p. 395.

Quanto alla possibilità di una utilizzazione in fisica del metodo riemanniano, Mach dice che anche la fisica potrebbe considerare un continuo esteso materiale, a ciascun punto del quale è attribuita una temperatura, un potenziale magnetico, elettrico, gravitazionale ecc., come un pezzo, un ritaglio di una varietà a più dimensioni⁶⁴.

In conclusione, Mach accetta l'insegnamento derivato al pensiero scientifico dalla creazione di geometrie non euclidee. Tali geometrie hanno condotto da una parte a una migliore comprensione della natura ipotetica della geometria assiomatica pura, dall'altra a una chiarificazione della nozione di spazio. Il concetto di spazio astratto, matematico è straordinariamente ampliato, sí da comprendere come caso particolare ogni altro spazio, di cui il pensiero precedente abbia trattato. Quanto allo spazio della fisica Mach intende la chiarificazione portata dalla geometria non euclidea nel senso proposto dal grande Gauss, di cui cita le parole:

dobbiamo accettare con umiltà il fatto che, se il numero è prodotto del nostro pensiero, lo spazio ha anche una realtà fuori della nostra mente, a cui non possiamo attribuire leggi a priori (lettera a Bessel del 9 aprile 1830)⁶⁵.

⁶⁴ *ibidem*, p. 395.

⁶⁵ *ibidem*, p. 391. Vedi K. F. GAUSS, *Werke*, v. 8, p. 201.

CAPITOLO V

CRITICA DEL CONCETTO MECCANICISTICO DI MATERIA

Mach ha compiuto un'analisi molto approfondita del concetto meccanicistico di materia, allo scopo di metterne in rilievo la limitatezza e l'arretratezza nei confronti delle conoscenze sicuramente possedute dalle scienze naturali del suo tempo. Egli ha esaminato l'origine, la funzione e il significato dei concetti di sostanza, di causa, di atomo che rientrano in quello di materia.

I. - LA SOSTANZA.

1. - *La rappresentazione intuitiva.*

La sostanza è un concetto, anzi prima ancora una rappresentazione, formatasi assai presto nella storia dell'evoluzione umana, e formatasi « inconsciamente »¹. È indubbio che nell'uomo di ogni tempo v'è la tendenza a cercare e a fissare un *quid* che, nello scorrere incessante delle cose, resti stabile e persistente, o abbia un certo grado di stabilità e persistenza. Ciò che è costante, o per lo meno è ritenuto tale, è detto appunto sostanza.

La storia del modo diverso con cui è stato concepita la sostanza è tracciata da Mach in termini molto chiari nel capitolo intitolato *Der Substanzbegriff* nei *Principi della termologia*². Qui egli riprende e compendia, come è sua abitudine, spunti e motivi già precedentemente trattati; della sostanza infatti aveva scritto nel 1872, nel 1883 e nel 1886, nelle opere che già conosciamo.

Il primo aspetto della questione che Mach mette in evidenza è

¹ E. MACH, *Die Prinzipien der Wärmelehre*, p. 342.

² *ibidem*, pp. 423-31.

questo: nel lento formarsi del sapere e della scienza si è attribuito, in tempi diversi, a realtà diverse la natura di sostanzialità. Già questo fatto deve metterci sull'avviso, e renderci molto guardinghi nell'uso di un concetto forse piú legato alla struttura della nostra mente che non a quella del reale. Ancor piú prudenti quando ci si renda conto che congiunto al concetto di sostanza è quello di materia.

Per sostanza, dunque, si intende *das unbedingt Beständige*. Per l'uomo primitivo e per il bambino è sostanza ciò per la cui verificaazione sono necessari solo i sensi. Ogni corpo appare sostanziale. Essi non sanno — osserva Mach facendo riferimento ai propri studi sulla fisiologia della sensazione — che questa immutabilità e costanza del dato è legata a una determinata attività sensoriale (guardare, tastare)³. In questo primo stadio, si identifica infatti il sostanziale col tattile (*Tastbares*). Il tattile sembra rappresentare un nucleo assolutamente costante, al quale stanno fissati (*haften*) gli altri elementi piú variabili, dipendenti da condizioni diverse. Il passo successivo verso la formazione del concetto filosofico di sostanza è compiuto quando il persistente è concepito come qualcosa che sta al di là della verificabilità sensoriale⁴. Si arriva così a pensare che le proprietà sensibili sono manifestazioni, oppure anche effetti di un'intima sostanza, che ad essi sottostà⁵.

2. - Il concetto di sostanza in meccanica.

Anche il fisico, come il filosofo, forma il concetto di sostanza partendo dalle comuni rappresentazioni istintive. Lo studio però dei fenomeni di moto porta l'interesse su quegli aspetti del reale che restano (o sembrano restare, quando si faccia astrazione da mutamenti che pure avvengono), invariati durante la traslazione nello spazio. Sostanza è allora per il fisico il corpo rigido in movimento⁶.

In un momento successivo la ricerca è rivolta ai corpi fluidi o semi-fluidi: da questa ricerca ha avuto origine la nozione di *quantità di materia*. Ciascuna particella del corpo presenta un certo complesso costante di proprietà, e, poiché la quantità delle particelle è suscettibile di aumento o di diminuzione, anche le proprietà che si manifestano in

³ *ibidem*, p. 423.

⁴ *ibidem*, p. 433.

⁵ E. MACH, *Die Analyse der Empfindungen*, p. 5.

⁶ E. MACH, *Die Prinzipien der Wärmelehre*, p. 424.

determinate reazioni, si presentano come quantità. Arriviamo così alla rappresentazione di un *quid* costante sostanziale che può essere diverso nei diversi corpi secondo la quantità, e che chiamiamo materia. Le parti di un corpo sono ancora corpi costanti. Se sottraiamo a un corpo una quantità di parti, le stesse compaiono altrove, dato che la quantità di materia è costante⁷. A questo punto dell'evoluzione della scienza

la reazione concettuale, mediante la quale si risponde alla domanda se qualcosa possa essere sussunto sotto il concetto di sostanza, consiste dunque in questo, che si cerca (è indifferente se mediante operazioni sensibili, muscolari, tecniche, intellettuali o matematiche) in un altro luogo ciò che è stato sottratto ad una data quantità in un certo luogo.

Mach osserva anche che il corpo rigido in movimento è ora solo un caso speciale di questa rappresentazione più generale di materia.

La scienza procede ancora nel suo cammino. I corpi presentano proprietà diverse, che mano mano sono oggetto di studio: il peso, la massa, la capacità calorifica, il calore di combustione, ecc. Ebbene, è accaduto che il fisico attribuisse a ognuna di queste proprietà natura sostanziale. D'altra parte — e la contraddizione non è stata notata — egli ha avuto la tendenza a identificare la materia (sostanza) col nesso intrinseco che tiene insieme queste diverse sostanze, considerate ora sue proprietà, o manifestazioni. Persino Newton — dice Mach — ha peccato di una certa inconsapevolezza nell'uso dei concetti. Considerò materia un complesso di proprietà, di cui molto bene vide il nesso, non sostanziale e metafisico, ma fattuale e sperimentale, e così individuò la proporzionalità fra massa e peso. D'altra parte però, definendo scolasticamente la massa come quantità di materia, confuse, o sembrò confondere, la massa, che è una proprietà del complesso definito materia, con la materia stessa.

La tendenza a moltiplicare le sostanze è propria della scienza del secolo diciottesimo. Mach analizza il processo mentale attraverso cui lo scienziato arriva, spesso inconsapevolmente, a reificare proprietà e relazioni. Un corpo magnetico o elettrico non si differenzia esteriormente per nulla da un corpo che non è elettrico o magnetico. Accade però che verso il primo si muovano determinati corpi, che restano invece indifferenti rispetto all'altro. Allora, così come pensiamo che al di sotto del

⁷ *ibidem*, p. 426.

visibile vi sia a fondamento un nucleo tattile, anche se quest'ultimo non lo tastiamo al momento, allo stesso modo poniamo tra i corpi elettrici e magnetici da una parte e corpi che non lo sono dall'altra, una differenza permanente che al momento non è percepibile, ma che forse potrebbe esserlo una volta o l'altra. Questa differenza permanente sarà concepita, nel modo piú naturale e piú semplice, come una sostanza (*Stoff*) invisibile⁸. Sostanza viene cosí a significare un fenomeno possibile, o — meglio — qualcosa che non conosciamo ancora a fondo. Parliamo del calore latente come di una sostanza; però non definiamo sostanza l'ossigeno che insieme all'idrogeno compone acqua. Perché? Per il semplice fatto che conosciamo proprietà e struttura dell'ossigeno, mentre ancora non abbiamo studiato a fondo ciò che denominiamo calore latente. Per la stessa ragione chiamiamo sostanza l'anima di cui nulla o quasi nulla conosciamo⁹. Il concetto di anima sostanziale ci fa sorridere, ma *der Stoff ist ein Abstract ganz derselben Sorte*, altrettanto buono e cattivo quanto l'altro. Sostanza è dunque una parola che usiamo per nascondere una lacuna del nostro sapere. *Stoff ist mögliche Erscheinung; ein passendes Wort für eine Gedankenlücke*¹⁰. Mano a mano che le conoscenze progrediscono, le sostanze vanno scomparendo. Nessuno ora parla piú del « calorico ».

Attualmente — dice Mach — il concetto di sostanza è identificato con quello di energia totale, somma di energie. Ogni atto di moto di un mobile si può considerare dotato di due forme intrinseche di energia: cinetica e potenziale. Il moto si presenta cosí come un fenomeno di trasformazione di energia cinetica in potenziale o viceversa. Ma la quantità totale E di energia rimane costantemente la stessa, senza che dall'esterno ne venga mai ceduta o sottratta. Si dà alla costante E il nome di energia totale del mobile. Le ricerche di Joule e Mayer hanno portato alla scoperta che tra lavoro e calore esiste un rapporto di proporzionalità. Secondo quanto stabilisce il primo principio della termodinamica, il calore può trasformarsi in lavoro meccanico, può incrementare l'energia interna e quella cinetica, e viceversa queste forme di energia possono trasformarsi in calore. Si è venuti cosí a pensare che le diverse forme di energia (cinetica, termica, elettromagnetica ecc.) possano trasformarsi l'una nell'altra, ferma restando la validità del principio

⁸ *ibidem*, p. 427.

⁹ *ibidem*, p. 428.

¹⁰ E. MACH, *Die Geschichte*, p. 24.

che l'energia totale del sistema è costante. Se lo stato del sistema è individuato dalle sole variabili geometriche che ne danno la posizione, l'energia interna dipende soltanto da queste variabili e coincide con l'energia potenziale. Se lo stato è individuato anche da altre variabili meccaniche, elettriche, termiche, ecc., l'energia interna è funzione anche di queste ultime. La forma matematica che corrisponde al concetto di sostanza è la somma costante invariabile. Per la fantasia matematica — aggiunge Mach — non fa differenza se gli elementi considerati danno una somma costante, oppure una somma nulla, o se soddisfano un'altra condizione costante, una equazione. Perciò il considerare una somma costante come la più semplice e genuina espressione del concetto matematico di sostanza ha trovato la più vasta applicazione¹¹.

3. - « *Lo scandalo dell'entropia* ». *Il concetto astratto di sostanza.*

Sulla sostanza concepita come somma costante di elementi diversi, Mach fa alcune interessanti osservazioni. Secondo l'enunciazione data da Clausius, il secondo principio della termodinamica dice: il calore non passa spontaneamente, cioè senza spesa di lavoro, da un corpo più freddo a uno più caldo. Quando si trasforma il lavoro in calore o il calore in lavoro, il rapporto tra essi è dato dai risultati di Joule (primo principio). Tuttavia mentre è sempre possibile trasformare interamente una data quantità di lavoro in calore, non si può in generale effettuare completamente la trasformazione inversa. Nelle macchine a vapore e nelle altre macchine termiche soltanto una parte del calore fornito si trasforma in energia meccanica; la parte rimanente, che passa dalle parti calde a quelle fredde del sistema, non può più essere utilizzata per compiere lavoro. L'esperienza dimostra che ogni macchina termica funziona prendendo una quantità di calore Q dalla sorgente e cedendo una parte di tale calore q al condensatore. La differenza ($Q - q$) fra queste due quantità di calore rappresenta la quantità massima che si può trasformare in lavoro L , mentre il rapporto L/Q fra lavoro svolto e il calore assorbito può servire a misurare il rendimento della macchina.

In altri termini, per ottenere lavoro fornendo calore, occorre una differenza di temperatura. In natura però le differenze di temperatura vengono costantemente diminuite per effetto della conduzione del calore o per altri processi. In tal modo, in un sistema isolato in cui avvengono

¹¹ E. MACH, *Die Prinzipien der Wärmelehre*, p. 343.

trasformazioni irreversibili, l'energia termica tende a divenire sempre meno utilizzabile per compiere lavoro, ossia la funzione dello stato del corpo o del sistema chiamata da Clausius *entropia*, che rimane costante in un sistema reversibile, tende ad aumentare. Quando l'energia utilizzabile diviene minima, e quindi l'entropia massima, non si può ottenere lavoro.

Mach mette in rilievo come il secondo principio termodinamico contraddica la concezione sostanzialistica dell'energia, formulata nel primo principio. L'energia può essere sostituita mediante una reazione fisica dal lavoro meccanico, e viceversa. Non ha alcun senso però attribuire a una quantità di lavoro, che non può più mutarsi in calore, il valore di lavoro. Perciò sembra che il principio di conservazione dell'energia, così come ogni altra concezione sostanzialistica, valga solo per un dominio limitato di fatti.

Sono sicuro — dice Mach — che un dubbio sulla validità illimitata del principio di energia oggi provocherebbe turbamento così come il dubbio sulla costanza della quantità di calore sorprese i seguaci di Black. Si noti però che ogni teoria oggi dominante ha la tendenza a estendere il proprio dominio oltre il diritto originario. Non si tratta qui di un contrasto su dati di fatto; la questione concerne l'utilizzabilità di una concezione¹².

Definire, delimitare, circoscrivere per chiarire: questo è il procedimento di Mach. L'utilità, tante volte messa alla prova e confermata, dello schema mentale della sostanzialità non ne esclude i limiti, non ne impedisce l'inapplicabilità in domini diversi da quelli fin qui esplorati dall'uomo.

In altri termini, la sostanza non è una forma mentale necessaria per la conoscenza del reale. Al contrario, la scienza può farne a meno, come prova il fatto che il secondo principio della termodinamica contraddice la concezione sostanzialistica dell'energia, formulata dal primo. L'abbandono di tale concezione ha un effetto di chiarificazione. L'entropia, la degradazione dell'energia, la irreversibilità dei processi fisici hanno creato molti pseudo-problemi di ordine fisico, e di ordine metafisico. Essi — Mach ha chiarito — nascono dalla inconscia convinzione che tutto ciò che è reale è sostanziale. Abbandonata tale convinzione, dileguano nella insignificanza.

¹² *ibidem*, pp. 343 s.

II. - LA CAUSA.

1. - *Origine del concetto di causa.*

Il meccanicismo afferma che ogni mutamento nella materia è dovuto a forze, cioè a cause di movimento. Ma cosa significa *causa*? A fondamento del concetto di causa — inizia a spiegare Mach — è la rappresentazione di un fatto particolare ben preciso: la modificazione prodotta dalla nostra volontà nell'ambiente in cui viviamo. La connessione (*Verknüpfung*) fra volontà e moto ha dato il primo tipo di relazione fra due fatti diversi, e quindi la prima nozione, inconsapevole e istintiva, di causa ed effetto¹³. La tendenza a ragionare per causalità non è acquisita dunque dall'individuo, ma si è formata nel corso dell'evoluzione della specie umana¹⁴. Per questa ragione il concetto di causa porta con sé le tracce della rappresentazione da cui è nata; tracce che si rivelano talvolta chiaramente nelle diverse forme assunte nei secoli dal fetichismo e dall'animismo, altre volte in modo assai meno appariscente, ma non per questo meno pericoloso, persino in alcuni atteggiamenti del pensiero scientifico¹⁵.

Il concetto di causa ha dunque una sua storia. Anzi si potrebbe stabilire la differenza fra i diversi gradi di cultura in base al modo con cui il principio di causalità è stato applicato. La scienza inizia quando si comincia a sentire la necessità di scoprire connessioni precise. Il ricercatore procede circoscrivendo il campo da esaminare, staccando una relazione dal complesso delle relazioni che la percezione gli presenta. Scoperta la relazione, la mette in evidenza, la enfatizza sino a identificarla col fatto nel suo complesso, nella sua totalità. Non solo, ma ha la tendenza ad attribuire al fattore determinante il carattere di sostanzialità e a identificare la sostanza-essenza con uno dei caratteri sensibili osservati. A questo stadio della cultura cercare la causa significa dunque procedere per astrazione e per ipostatizzazione.

Quando parliamo di causa e di effetto mettiamo arbitrariamente in evidenza quelle circostanze, sul cui rapporto, nella rappresentazione di una cosa, poniamo attenzione in vista di un risultato per noi importante¹⁶.

¹³ *ibidem*, p. 432.

¹⁴ E. MACH, *Die Mechanik*, p. 460 (p. 473).

¹⁵ E. MACH, *Die Analyse der Empfindungen*, p. 79.

¹⁶ « Tanto è vero che appena una cosa ci è divenuta familiare, non proviamo

Che la relazione causa-effetto dipenda da un taglio compiuto nella realtà, lo prova la seguente considerazione. Osserviamo il comportamento di masse gravitazionali. Poniamo una massa *A* di fronte a una massa *B*: ne seguirà un moto di *A* verso *B*. Questa è la vecchia formula. Se si esamina però la cosa con maggior precisione, si vede che le masse *A*, *B*, *C*, *D* ... determinano fra loro accelerazioni reciproche, le quali sono date contemporaneamente con la posizione delle masse. Le accelerazioni danno le velocità che le masse raggiungeranno in un tempo futuro. Quindi per ogni tempo sono determinate anche le posizioni di *A*, *B*, *C*, *D* ... Ma a sua volta la misura fisica del tempo si fonda su una misura spaziale (rotazione della terra). Si tratta, in conclusione, di un rapporto di posizioni reciprocamente dipendenti. Già in questo caso, a confronto di altri molto semplice, l'antica formula non può contenere la varietà delle relazioni che sussistono in natura¹⁷.

È chiaro cosa intende qui Mach. In un primo approccio col fatto, che può essere quello del meccanista, il concetto di causa aiuta a darne una schematizzazione mentale. A un esame più affinato la realtà appare però più complessa. Il concetto di causa-effetto è come una traiettoria che abbia un solo verso, e perciò non riesce a esprimere la relazione reciproca. I concetti di causa ed effetto sono invertibili. Invece i processi fisici sono *gegenseitig und simultan*¹⁸.

La riduzione humana della causa-effetto a pura successione temporale non fa che peggiorare la situazione. La successione temporale infatti dipende sempre da una misura spaziale. Perciò è inutile mettere in evidenza lo spazio e il tempo nell'espressione della legge di causalità: tutte le relazioni di spazio e di tempo riportano di nuovo alla relazione mutua dei fatti. La relazione mutua è un concetto più vasto che com-

più il bisogno di mettere in evidenza il nesso delle caratteristiche dipendenti l'una dall'altra, non dirigiamo più l'attenzione su ciò che ci appariva nuovo, sorprendente, non parliamo più di causa e di effetto. Così diciamo in un primo momento che il calore è la causa della forza espansiva del vapore; ma quando questa relazione ci è divenuta familiare, pensiamo subito insieme il vapore con la forza di tensione corrispondente alla sua temperatura. L'acido è la causa che fa diventare rossa la tintura di tornasole; più tardi questo cambiamento di colore sarà enumerato fra le proprietà dell'acido»: *Die Mechanik*, pp. 460 s. (p. 472).

¹⁷ « Schon in diesem einfachsten Falle vermag also die alte Formel die Mannigfaltigkeit der Beziehungen, welche in der Natur bestehen, nicht zu fassen »: *Die Analyse der Empfindungen*, pp. 74 s.

¹⁸ E. MACH, *Erkenntnis und Irrtum*, p. 278.

prende in sé la relazione spaziale e quindi anche la relazione temporale, che a quella spaziale si riduce¹⁹.

A questa affermazione si potrebbe obiettare che, al contrario, in natura si verificano fatti in cui non si constata l'esistenza di una relazione reciproca. Prendiamo il caso del sole e di un corpo *K*. Il sole *S* irraggia un corpo *K* posto in un medio qualsiasi. Il sole, o il calore solare, è la causa del riscaldamento del corpo *K*, riscaldamento che regolarmente segue all'irraggiamento. Al contrario il corpo *K* o la sua variazione di temperatura non sono cause della variazione di temperatura del sole, come avverrebbe nel caso che *S* e *K* fossero in immediata relazione reciproca. Le due variazioni avverrebbero simultaneamente e sarebbero così reciprocamente determinanti. In questo caso, dunque, a differenza del precedente sembrerebbe non si possa accusare lo schema causa-effetto di inadeguatezza, dato che pare si debba escludere un'azione reciproca fra *S* e *K*. In realtà tale inadeguatezza risulta, ad un esame, ancora più profonda. Infatti la mancanza di azione del corpo sul sole è dovuta all'azione di corpi intermedi. *K* sta in relazione reciproca con un numero infinito di elementi e perciò solo una parte minima della sua irradiazione ritorna al sole. Il concetto di causa non esprime tali rapporti. Mach conclude: « Raramente nella natura le relazioni sono così semplici, da permetterci di scoprire una causa e un effetto »²⁰.

Si provi qualcuno — aggiunge con ironia — a procedere nella sua ricerca attenendosi rigidamente agli insegnamenti metodologici di Stuart Mill: non riuscirà ad andare oltre il livello del già noto, dell'abituale. Il fatto è che nella loro ricerca gli scienziati non usano il concetto di causa, di cui parlano quando grossolanamente teorizzano (*ogni azione ha la sua causa*), ma si servono della funzione matematica. La funzione sola, del resto, risponde a quella necessità di quantificazione che è propria della scienza, a meno che non ci si voglia fermare al livello del *einer Dosis Ursache erfolgt eine Dosis Wirkung* (a una certa dose di causa corrisponde una certa dose di effetto)²¹.

2. - Il concetto matematico di funzione.

Mach ritorna molte volte a illustrare i vantaggi del concetto di funzione. In primo luogo — lo si è visto — è uno strumento più preciso che

¹⁹ E. MACH, *Die Analyse der Empfindungen*, p. 75.

²⁰ *ibidem*, p. 74.

²¹ *ibidem*, p. 74.

quello offerto dal concetto di causa, perché meglio riesce a cogliere la varietà e la complessità delle relazioni fattuali. Il concetto di causa è un primordiale espediente provvisorio (*Der Begriff Ursache ist in der Tat ein primitiver vorläufiger Notbehelf*)²². La funzione inoltre permette di seguire il fenomeno nella sua continuità spaziale e temporale; il che è molto utile specie quando si considerano fenomeni che avvengono a grande distanza.

E c'è ancora una terza ragione per preferire l'uso della funzione a quello della causa: il concetto matematico di funzione è utilizzabile nel campo biologico tanto bene quanto lo è in fisica. Non solo, ma il concetto di funzione, in quanto non legato ad alcuna rappresentazione istintiva, e non compromesso da alcuna formulazione ideologica, riesce senza difficoltà a esprimere il rapporto tra fatti biologici e fatti fisici. Si evita così di ricorrere alle idee di anima e corpo, sostanzializzazioni che conservano tutto intiero e intatto il loro significato nella vita e nel linguaggio quotidiani, ma che trasferite sul piano della ricerca scientifica generano complicazioni insormontabili²³. Insomma, la funzione si adatta meglio ai fatti, poiché riesce ad esprimere la reale dipendenza dei fenomeni, e ad esprimerla con precisione.

3. - *Uniformità e necessità della natura.*

Molte volte i fisici parlano di uniformità della natura e di necessità delle leggi naturali. Che significato si deve attribuire a queste espressioni? Mach dice che la scienza non è possibile senza una certa, anche se non completa, stabilità delle cose. La scienza infatti è riproduzione o descrizione di eventi. E non si dà riproduzione se non in riferimento a processi che si ripetono, o formati da elementi che tornano a presentarsi²⁴. La scienza richiede anche una certa stabilità dei pensieri. Anzi, si potrebbe dire che, essendo l'uomo parte della natura, la stabilità dei suoi pensieri è un momento della stabilità di tutte le cose²⁵. Chiarito questo bisogna però ricordare che la tendenza generale alla stabilità dei pensieri non significa né assicura l'infallibilità del contenuto delle conoscenze particolari che attualmente possediamo. Dobbiamo essere sempre

²² *ibidem*, p. 76.

²³ *ibidem*, pp. 77 ss., pp. 278 s.

²⁴ MACH, *Die Mechanik*, p. 5 (p. 38).

²⁵ MACH, *Erkenntnis und Irrtum*, p. 283.

pronti a venir disillusi nella convinzione di aver raggiunto un sapere definitivo. La conoscenza è sempre limitata a una piccola parte del mondo. Ogni nuova scoperta mette in luce i limiti della nostra visione del reale. Noi conosciamo, per esempio, il rapporto che sussiste tra volume e calore. Anzi è in base ad esso che misuriamo la temperatura. Però nulla ci garantisce che questa conoscenza abbia una estensione tale da coprire tutta la realtà. Quando, per esempio, si sia abbandonato il dominio dell'esperienza abituale, e si entri in quello delle temperature elevatissime, il rapporto tra volume e calore sarà ancora proporzionalmente costante? Ecco quindi: l'uniformità della natura ha dei limiti. Il cosiddetto postulato dell'uniformità della natura ha una validità, che è giustificata solo dall'esperienza.

L'affermazione di un nesso tra i fenomeni non si identifica con l'affermazione della necessità di tali nessi. Per necessità si intende infatti la relazione logica che stringe principio e conseguenza; invece tra gli enti esistenti sussistono relazioni di fatto. Determinare questo tipo di relazioni è compito della ricerca fattuale, e non del ragionamento matematico. Le due sfere vanno tenute distinte. Il fisico agisce nel dominio dell'esistente e del verificabile concreto; il matematico nel dominio degli enti e delle relazioni ideali. Perciò è possibile dire: « Una necessità diversa da quella logica, cioè una necessità fisica, non esiste »²⁶. Quando il geometra costruisce un ente geometrico, per ciò stesso stabilisce le proprietà che ad esso competono. Fra l'ente *A* e le proprietà *B* si può allora dire che sussista un rapporto necessario. Per il fisico è diverso. Per stabilire un rapporto tra un determinato ente e una determinata proprietà egli deve ricorrere all'osservazione, all'esperimento e alla verifica.

La stessa previsione è il più delle volte una post-visione, e va comunque sempre sottoposta a verifica. Alcuni fisici dicono che velocità iniziale e direzione iniziale sono per noi fondamento della conoscenza, dal quale gli elementi della traiettoria derivano come necessarie conseguenze logiche. In realtà questa dipendenza è stata stabilita sperimentalmente. L'esistenza della dipendenza è un dato osservabile, e non poggia su alcuna necessità che ci sia nota indipendentemente dall'esperienza. Insomma la parola « necessità » ha un significato preciso, se è riferita al rapporto principio-conseguenza logica. L'attribuzione di un tale rap-

²⁶ E. MACH, *Die Prinzipien der Wärmelehre*, p. 437.

porto ai fatti, quando si conservi lo stesso significato alla parola, non è possibile.

4. - *Causalità e determinismo.*

Fin dal 1872 Mach si era posto il problema della causalità in una prospettiva molto interessante, che poi riprende nel 1883²⁷. Chiede: è veramente corrispondente ai fatti l'identificazione che il meccanicismo stabilisce tra causalità e determinismo? Risponde di no. Determinismo significa che se un sistema è dato nella sua posizione e velocità, la sua configurazione è determinata come funzione del tempo. Conoscendo tale configurazione in un determinato momento, si può stabilire quella del momento precedente o del momento successivo. Si dice — continua Mach — che queste previsioni o post-visioni sono possibili solo per un sistema chiuso. Ma, a rigore, nessun sistema può essere considerato del tutto isolato dal resto del mondo, giacché le determinazioni temporali, e quindi anche le velocità, presuppongono la dipendenza da un parametro stabilito dalla traiettoria percorsa dal corpo (pianeta), che sta fuori del sistema.

Per questa ragione l'immagine tanto cara ai meccanicisti, che rappresenta l'universo come una grande macchina, di cui si possa in ogni momento, passato o futuro, definire la configurazione, non ha valore scientifico. Infatti il movimento di certe parti è determinato dal movimento di altre, ma il movimento dell'intera macchina non è per nulla determinato. Quando diciamo che una cosa nel mondo, dopo lo scorrere di un certo tempo, subirà la variazione *A*, poniamo questa cosa in dipendenza di un'altra parte del mondo, che consideriamo come orologio. Ma se facciamo una simile affermazione per il mondo come totalità, erriamo, poiché non ci resta niente altro a cui, come a un orologio, riferire l'universo intiero²⁸. E anche ammesso che si possa immaginare un sistema chiuso finito che si estenda a tutto l'universo, si potrà predire esattamente il comportamento di un tale sistema in base alla conoscenza esatta del suo stato iniziale? Cioè, è possibile stabilire quale sarà il numero delle equazioni che esprimono l'universo intero? e quale forma avranno?

Il principio di causalità — chiarisce Mach — è identico con la sup-

²⁷ E. MACH, *Die Geschichte*, pp. 18 s.; *Die Mechanik*, p. 459 (p. 472).

²⁸ E. MACH, *Die Geschichte*, p. 36.

posizione che sia possibile enunciare tra i fenomeni della natura precise equazioni. Il principio di causalità non dice però quante esse siano e quale forma abbiano. Stabilirlo è compito della ricerca naturale positiva. È chiaro comunque che se il numero delle equazioni fosse maggiore o uguale al numero delle incognite, tutte le incognite sarebbero pienamente determinate. Il fatto che si verifichino variazioni nella natura prova che il numero delle equazioni è più piccolo del numero delle incognite. Perciò — conclude Mach — resta nella natura un certo grado di *indeterminazione*²⁹.

Mach ha, dunque, negato il determinismo assoluto che — come è noto — era uno dei dogmi fondamentali della fisica classica. Oggi moltissimi fisici sostengono che non si possa ammettere una immagine rigorosamente deterministica della natura, qualunque sia il dominio di cui ci si occupa (punti materiali, campi di forza od onde di natura qualsiasi). Essi lo asseriscono in base ai risultati sperimentali della fisica di questi ultimi cinquant'anni, cioè in base a dati ottenuti con misurazioni di tipo diverso, e in seguito al fallimento di tutti i tentativi, ripetuti per anni, di spiegare in modo soddisfacente l'insieme di tali esperienze con relazioni deterministiche. La scienza contemporanea è così arrivata alla convinzione che proprio il determinismo costituisca un impaccio. L'indeterminismo attuale è basato su affermazioni ben precise, quantitative. Quando Heisenberg nel 1927 statuí il principio di indeterminazione, si riferiva a un problema ben preciso. Tuttavia va ricordato che fin dal 1872 Mach aveva intuito i limiti della concezione deterministica dell'universo.

III. - L'ATOMO.

1. - *Analisi logica del concetto di atomo.*

Tutti gli avvenimenti fisici vanno ridotti a movimenti di atomi. Secondo Mach l'origine di questa affermazione è legata, da una parte, al bisogno « filosofico » di raggiungere una unità del sapere, dall'altra al convincimento che la realtà nel suo fondamento sia, e non possa non essere, sostanziale, cioè sempre identica a sé stessa. Il movimento è concepito dai sostenitori del meccanicismo come il solo processo nel quale l'oggetto conservi la sua identità. Se questa affermazione — si aggiunge —

²⁹ *ibidem*, e *Die Mechanik*, p. 218 (p. 242).

non può sempre valere per i movimenti e i processi osservati nel mondo macroscopico, varrà certo nel mondo delle particelle microscopiche.

L'atomo ha dunque come prima ed essenziale proprietà quella di essere una sostanza invariabile.

L'atomismo moderno è un tentativo di mettere a fondamento della fisica la rappresentazione della sostanza nella sua forma piú ingenua e grossolana, come fa colui che pensa che il corpo sia assolutamente costante³⁰.

Le critiche di Mach sono le seguenti. In primo luogo, se l'atomo fosse assolutamente invariabile, la possibilità stessa del moto sarebbe posta in discussione: dovremmo proporci problemi sul tipo di quelli che formularono per primi gli Eleati. Se, inoltre, l'atomo fosse assolutamente invariabile e identico a sé stesso, come si verificherebbero le relazioni con gli altri atomi? ³¹. Secondo Mach, gli atomisti si sono fermati a un momento di quel processo della scienza che egli ha ripercorso trattando della sostanza, quello appunto in cui, per ragioni di semplicità, non si tiene conto delle molte relazioni che legano una cosa all'altra, un complesso di sensazioni agli altri, e ci si foggia la rappresentazione di un « corpo » che non varia se non di posizione. Come egli ha mostrato, la stessa fisica meccanica ha da tempo superato questo stadio e questa rappresentazione, studiando i fluidi, il calore, l'elettricità ecc. L'atomista invece, per tener fermo il carattere di invariabilità dell'atomo, trasferisce i caratteri osservati nei corpi macroscopici ai corpi microscopici; e spiega fluidi, elettricità, calore, sul fondamento della invarianza sostanziale di questo corpo microscopico. Ciò significa, in ultima analisi, pensare che la realtà ubbidisca a una nostra concezione di materia, nata in riferimento a particolari fatti colti dalla sensazione piú immediata, e pretendere addirittura che questa nostra concezione sia il criterio secondo il quale si stabilisce l'esistenza dei fatti osservati.

Non possiamo applicare le rappresentazioni della materia che sono state foggiate in uno stadio piú basso di cultura a fenomeni accessibili in uno stadio piú alto. Da ciò segue per il ricercatore rigoroso che queste rappresentazioni debbano essere rifiutate, non che esistano solo quei fenomeni a cui si applicano tali rappresentazioni rozze e sorpassate³².

³⁰ E. MACH, *Die Prinzipien der Wärmelehre*, p. 430. Vedi anche *Die Analyse der Empfindungen*, p. 269.

³¹ E. MACH, *Die Geschichte*, p. 26.

³² *ibidem*, p. 26.

L'attribuzione della impenetrabilità all'atomo non è altro che l'attribuzione di una proprietà tattile; così come la raffigurabilità, la intuitività non è altro che l'attribuzione di proprietà visive. Si tratta ancora di estrapolazioni dal macroscopico al microscopico. Si attribuiscono proprietà, che possono risultare solo alla percezione immediata, ad enti che non sono dati dalla percezione³³. Ma non basta: sappiamo tutti che non esiste alcuna assoluta invariabilità tattile o visiva, che è il risultato di una astrazione compiuta dai ricercatori. Quindi dobbiamo dire che l'atomismo attribuisce al mondo microscopico qualità che non esistono nemmeno in quello macroscopico. « Agli atomi si attribuiscono proprietà che contraddicono gli attributi osservati nei corpi fino ad oggi... »³⁴. In questa prospettiva non ci si può appellare, in difesa dell'atomismo, all'applicazione del principio di continuità³⁵. E a maggior ragione va denunciata l'assurdità di voler « spiegare » con l'atomo il mondo che osserviamo immediatamente.

Qual è dunque l'atteggiamento che « il ricercatore rigoroso » deve assumere di fronte all'atomismo? Mach risponde con estrema chiarezza:

Senza dubbio sarà possibile trarre dall'atomismo il nucleo concettuale essenziale che riproduce il dato di fatto, e lasciar da parte le rappresentazioni superflue.

Al dato di fatto appartiene per esempio la riproduzione dei pesi precisi della combinazione e delle proporzioni multiple³⁶.

2. - Ma, in definitiva, per Mach l'atomo esiste?

Mach non nega l'esistenza di fatti atomici. Segue con interesse i progressi compiuti dalla chimica, che da Dalton ebbe fondamento atomico. Elogia come esempio di classificazione scientifica la tavola dei pesi atomici stabilita da Mendeleeff³⁷. Nel passo testè citato dai *Principi di termologia* — come si è visto — parla di dati di fatto, che la teoria

³³ E. MACH, *Populär-wissenschaftliche Vorlesungen*, p. 115: « Nulla ci autorizza a credere di poter concentrare nell'ambito del nostro occhio tutto l'universo, compresa quella parte che non può essere conosciuta con la vista. È questo appunto il caso di tutte le teorie molecolari ».

³⁴ E. MACH, *Die Mechanik*, p. 466 (p. 478).

³⁵ *ibidem*.

³⁶ E. MACH, *Die Prinzipien der Wärmelehre*, p. 430.

³⁷ E. MACH, *Populär-wissenschaftliche Vorlesungen*, p. 282.

atomica ingloba in sé. Quello a cui Mach nega l'esistenza è l'atomo dei meccanicisti, che egli stesso aveva descritto nel *Compendium*. Cioè l'entità sostanziale riproducibile mediante immagini, in cui vengono sintetizzati e dati di fatto e qualità aggiunte dalla mente. Secondo Mach infatti, l'atomo di cui parla la fisica moderna è il risultato di un procedimento mentale per cui ad alcuni fatti realmente osservati se ne aggiungono altri che non sono osservati, allo scopo di dare all'infinitesimo il carattere dell'intuitività, propria degli enti che cadono immediatamente sotto gli occhi e il tatto. L'atomo non è qualcosa che cade sotto gli occhi; attraverso lo strumento noi constatiamo e controlliamo non atomi, ma fatti atomici. In questo senso l'atomo è un ente di ragione.

Si aggiunga ancora che Mach non mette in dubbio l'opportunità, didattica ed euristica, della rappresentazione intuitiva dell'atomo:

È fuori questione il valore euristico e didattico dell'atomismo, che sta proprio nella sua intuibilità, e che pone in moto le funzioni più abituali, concrete, elementari e istintive della fantasia e dell'intelletto³⁸.

Quello che Mach critica è che ci si possa servire di tale rappresentazione senza consapevolezza. Inoltre, secondo il suo parere, la scienza a lui contemporanea non ha bisogno, per riprodurre nel pensiero rapporti e relazioni, di ricorrere a immagini. La teoria dell'atomo può abbandonare il metodo della rappresentazione, per accettare quello della concettualizzazione e della misura. Il vero oggetto non sarà allora « la cosa », ma le relazioni, i rapporti misurati matematicamente. Anche qui, come in ogni fatto, lo scienziato cercherà di riprodurre nel modo più immediato e più semplice il rapporto esistente, la determinazione univoca, l'invariabilità dei nessi. Insomma, secondo Mach, potremo riprodurre l'atomo e il mondo atomico mediante formule ed equazioni, e ritenere questa riproduzione fedele e corrispondente alla realtà, o quanto meno assai più vicina alla realtà che non la rappresentazione intuitiva.

Certo le teorie atomiche possono servire a raggruppare serie di fatti. Ma gli scienziati per i quali sono valide le regole metodologiche di Newton considerano teorie di questo genere come espedienti provvisori, e cercano di sostituirle con altre più vicine alla natura³⁹.

Procedendo avanti secondo lo spirito newtoniano, si arriverà a parlare di teoria atomica nel senso con cui oggi parliamo di altre teorie,

³⁸ E. MACH, *Die Prinzipien der Wärmelehre*, p. 429.

³⁹ E. MACH, *Die Mechanik*, p. 466 (p. 478).

cioè di un sistema di equazioni. Non pretenderemo che l'equazione copi il fatto atomico, così come non pretendiamo che la formula armonica copi le vibrazioni, o la funzione esponenziale copi i fenomeni di calore. Riprodurremo i rapporti scoperti nella realtà mediante relazioni fra enti matematici. Potremo allora dire che

la teoria atomica ha nella scienza fisica una funzione analoga a quella di certi concetti matematici ausiliari: è un modello matematico per facilitare la riproduzione mentale dei fatti ⁴⁰.

3. - *Atomo e spazio euclideo.*

A chiarimento del pensiero machiano sulla questione qui considerata, esaminiamo un passo dello scritto del 1872 sul principio della conservazione del lavoro. L'atomo dai meccanicisti è concepito in movimento in uno spazio euclideo a tre dimensioni. Secondo Mach l'attribuzione agli atomi di queste proprietà spaziali è una delle estrapolazioni di cui sopra si è detto. Noi abbiamo tanto diritto di sostenere che l'atomo si muove in uno spazio a tre dimensioni quanto ne potremmo avere di dire che si muove in uno spazio ad una dimensione. Anzi, poiché la serie dei suoni corrisponde per l'orecchio a uno spazio a una dimensione, potremo addirittura attribuire all'atomo tonalità musicale.

Vi sono percezioni di altri sensi perfettamente analoghe allo spazio, per esempio la serie dei suoni, che per l'orecchio corrisponde allo spazio ad una dimensione; eppure con tali percezioni non ci permettiamo

⁴⁰ E. MACH, *Die Mechanik*, p. 467 (p. 479).

Osservo qui, brevemente, che la fisica atomica moderna ha abbandonato del tutto l'idea della necessità di attribuire all'atomo caratteri intuitivi. Cito da Heisenberg: « Nella fisica moderna gli atomi perdono anche la proprietà di riempire lo spazio e non posseggono le proprietà geometriche in maggior misura che le altre, quali il calore, il gusto, etc. L'atomo della fisica moderna può per ora essere simbolizzato solo mediante un'equazione differenziale parziale in uno spazio astratto pluridimensionale; solo l'esperimento che l'osservatore intraprende su di esso estorce dall'atomo l'indicazione di un luogo, di un colore, di una quantità di calore. Per l'atomo della fisica moderna tutte le qualità sono dedotte; direttamente non possiamo attribuirgli alcuna proprietà materiale; il che vuol dire che qualunque immagine che la nostra mente possa farsi dell'atomo è *eo ipso* errata. Una comprensione di « prima specie » è per il mondo degli atomi — quasi vorrei dire per definizione — impossibile ». W. HEISENBERG, *Mutamenti nelle basi della scienza*, trad. it., Torino 1960, p. 17.

H. W. PETTINGER, in « Science » 150, 1965, pp. 1120-1122 dice: « Mach's philosophy of science was probably the inspiration for the quantum mechanic of W. Heisenberg ».

di fare lo stesso passo (la estrapolazione). Non pensiamo che tutto sia risonante, non ci rappresentiamo musicalmente o in rapporti di tono fenomeni molecolari, sebbene saremmo autorizzati a farlo, come anche a pensarli nel tempo. Già questo ci mostra quale limitazione non necessaria noi ci imponiamo. Non v'è alcuna necessità di rappresentarci il puro pensato spazialmente, cioè nelle relazioni del visto e del toccato, per lo meno nella misura in cui non è necessario pensarlo dotato di una certa altezza di tono⁴¹.

Per chiarire quali svantaggi derivino dalla limitata concezione dello spazio, Mach esamina un certo caso. Immaginiamo una molecola formata da cinque atomi $ABCDE$. Fra questi sono pensabili dieci distanze, ma in uno spazio a tre dimensioni sono possibili solo nove distanze; cioè, se scegliamo nove di tali distanze, la decima, in virtù della proprietà di questo spazio, è già condeterminata e perciò non la si può più disporre liberamente. Se AB , AC , CA , AD , DB , DC sono dati, otteniamo il tetraedro $ABCD$ di forma rigida. Se ora disponiamo E con le distanze determinate EA , EB , EC , con ciò DE è già determinato. Non sarebbe possibile variare a poco a poco la distanza DE , senza con ciò variare le altre distanze. Ci sarebbero dunque serie difficoltà a pensare diverse molecole isomere di cinque atomi, che si distinguono solo per la relazione di D ed E . Questa difficoltà scompare se pensiamo le molecole 5-atomiche in uno spazio a quattro dimensioni. Allora sono pensabili dieci distanze indipendenti, e sono anche rappresentabili. Quanto maggiore è il numero di atomi in una molecola, tanto più alto è il numero di dimensioni spaziali che occorrono per realizzare tutte le possibilità pensabili di tali relazioni⁴².

Mach ha qui presente gli studi che negli anni precedenti al 1870 erano stati condotti avanti su problemi di isomeria, e che avevano interessato grandi chimici come Pasteur e Kekulé. Isomeria è il fenomeno per cui si verifica l'esistenza di due o più sostanze che, pur avendo la stessa composizione centesimale e lo stesso peso molecolare, presentano proprietà fisiche e chimiche differenti. Tali studi furono particolarmente fruttuosi. Tra l'altro da essi derivò un complesso di ricerche, che portò alla istituzione di un nuovo ramo della chimica, la stereochimica. Essa studia le proprietà delle sostanze connesse con la diversa posizione nello spazio degli atomi e delle loro molecole, cioè con la loro configurazione.

⁴¹ E. MACH, *Die Geschichte*, p. 26.

⁴² *ibidem*, p. 29.

Il discorso di Mach ha però una portata molto più vasta, che va al di là del singolo esempio o problema proposto. Egli pone alla fisica moderna un interrogativo, che viene a mettere in questione quello che sembrava un nesso inscindibile: il nesso appunto che stringeva l'atomo allo spazio euclideo tridimensionale.

4. - *Mach polemizza con Boltzmann a proposito della teoria cinetica dei gas.*

È bene esaminare quanto Mach chiarì e tornò a ribadire sull'atomismo in una polemica con il fisico Ludwig Boltzmann intorno alla teoria cinetica dei gas.

Secondo questa teoria il gas è l'aggregato di un enorme numero di particelle che si muovono in tutte le direzioni urtandosi a vicenda e cambiando la direzione del proprio moto ad ogni collisione. Deve esserci perciò una velocità scalare media delle molecole, così come esiste una energia cinetica media per ogni particella. Una maggiore quantità di calore significa una maggior energia cinetica media. Pertanto il calore non è una forma di energia speciale e diversa dall'energia meccanica, ma è propriamente l'energia cinetica del moto molecolare. Il problema che Boltzmann si propose di risolvere era quello di trovare un accordo tra la concezione molecolare e meccanica dei gas e i due principi della termodinamica.

La termodinamica, costituita a dottrina autonoma da Clausius e da Krönig sulla base dei principi di R. Mayer, di Joule e di Carnot, aveva introdotto concetti estranei alla meccanica classica: calore, temperatura, temperatura assoluta, entropia, ecc. Era possibile trovare una corrispondenza tra questi concetti e quelli della meccanica tradizionale? Questa era la questione. Il principio dell'equivalenza tra calore e lavoro — il primo principio — fu ridotto senza difficoltà alla legge della forza viva; ma per fare della termodinamica un capitolo della meccanica era necessario ricavare il principio di Carnot, il secondo principio, dai teoremi della dinamica e dalle ipotesi fatte sulla natura del calore. Partendo da queste premesse era sufficiente provare che dividendo la quantità di calore perduta in una modificazione infinitesimale per la temperatura assoluta, si ottiene la diminuzione dell'entropia, funzione del solo stato del sistema. Quando si tratta di gas perfetti la teoria cinetica conduce a identificare la temperatura assoluta con la forza viva media degli stati stazionari. Sembrò naturale a Clausius e a Rankine estendere questa

assimilazione a tutti i corpi Allora la proposizione, che enuncia in termini meccanici il secondo principio della termodinamica, dice: la forza viva dei movimenti stazionari è divisore integrale della quantità di calore guadagnata. È questo il teorema che Boltzmann formulò nel 1866. Il fenomeno dell'entropia va allora, sempre secondo Boltzmann, così enunciato: nei fenomeni adiabatici irreversibili è estremamente probabile che l'entropia cresca. Un corpo, per esempio un gas termicamente isolato e tenuto a volume costante, assumerà, con estrema probabilità, come stato di equilibrio, quello in cui l'entropia è massima. Un gas, in tal caso, assume lo stato più probabile che è anche quello cinematicamente più disordinato. Si vede così che l'entropia e la probabilità di uno stato sono in relazione molto stretta⁴³.

Mach esamina la questione in un capitolo dei *Principi di termologia*: « Il contrasto tra fisica meccanica e fisica fenomenologica ». Contrasto — aggiunge — venuto in piena luce nel Congresso degli scienziati tedeschi tenuto a Lubeca nel 1895. Boltzmann — dice Mach — ha ridotto i due principi termodinamici alla meccanica, mediante la distinzione tra moti ordinati e moti disordinati, e stabilendo un parallelismo tra entropia e ipotesi dei moti disordinati compiuti a spese di quelli ordinati. In altri termini, alla obiezione: se corrisponde a verità quello che dicono i meccanicisti, cioè che l'energia calorifica è energia cinetica delle molecole, perché essa è di « qualità inferiore », tanto da non essere tutta trasformabile in lavoro?, Boltzmann ha risposto: perché l'energia calorifica è energia cinetica « disordinata ». Questa soluzione è, secondo Mach, « molto artificiosa ». A suo parere, vi è incompatibilità tra l'asserita natura meccanicistica del calore e il fatto dell'aumento della entropia, della irreversibilità del processo.

Non esiste in un sistema meccanico di atomi assolutamente elastici, un fatto reale analogo all'aumento dell'entropia. Perciò a fatica ci si può impedire di pensare che una trasgressione del secondo principio dovrebbe essere possibile, se un tale sistema meccanico fosse realmente a fondamento dei fenomeni di calore.

E aggiunge con ironia, riferendosi al noto esperimento mentale di Maxwell: « dovrebbe essere possibile, anche senza l'aiuto di diavoletti »⁴⁴.

⁴³ L. BOLTZMANN, *Über die mechanische Bedeutung des zweiten Hauptsatzes der Wärmetheorie*, in « Wiener Berichte », v. 53, 1866, pp. 195-220.

⁴⁴ E. MACH, *Die Prinzipien der Wärmelehre*, p. 395.

A questo punto Mach sottolinea con forza quale è stato il suo apporto alla critica dell'atomismo. Egli ha insegnato a individuare e definire il modello intuitivo. E ne ha precisato la funzione all'interno della teoria scientifica in formazione. Nessuno può aver dubbi sulla utilità della rappresentazione intuitiva nel corso della ricerca. La cosa (il fenomeno) che conosciamo sperimentalmente solo in uno o in pochi aspetti viene ad essere come arricchita o completata da tale rappresentazione. « La cosa acquista nella fantasia nuove proprietà che ci spingono a ricerche osservative e a chiederci se la supposta analogia sussista realmente, ed entro quali confini ».

Per restare nel discorso già avviato, si può portare come esempio proprio la teoria cinetica dei gas.

Si pensi all'impulso che essa ha ricevuto dalla conoscenza del comportamento dei gas, ai risultati che ha ottenuto attraverso la concezione dei fenomeni come fenomeni statistici, e alle ricerche sulla dipendenza della velocità di diffusione, dell'attrito, ecc., dalla temperatura, a cui proprio questa teoria ha condotto. Non si tratta quindi — come alcuni erroneamente credono — di rifiutare qualsiasi rappresentazione, ma piuttosto di delimitarne la funzione.

Se mi sforzo di allontanare dalle trattazioni scientifiche tutti gli elementi metafisici, con ciò non penso che debbano essere allontanate tutte le rappresentazioni immaginative, là dove possono essere utili.

Oggi (1895) — osserva Mach — dopo che per tanti anni queste verità sono state dette e ripetute, molti fisici cominciano ad accettarle. E non mancano — aggiunge ironicamente — anche quelli che dicono di averle sempre sapute. « Oggi volentieri i sostenitori della fisica meccanica fanno valere che essi hanno sempre considerato le loro rappresentazioni niente altro che simboliche, metaforiche (*bildlich*) ». Questa affermazione introduce nella polemica « un atteggiamento poco cavalleresco ». Comunque, le cose sono andate in modo diverso, e lo storico futuro potrà accertarlo con l'aiuto di documenti.

Ora a Mach interessa chiarire che nelle proprie affermazioni non è contenuta alcuna contraddizione:

Da una parte posso ammettere che ogni rappresentazione sia accettabile come mezzo di ricerca che può aiutare e realmente aiuta, dall'altra però pongo in evidenza come sia necessario di tempo in tempo purificare l'esposizione dei risultati ottenuti dal non essenziale, dal superfluo.

IV. - MATERIA E MISURA.

Ricapitoliamo.

Definita la misura come determinazione quantitativa di relazioni, la preoccupazione di Mach è stata quella di chiarire il problema sotto aspetti diversi. In primo luogo, mediante la ricerca sulla sensazione, egli ha stabilito che il dato è un complesso intessuto di relazioni. In secondo luogo ha insistito sulla necessità di tener distinto il dato e la misura del dato, l'ente di fatto e l'ente di ragione, sgombrando così il campo a molti problemi privi di significato. Infine ha affrontato la questione anche dal punto di vista logico.

A compendio dello studio compiuto da Mach, ricordiamo qui la sua frase: « *il concetto di misura è un concetto di relazione* »⁴⁵. La filosofia antica e la filosofia moderna — razionalista ed empirista — e, ancora Kant e i postkantiani non conoscono altro tipo di relazione che quelle di sostanza-accidente, causa-effetto, relazione reciproca. Le relazioni di cui tratta la fisica non rientrano in tali strutture logiche. L'ordine seriale, la definizione del grado, la determinazione precisa dell'intervallo spaziale o temporale sono operazioni legate a un procedimento logico diverso da quello del discorso predicativo, a cui in definitiva si riducono le relazioni appena sopra ricordate.

Questo modo di impostare il problema ha portato a un chiarimento del concetto di materia. Chi abbia ripercorso — dice Mach — la lunga strada della ricerca umana può avere un'idea più chiara sulla materia. Il concetto di materia è cambiato di epoca in epoca, a seconda dell'oggetto studiato, del fatto o dei fatti sottoposti a esame. La situazione attuale della scienza è nuova rispetto a quella delle età precedenti. Essa ha raggiunto il possesso di domini diversi: sembra quasi voler esaurire con sforzo titanico *die Mannigfaltigkeit und die Vielseitigkeit der Erscheinungen*. Appunto perciò una definizione di materia che si riferisca solo a un aspetto dei molti, a una parte dell'enorme estensione dei fatti, è insufficiente, non può soddisfare. Questo è ciò che accade se attribuiamo alla parola materia il significato fattuale che le attribuiscono i meccanicisti.

Mach intende chiarire che il concetto scientifico di materia è un concetto di relazione, e di relazione quantitativa. Materia è proprio la

⁴⁵ E. MACH, *Erkenntnis und Irrtum*, p. 419.

somma dei molteplici e vari aspetti delle cose, legati e connessi fra loro. Materia è allora non un dato immediato dei sensi e della percezione, ma il risultato di un lungo processo di ricerca, che vuole definire in termini precisi, cioè quantitativi, le relazioni reali. La materia è un concetto, risultato piuttosto che premessa della ricerca; tale concetto è più astratto di quello usato dai meccanicisti, perché è libero da ogni rappresentazione intuitiva, ma appunto perciò è più aderente ai fatti.

Materia è un concetto che non può essere esaurito mediante rappresentazioni intuitive, ma solo mediante una definizione che contiene concentrate una somma di esperienze ⁴⁶.

Al livello attuale della scienza, le categorie di sostanza e di causa non sono sufficienti. La sostanza ci permette solo di moltiplicare le materie in modo che siano tante quante sono i domini del reale. E di stabilire, anche fra esse, rapporti riducibili a quelli di sostanza-accidente. I fatti meccanici invero costituiscono il nucleo sostanziale del reale, il resto è accidente. Il determinismo causale regola con rapporti unilaterali i fatti, quasi incatenandoli in una successione ⁴⁷. L'uno e l'altro concetto non riescono a esprimere la mirabile reciproca connessione delle cose e degli eventi; non ci permettono di definire i nessi che legano i diversi aspetti della realtà. Ed invece è proprio questo il compito che spetta alla scienza.

La convinzione di Mach è che solo accettando il suo punto di vista si riuscirà a risolvere un grave problema, cioè a portare lo studio della psiche umana nella sfera del discorso scientifico. Si viene qui a toccare di nuovo uno dei problemi centrali del pensiero machiano. La possibilità di concepire anche lo spirito umano parte della natura materiale dipende dalle note che si attribuiscono al concetto di materia: la maggior estensione del concetto richiede una precisazione della comprensione.

⁴⁶ E. MACH, *Erkenntnis und Irrtum*, p. 114. Vedi anche *Die Mechanik*, p. 262; *Die Prinzipien der Wärmelehre*, p. 319.

⁴⁷ E. MACH, *Die Prinzipien der Wärmelehre*, p. 429.

CAPITOLO VI

LA TEORIA DEGLI ELEMENTI

1. - COSA È L'ELEMENTO PER MACH.

Ora, dopo aver esaminato la concezione machiana della misura e della sostanza, è possibile dare un giudizio sulla teoria degli elementi, come è esposta nel primo capitolo dell'*Analisi delle Sensazioni*, intitolato « Preliminari antimetafisici », ed è poi ripresa nell'opera del 1905 *Conoscenza ed Errore*.

Cos'è precisamente « l'elemento » di cui parla Mach? È prima di tutto il risultato di una scomposizione compiuta sul *Komplex* dato dalla sensazione immediata. « I complessi si scompongono negli elementi, cioè nelle ultime parti costitutive, oltre le quali, almeno per ora, non possiamo andare »¹. L'elemento è poi il risultato di una catalogazione secondo un certo criterio. Per esempio, la forma.

Tanto la terra quanto una palla di biliardo sono una sfera, se facciamo astrazione da tutto ciò che in essi è diverso dalla forma della sfera, e una maggiore precisione non ci serve².

L'elemento è interroggettivo:

le sensazioni possono, in modo determinabile con precisione, essere liberate dall'influenza individuale degli osservatori³.

L'elemento — dice ancora Mach — può entrare in processi fisici diversi restando invariato. Il verde di una foglia resta quel verde sia che lo esaminiamo alla luce del sole, o che diventi bruno all'azione della

¹ E. MACH, *Die Analyse der Empfindungen*, p. 4.

² *ibidem*, p. 5.

³ *ibidem*, p. 300.

fiamma gialla del sodio, o che diventi bianco quando con l'alcool separiamo la clorofilla. « Il verde non è mutato nella sua natura »⁴. L'elemento sopporta la reversibilità del processo fisico e chimico.

La scomposizione in elementi appartiene al metodo scientifico, è un fatto culturale. Dice Mach:

Credere che sia possibile tornare a un punto di vista primitivo per iniziare da capo la ricerca su una strada migliore, è una ingenuità artificiosa (*künstliche Naivität*), che non rinuncia ai risultati ottenuti in un lungo cammino della cultura, ma anzi al contrario si serve di conoscenze che presuppongono un livello già alto del pensiero fisico, fisiologico o psicologico. Solo ad un tale livello culturale, è pensabile la risoluzione in elementi⁵.

Queste diverse indicazioni ci permettono di concludere che per Mach l'elemento è il risultato di un taglio compiuto sul complesso dato immediato, in vista di un ordinamento e di una misura. Quando parliamo di elementi, siamo perciò sul piano del discorso scientifico.

Ma di quale tipo di discorso? di quello che riguarda il mondo esterno, o di quello che riguarda il mondo della psiche? L'uno e l'altro. La tesi di Mach è proprio questa: il procedimento di riduzione, classificazione e misura che è utilizzato con tanto successo nel campo delle scienze naturali che studiano il mondo esterno, potrà essere applicato anche in quelle scienze naturali che hanno per oggetto il mondo interno, la mente. Chi voglia studiare scientificamente la psiche umana deve prima di tutto rinunciare all'idea di un Io sostanziale, semplice, indivisibile (*Ich als eine unteilbare Einheit*). Egli in realtà si trova dinanzi *den unanalysierten Ich-Komplex*⁹. Come il concetto sostanziale di materia — lo si è detto sopra — è passato dalla sfera delle rappresentazioni primordiali, formatesi inconsciamente e spontaneamente, alla sfera del sapere filosofico, così è accaduto anche per la sostanza spirituale. L'una e l'altra sostanza sono inaccettabili sul piano scientifico. Nessuna ricerca può servirsi di concetti comuni presi nella loro indeterminatezza; bisogna tornare ai loro inizi, alla loro origine, per determinarli, per renderli

⁴ *ibidem*, p. 36.

⁵ E. MACH, *Erkenntnis und Irrtum*, p. 16.

⁶ *ibidem*, p. 21.

⁷ E. MACH, *Erkenntnis und Irrtum*, p. 17.

⁸ *ibidem*, p. 20, p. 460.

⁹ *ibidem*, p. 21.

più precisi. Dovrebbe forse ciò essere proibito solo alla psicologia e alla teoria della conoscenza? ¹⁰.

Né, d'altra parte, allo psicologo può bastare il metodo della introspezione. « Proprio della scienza è l'analisi ». Lo psicologo accetti dunque l'ipotesi che il taglio da lui compiuto nel dominio dei fatti psichici sia legittimo tanto quanto quello che compie il fisico nella materia inanimata. Mediante osservazione diretta stabilisca quali sono le parti che costituiscono quel complesso che è l'Io; applichi ad esse il metodo di catalogazione e di misura ⁸. E allora sapremo quali sono gli elementi che cerchiamo: apertura degli occhi, direzione dell'asse degli occhi, stato normale di eccitazione della retina, ecc. ⁹. Appunto perché riguarda il discorso scientifico, l'elemento non è né fisico né psichico. Appunto perché è esprimibile nei termini di un rapporto quantitativo, di una entità numerica, esso può entrare come membro costitutivo di un discorso matematico, che riguarda la sfera dello psichico e quella del fisico. La questione essenziale è proprio, secondo Mach, quella della misurabilità dei fenomeni psichici mediante gli stessi procedimenti con cui si determinano quelli fisici. Quando Mach scrive frasi come questa: « Un colore è un oggetto fisico, quando noi poniamo attenzione alla sua dipendenza dalla sorgente luminosa. Quando poniamo attenzione alla sua dipendenza dalla retina, allora è un oggetto psicologico, una sensazione » ¹⁰, egli non fa altro che sviluppare il suo pensiero nella direzione intrapresa con le ricerche sulla sensazione e con gli studi sulla natura. I diversi momenti di questo pensiero non possono essere disgiunti, e tantomeno separatamente giudicati.

Mach porta altri esempi. Una palla bianca cade sopra una campana: risuona; all'azione della fiamma di sodio, ingiallisce; diviene rossa, all'azione della fiamma del litio. In tal caso gli elementi (*A B C ...*) risultano connessi soltanto fra loro, indipendenti dal nostro corpo (*K L M ...*). Se ora invece prendiamo della santonina, la palla appare di nuovo gialla. Se chiudiamo gli occhi, per noi la palla non c'è più; se ci tagliamo il nervo acustico, essa non risuona più. Adunque gli elementi *A B C ...* non soltanto sono congiunti fra loro, ma anche con gli elementi *I L M* ¹¹. La possibilità di inserire uno stesso elemento in relazioni diverse, mediante operazioni reversibili, conferma quanto si è già detto: che siamo sul piano della conoscenza scientifica, e non su quello della conoscenza sen-

¹⁰ E. MACH, *Die Analyse der Empfindungen*, p. 14.

¹¹ *ibidem*, pp. 12 s.

sibile immediata. Infatti — come si è visto — Mach ha compiuto su quest'ultima una serie di ricerche, che hanno proprio lo scopo di dimostrare che nella percezione una parte è modificata dal tutto. Significativa è la frase machiana, che segue al passo qui sopra riportato:

Per questo e solo per questo chiamiamo A B C ... sensazioni, e consideriamo A B C ... come appartenenti all' Io. Pertanto, in seguito, quando, accanto o al posto delle espressioni « elementi », « complessi di elementi » sono usate le espressioni « sensazioni » e « complessi di sensazioni », si deve tener presente che gli elementi sono sensazioni soltanto nella connessione e nella relazione che abbiamo indicata, e in una precisa dipendenza funzionale. In altra dipendenza funzionale essi sono oggetti fisici. [Il corsivo è di Mach].

Sensazione ed elemento non sono dunque, immediatamente e semplicemente, la stessa cosa. Vien fatto di pensare che se Mach avesse usato sempre soltanto la parola elemento, molti equivoci sarebbero stati evitati. Sembra quasi che egli si giustifichi, quando dice che la determinazione non essenziale degli elementi come sensazioni è da lui usata solo perché alla maggior parte degli uomini gli elementi sono molto più familiari come sensazioni (colori, suoni, spazio, tempo, ecc.), mentre secondo l'opinione più comune le particelle delle masse sono elementi fisici, ai quali aderiscono gli elementi nel senso qui usato, come « qualità », « azioni »¹².

2. - I CORPI E GLI ELEMENTI.

I corpi di cui parla la meccanica non vanno identificati con quelli dati dalla percezione immediata. I corpi della meccanica sono corpi di secondo grado, astratti e ideali, a cui competono proprietà quali la massa, l'inerzia, il moto, la resistenza, lo spazio, il tempo. Quando il meccanicista si trasferisce nel dominio della psicologia, assume come corpi reali questi stessi corpi meccanici, aggiungendo loro un'altra proprietà alle sopra elencate, cioè quella di produrre sensazioni. I fisici meccanicisti messi di fronte ai fatti psichici procedono in questo modo: si servono di elementi (massa, peso, atomo, movimento, ecc.) scoperti e definiti nella sfera dei fenomeni meccanici, poi all'improvviso aggiungono ad essi animazione, attività cosciente, riflessione, ecc. Questo pro-

¹² *ibidem*, p. 13. Vedi anche *Erkenntnis und Irrtum*, p. 8, p. 21.

cedimento assommativo non può dare che risultati insoddisfacenti. Bisogna tener presente — ripete ancora Mach — che i corpi della fisica meccanica sono il risultato prima di una analisi compiuta sul complesso, e poi di una sommatoria di elementi, che pensiamo tenuti insieme dalla sostanza.

Non sono i corpi che generano le sensazioni, ma sono i complessi di elementi che formano i corpi. Il fisico considera « corpi » il persistente e considera elementi le loro passeggere manifestazioni. Egli non tiene conto del fatto che tutti i corpi non sono che simboli del pensiero per indicare complessi di sensazioni¹³.

Questa frase ha un significato ben definito, quando si distinguono fra loro sensazione ed elemento. Altrettanto vale per l'altra frase:

Mentre non si frappone alcuna difficoltà alla costruzioni di qualsiasi evento fisico partendo da sensazioni, vale a dire da elementi psichici, non si riesce ad immaginare in che modo sarebbe possibile rappresentare un qualunque evento psichico partendo dagli elementi dei quali si serve la fisica moderna, cioè dalle masse e dai movimenti¹⁴.

È impossibile il passaggio da un discorso (meccanica) a un altro (psicologia), proprio perché a fondamento del primo vi è stato un procedimento analitico e astrattivo. È necessario il ricorso alla realtà, il contatto col mondo reale dei fatti che si vuole ora studiare. Non si deve confondere la realtà in sé con il mondo « artificiale » dei corpi meccanici. Il pensiero deve adattarsi ai fatti, e non i fatti al pensiero. Coloro che cercano ovunque masse, forze e atomi si comportano come quelli che, conoscendo il mondo solo attraverso il teatro e scoprendo dietro le quinte le attrezzature meccaniche, pensassero che il mondo reale consista in un palcoscenico e tutto sia conosciuto una volta che questo lo sia. Insomma non dobbiamo considerare come strutture fondamentali del mondo reale gli strumenti intellettuali che ci servono alla rappresentazione del mondo sulla scena del pensiero¹⁵.

È necessario tornare al punto di partenza: l'osservazione. Anche l'osservazione della psiche è fonte di conoscenza. Mach non fa altro qui che ribadire quanto aveva detto a proposito della materia organica e della sfera di ricerca propria alla biologia. Non esiste una gerarchia

¹³ *ibidem*, p. 23.

¹⁴ E. MACH, *Erkenntnis und Irrtum*, p. 12 nota.

¹⁵ E. MACH, *Die Mechanik*, p. 483 (p. 494).

delle scienze: ogni sapere nasce dalla constatazione di fatti, di fenomeni irriducibili ad altri fenomeni, di rapporti e connessioni scoperti di volta in volta ¹⁶.

3. - L'UNITÀ DELLA SCIENZA: FISICA E PSICOLOGIA.

La teoria degli elementi permetterà di raggiungere l'unità delle scienze fisiche e di quelle biologiche.

Desidero raggiungere nella fisica un punto di vista stabile che non debba essere abbandonato quando si entri nel dominio di un'altra scienza, giacchè alla fine tutte debbono formare un tutto. La fisica molecolare attuale non risponde in modo adeguato a questa esigenza ¹⁷.

La dottrina degli elementi si riduce all'affermazione che è possibile utilizzare i metodi fisici di ordinamento e di misurazione anche nel dominio dei fenomeni psichici. Solo per questa via — Mach è convinto — si potrà superare l'opposizione tra anima e corpo, tra spirito e materia, e realizzare l'unità delle scienze naturali. Riconosceremo allora, e cominciamo già ora a farlo, che la nostra sensazione di fame non è molto diversa dalla tendenza dell'acido solforico verso lo zinco; e che la nostra volontà non è diversa dalla pressione della pietra sul suo supporto. Ci troviamo così più vicini alla natura, senza che sia necessario ridurre noi stessi a un incomprensibile ammasso di molecole, o fare dell'universo un sistema di spiriti ¹⁸.

L'accusa di Mach è chiara: il meccanicismo produce lo spiritualismo. Spirito e materia sono apparsi estranei, tanto più diversi, quanto più la meccanica andava progredendo, e l'atteggiamento teologico sembrava necessario per creare sistemi filosofici ¹⁹. Materia è ciò che si presenta dotato di proprietà meccaniche; correlato ad essa è un assai misterioso spirito, di cui si riesce solo a dire che non ha proprietà meccaniche: entità libera, perché senza leggi (*die freie und gesetzlose Seele*) ²⁰. Mach

¹⁶ « I concetti meccanici sono mezzi economici che sono stati formati per la riproduzione di fatti meccanici, e non di quelli fisiologici e psicologici »: *Die Mechanik*, p. 484 (p. 495).

¹⁷ E. MACH, *Die Analyse der Empfindungen*, p. 26.

¹⁸ E. MACH, *Die Mechanik*, p. 443 (p. 456).

¹⁹ E. MACH, *Die Prinzipien der Wärmelehre*, p. 433.

²⁰ E. MACH, *Erkenntnis und Irrtum*, p. 27.

ha tentato di portar la scienza fuori da questa via senza uscita, di sciogliere questi « enigmi » (Du Bois Reymond); di fare della conoscenza dell'anima una scienza. Spero — egli dice — di aver ricondotto alla sua essenza il contrasto tra fenomeno psichico e fisico, tra subbiettività e obiettività, e a un tempo, di aver allontanato ogni concezione tradizionalista e superstiziosa. Qualcuno potrebbe dire — osserva Mach — che in questo modo il problema dell'Io è evitato, non risolto. Ma, rinunciare a rispondere a questioni riconosciute senza senso non è rassegnazione, è l'unico comportamento ragionevole del ricercatore. Oggi il fisico non vede rassegnazione nel fatto di non compiere piú ricerche sul *perpetuum mobile*, né il matematico, che non si affatica piú sulla quadratura del cerchio o sulla soluzione di equazioni di quinto grado mediante radicali. Allo stesso modo bisogna comportarsi di fronte a certi problemi filosofici. I problemi o sono risolti, o vanno riconosciuti come inconsistenti (*nichtig*)²¹.

4. - L'ELEMENTO DI MACH COINCIDE CON LA SENSAZIONE BERKELEYANA?

Nel capitolo quindicesimo dell'*Analisi delle sensazioni* Mach tornò piú volte, con aggiunte di paragrafi e passi, sul giudizio espresso da alcuni suoi recensori e critici, secondo i quali egli sarebbe un filosofo di stampo berkeleyano. Questa tesi fu esposta da Hans Kleinpeter nel 1905 in *Die Erkenntnistheorie der Naturforschung der Gegenwart*, da Ferdinand Reinhold in *Mach's Erkenntnistheorie* (1908), e ancora da Paul Carus in *Professor Mach and his Work*, nel 1911. Anche Planck e Lenin sostennero interpretazioni alquanto simili. A questi due grandi pensatori e ai loro rapporti con Mach ho dedicato studi particolari, esposti in appendice. Intanto è opportuno richiamare qui l'attenzione del lettore su alcuni passi dell'*Analisi*, forse non molto noti.

Dunque, la tesi dei citati critici di Mach è in breve la seguente. La dottrina degli elementi costituisce nel pensiero machiano una sorta di metafisica²². Gli elementi sono l'unico esistente. La loro combina-

²¹ E. MACH, *Die Analyse der Empfindungen*, p. 298.

²² H. KLEINPETER, *Die Erkenntnistheorie der Naturforschung der Gegenwart*, Leipzig 1905, pp. 41 ss.; F. REINHOLD, *Mach's Erkenntnistheorie. Darstellung und Kritik*, Leipzig 1908, p. 155; P. CARUS, *Professor Mach and his Work*, in « *Monist* », v. 21, n. 1 (1911), p. 19.

zione costituisce tutto il nostro mondo. Solo la coscienza può stabilire relazioni²³. Gli oggetti fuori della nostra mente sono costruzioni della nostra mente²⁴. La risposta di Mach si articola in due affermazioni. In primo luogo: « Debbo dire che è ben lontano da una retta valutazione della mia concezione colui che, malgrado le ripetute proteste da parte mia e di altri, identifica tale concezione con quella berkeleyana ». A questa frase aggiunge poi, in una edizione successiva, una nota:

Debbo indicare ancora una volta in breve la differenza? Berkeley vide « gli elementi » come l'effetto di qualcosa che sta fuori degli elementi stessi, qualcosa di sconosciuto (Dio); per cui Kant, per apparire un realista spassionato, trovò « la cosa in sè »; invece la concezione da me presentata cerca di trovare, praticamente e teoreticamente, la soluzione affermando la dipendenza reciproca degli elementi tra loro²⁵.

Dunque, secondo Mach, il punto essenziale da prendere in considerazione se si vuol risolvere la questione è: la natura, e l'origine delle relazioni che stringono gli elementi. Berkeley, negata l'esistenza di una sostanza materiale, nesso e sostegno delle qualità sensibili, affermò l'esistenza di una sostanza spirituale²⁶. Per lui la legge della natura è l'attività immediata di un essere divino incorporeo operante, che collega, muove e ordina secondo leggi e fini determinati tutte le cose²⁷. La defi-

²³ H. KLEINPETER, *Die Erkenntnistheorie*, pp. 18-21; F. REINHOLD, *Mach's Erkenntnistheorie*, pp. 114 ss.

²⁴ H. KLEINPETER, *Die Erkenntnistheorie*, p. 41; P. CARUS, *Professor Mach and his Work*, p. 37.

²⁵ E. MACH, *Die Analyse der Empfindungen*, p. 295.

²⁶ Richiamo il passo dei *Principles of Knowledge* (§ 26): « Noi percepiamo una continua successione di idee, alcune delle quali tornano, altre cambiano o scompaiono totalmente. Quindi c'è una causa di queste idee, da cui dipendono e che le produce e le cambia. Che questa causa non possa essere una qualità o una idea o una combinazione di idee, risulta chiaro dal paragrafo precedente. Quindi ci deve essere una sostanza; ma è stato dimostrato che non c'è nessuna sostanza corporea o materiale; risulta dunque che la causa dell'idea è una sostanza incorporea attiva, o spirito ».

²⁷ « Non basta procedere attraverso una catena di cause naturali sino a un intelletto divino, considerato come una causa lontana e primitiva che ha creato il mondo e l'ha lasciato poi procedere per il suo corso. Al contrario, se vogliamo rendere conto dei fenomeni, non possiamo fare neppure un passo senza ammettere la presenza immediata e l'attività immediata di un essere incorporeo e operante, che collega, muove e ordina secondo leggi e fini determinati, tutte le cose »: *Siris*, § 237; *Alciphron*, dialogo IV, § 14.

nizione di una legge relativa al nesso di fenomeni, e ogni argomentazione che ne proceda poggiano, in ultima analisi, sulla presupposizione che l'Autore dei fenomeni agisca costantemente in modo uniforme, osservando delle regole generali, che secondo Berkeley noi non possiamo conoscere²⁸.

Mach nega che questa concezione sia la propria, e giustamente. Si richiamino alla mente tutte le sue ricerche intorno alle sensazioni: il dato immediato è un complesso connesso di relazioni. Si richiamino alla mente i suoi studi sui primi passi compiuti dalla scienza (Archimede, Stevin, Galileo): « la forma », la struttura, la relazione degli elementi è intrinseca al dato dell'esperienza. L'indicazione che Mach ci dà è, dunque, questa: il problema del realismo è il problema della realtà oggettiva delle relazioni.

Quanto all'affermazione secondo cui il mondo consiste di sole nostre sensazioni, essa ha per fondamento — secondo Mach — una non del tutto superata concezione sostanzialistica. Noi vediamo un corpo con una punta *P*. Se tocchiamo *P*, la mettiamo in relazione col nostro corpo, riceviamo una puntura. Possiamo guardare *P* senza sentire la puntura. Appena però sentiamo la puntura, troviamo *P* sulla pelle. Concepiamo allora la punta visibile come un nucleo stabile, al quale la puntura è connessa almeno come qualcosa di accidentale, secondo le circostanze. Con la ripetizione di fenomeni analoghi si finisce col considerare tutte le proprietà dei corpi come « azioni » che provengono da nuclei stabili e sono prodotte sull'Io tramite il corpo, azioni che chiamiamo « sensazioni ». Il nucleo stabile diventa allora un *quid* che unifica più dati sensibili. Una volta che ci si sia resi conto che esso è un puro ente mentale, giacché non possiede alcun contenuto sensibile, si arriva rapidamente alla conclusione a cui arrivò Berkeley. Quando si riduca ogni rapporto a quello sostanza-accidente, e se ne sia poi provata la insostenibilità, allora è vero che il mondo consiste solo di nostre sensazioni!²⁹.

²⁸ « Per mezzo di un'accurata osservazione dei fenomeni a noi visibili possiamo scoprire le leggi universali della natura e dedurre da esse i fenomeni particolari, non però dimostrarle come necessarie. Infatti tutte le deduzioni di questo genere dipendono dall'ipotesi che l'Autore della natura operi sempre uniformemente e osservando costantemente quelle regole che prendiamo per principi, e questo non potremo mai riconoscere con evidenza »: *Principles of Knowledge*, § 107 in fine.

²⁹ E. MACH, *Die Analyse der Empfindungen*, p. 10.

La seconda direzione in cui si muove l'autodifesa di Mach è indicata dall'affermazione seguente. La teoria degli elementi non è una dottrina metafisica, una concezione della realtà, ma un modo di affrontare il problema della sistemazione scientifica dei fenomeni psichici.

Richard Höningwald, nel suo scritto *Zur Kritik der Machschen Philosophie* (1903) fraintende del tutto il prudente metodo di ricerca per approssimazione dello scienziato, se dalle espressioni di punti di vista più generali ricava un sistema filosofico chiuso. Le costanti dello scienziato non sono assolute: non per questo però le variazioni da lui cercate formano un caotico flusso eracliteo³⁰.

Molti critici di Mach hanno ritenuto di poter trarre una teoria metafisica dalle pagine che aprono l'*Analisi*. In esse invece Mach ha cercato di definire un metodo capace di affrontare e i fatti psichici e quelli fisici. Perciò a questi critici si può dire che (nel senso in cui essi intendono « filosofia ») « non esiste una filosofia machiana! »³¹.

³⁰ *ibidem*, p. 299.

³¹ *ibidem*, p. 300.

CAPITOLO VII

LA ANALOGIA

1. - LA TERMODINAMICA E LA MECCANICA.

Nei *Prinzipien der Wärmelehre*, pubblicati a Lipsia nel 1896 Mach esamina le vicende attraverso cui è stata costruita quella parte della fisica moderna, che riguarda i fenomeni di calore. In questa cornice storica, riprendendo e svolgendo idee già esposte nelle opere precedenti, esamina alcuni problemi di metodo. Di essi ci siamo già interessati. Resta qui ancora da chiarire il pensiero di Mach sull'analogia.

Un momento cruciale nella storia della termodinamica fu segnato dall'opera che Sadi Carnot pubblicò nel 1824, *Réflexions sur la puissance motrice du feu et sur les machines propres à développer cette puissance*¹. Carnot si era proposto di determinare il massimo di « forza motrice », che in generale una macchina a fuoco e in particolare una macchina a vapore può produrre con un determinato uso di combustibile². Poté stabilire che un corpo produce lavoro in quanto per effetto del calore si dilata sotto pressione, e che ciò avviene in quanto riceve calore da un altro corpo piú caldo. La produzione di forza motrice è sempre accompagnata da una circostanza: il ristabilirsi dell'equilibrio, cioè il passaggio di « calorico » da un corpo di temperatura piú elevata a uno di temperatura piú bassa³. In una macchina a vapore il calorico sviluppato nella fornace per effetto della combustione, attraverso le pareti della caldaia, forma il vapore; questo va al cilindro e poi nel condensatore, dove si liquefa a contatto con l'acqua fredda che vi si rac-

¹ Cito dall'edizione Blanchard 1953.

² S. CARNOT, *Réflexions*, p. 8.

³ *ibidem*, p. 9.

coglie. L'acqua fredda del condensatore dunque si riscalda per mezzo del vapore come se fosse posta direttamente sul fuoco. Per Carnot la produzione di forza motrice nella macchina a vapore non è dovuta a un consumo reale di calorico, ma al suo trasporto da un corpo più freddo a uno meno freddo⁴. Egli riuscì a definire le condizioni generalissime del funzionamento delle macchine a vapore: la forza motrice è indipendente dagli agenti messi in opera per realizzarle; la sua quantità è fissata unicamente dalla temperatura dei corpi nei quali avviene il trasporto di calorico⁵. Il rendimento del ciclo di Carnot è indipendente dalla natura del corpo (gas perfetto o gas reale o vapore o liquido o solido, omogeneo o no) che esegue le due trasformazioni isoterme e le due adiabatiche che costituiscono tale ciclo, che è reversibile. Il rendimento termico della macchina di Carnot è massimo, confrontato con quello di tutte le altre macchine che lavorano fra le stesse temperature estreme.

Mach fa osservare che nel corso della sua esposizione Carnot paragona il passaggio di calore alla caduta dell'acqua (*chute d'eau*): il calore per produrre forza motrice (cioè lavoro) passa da un corpo più caldo a uno più freddo, così come l'acqua per mettere in moto la mola di un mulino deve precipitare da un livello più alto a uno più basso. Dunque le differenze di temperatura sono forze di lavoro come le differenze di altezza dei corpi gravi. Questa conclusione si accordava perfettamente con l'ipotesi di Black intorno alla natura del calore; ipotesi accettata da Carnot, e che afferma il calore essere calorico, un fluido senza peso e invisibile, dotato del carattere di invariabilità. Esso passa da un luogo all'altro, da un corpo all'altro, ma non varia mai la sua natura; appunto come l'acqua passa da un luogo all'altro, cade a un livello inferiore, o dalla ruota è riportata in alto, ma non muta la sua natura di acqua. La sostanza ubbidisce al principio di identità.

Mach, esponendo la storia della termodinamica⁶, mette in evidenza le difficoltà che gli scienziati trovarono quando si presentò il problema di accordare il principio — sostenuto da Mayer — della equivalenza fra calore e lavoro e della trasformazione dell'uno nell'altro con l'idea — sostenuta da Carnot — dell'invariabilità del calorico. Ancora nel 1848 W. Thomson diceva che la trasformazione di calore in lavoro è

⁴ *ibidem*, p. 24.

⁵ *ibidem*, p. 38.

⁶ E. MACH, *Die Prinzipien der Wärmelehre*, pp. 225-33.

probabilmente impossibile, e nel 1849 denunciava la impossibilità di mettere d'accordo l'idea del passaggio di calore con l'idea del consumo di calore⁷. Il procedimento di Carnot fu messo per un certo tempo da parte. Ma ad un certo momento si dovette riconoscere che da esso erano state ricavate importanti conseguenze. Clapeyron infatti, dando rappresentazioni grafiche e analitiche del ciclo di Carnot, ne aveva resa più facile l'applicazione industriale (1834). L'uso di questo ciclo per lo studio dei gas, già iniziato da Carnot stesso, aveva inoltre confermato le leggi di Gay-Lussac e di Mariotte. Molti fenomeni furono meglio conosciuti, specie quelli di condensazione e di dilatazione. Si arrivò per questa strada alla liquefazione di tutti i gas conosciuti, completando in tal modo la dimostrazione della continuità di tutti i tipi di materia nei tre stati. Infine nel 1848 W. Thomson introdusse l'idea geniale di una scala assoluta di temperatura, proprio partendo dalla conoscenza che tale temperatura non dipende dalla forma dell'apparecchio o dalla natura della sostanza usata. D'altra parte l'idea sostenuta da Mayer (1842) di una equivalenza fra calore e lavoro aveva trovato conferma nelle ricerche sperimentali e nelle misurazioni compiute da Joule dal 1843 in poi.

La soluzione del contrasto fu trovata da Clausius attraverso — nota Mach — un esame critico del concetto di calorico⁸. I risultati di Carnot, secondo Clausius, erano perfettamente validi quando anche si fosse rinunciato all'ipotesi sostanzialistica del calorico; né v'era bisogno di introdurre altra ipotesi sulla natura o essenza del calore⁹. Clausius adottò la terminologia proposta da Rankine, che chiariva il significato di energia, forza, lavoro; e nel 1850 formulò i due principi della termodinamica. Il primo definisce l'equivalenza fra calore e lavoro meccanico. L'altro stabilisce che il calore non passa spontaneamente, cioè senza spesa di lavoro da un corpo meno caldo ad uno più caldo. Da questa seconda legge si derivava come teorema la legge di Carnot.

Clausius, eliminata dalla termodinamica l'ipotesi del calorico, conservò l'idea di Carnot della caduta di calore, fondata su quella specie di paragone tra la forza motrice ottenuta mediante lavoro e quella ottenuta con la caduta d'acqua. Anzi per questa strada provò la possibilità di estendere all'energia calorifica il teorema di conservazione dell'energia.

⁷ *ibidem*, p. 234 (p. 270).

⁸ *ibidem*, p. 272.

⁹ Dalle carte lasciate da S. Carnot e pubblicate nel 1878 risulta che egli stesso aveva abbandonato l'ipotesi del calorico dopo il 1824.

Poiché l'energia meccanica è somma costante di energia cinetica ed energia potenziale, si può pensare, seguendo lo spunto dato da Carnot, che anche nel calore si possa fare una simile distinzione¹⁰.

2. - L'ANALOGIA.

Il paragone presentato da Carnot tra il lavoro compiuto dal calore e il lavoro prodotto dall'acqua nella ruota del mulino ha indirizzato tutta una serie di ricerche. Mach ricorda che Maxwell ha fatto di questo procedimento — detto dell'analogia — un vero metodo scientifico, utilizzandolo nel dominio dell'elettrodinamica¹¹. Cos'è dunque l'analogia? Per Mach è ricerca di relazioni fra sistemi di concetti. È un mezzo efficace per ordinare gruppi di fatti eterogenei comprendendoli in una unità concettuale, mettendo in evidenza sia la corrispondenza logica tra i diversi gruppi di concetti, sia la dissomiglianza tra i concetti omologhi considerati a due a due.

L'analogia è, prima di tutto, un procedimento che utilizza per fenomeni diversi uno stesso modello rappresentativo. L'immagine della caduta dall'alto verso il basso è trasferita al fenomeno del passaggio di calore da un corpo più caldo ad uno meno caldo. Si possono elencare altri procedimenti dello stesso tipo. La corrente d'acqua ha forse suggerito a Fourier la prima immagine intuitiva della conduzione del calore. Un caso particolare di vibrazione delle corde osservato da Taylor gli chiarì un caso particolare di conduzione del calore. E come Daniele Bernoulli ed Eulero sulla base del caso particolare presentato da Taylor riunirono i più svariati casi di vibrazione delle corde, così Fourier sulla base di semplici casi di conduzione riunì i più vari movimenti di calore. Questo metodo si è poi esteso a tutta la fisica. Ohm formò la sua rappresentazione della corrente elettrica a imitazione di quella di Fourier. In modo analogo si formò una rappresentazione della corrente magnetica.

Ma il momento essenziale del metodo analogico è il trasferimento di un modello concettuale da un dominio all'altro. Il sistema meccanico, che definisce con formule matematiche rapporti precisi tra grandezze, è utilizzato per stabilire un primo collegamento tra fatti non meccanici¹².

¹⁰ E. MACH, *Die Prinzipien der Wärmelehre*, p. 216.

¹¹ E. MACH, *Erkenntnis und Irrtum*, p. 229.

¹² E. MACH, *Über das Prinzip der Vergleichung in der Physik*, in *Populärwissenschaftliche Vorlesungen*, pp. 276 ss.

Alcuni fisici dicono che queste analogie sono una prova a favore della concezione, per cui tutti i fenomeni fisici sono nella loro essenza meccanici¹³.

Mach nega che sia necessario pensare a una essenziale identità, palese o nascosta, di tutti i fenomeni. Il metodo analogico perciò non si fonda su alcuna metafisica. Non rimanda ad alcun discorso sulla « natura ultima » dei fenomeni, né pretende di esserne « una spiegazione ». L'analogia si accontenta di offrire un metodo per un primo ordinamento nella varietà e molteplicità dei fenomeni, che un nuovo dominio ancora da esplorare presenta allo scienziato. Questo è tanto vero — dice ancora Mach — che una volta superato il momento del primo approccio, lo scienziato è costretto ad ammettere le differenze tra i diversi domini. Un caso clamoroso è stato quello della massa elettromagnetica. Alla fine, la sistemazione di certi domini ha richiesto tali e tante correzioni, da essere qualcosa di completamente diverso dal punto di partenza. La termodinamica, la teoria cinetica dei gas — lo abbiamo già visto — non hanno, secondo Mach, una fondazione meccanica. « Analogia non è identità »¹⁴.

Il problema dell'analogia può essere formulato anche in modo diverso. Accettiamo la nota affermazione di Kirchhoff, secondo cui « il compito della fisica è quello di descrivere i fenomeni della natura nella maniera più completa e semplice possibile »¹⁵. Kirchhoff ha ragione. La descrizione di cui egli parla esige la reciproca dipendenza degli elementi descritti, « dipendenza che va intesa in senso puramente logico, come l'intendono il geometra e il matematico ». Infatti « descrizione è determinazione delle misure numeriche di certe proprietà mediante quelle di altre proprietà, il che si fa con processi di derivazione »¹⁶. La descrizione non è altro che la trascrizione in termini matematici delle relazioni tra i fatti osservati, cioè è il fine stesso della scienza. Ebbene, non sempre è possibile raggiungere direttamente questa meta. Non sempre siamo in grado di dare una « descrizione diretta » di ogni singolo fatto. Per arrivare alla definizione quantitativa dei fenomeni, alla misura precisa dei fatti è stato molte volte necessario ricorrere, nel momento della

¹³ E. MACH, *Die Prinzipien der Wärmelehre*, p. 356.

¹⁴ *ibidem*, p. 395.

¹⁵ G. KIRCHHOFF, *Vorlesungen über mathematische Physik*, Introduzione.

¹⁶ E. MACH, *Die Prinzipien der Wärmelehre*, p. 356.

loro riproduzione mentale, a una « descrizione indiretta », utilizzando rappresentazioni e concetti che già possedevamo.

L'esame del concetto e della funzione del metodo analogico porta un'ulteriore prova a favore della tesi machiana: la meccanica non costituisce il fondamento di tutta la scienza. La meccanica è stata molte volte « modello formale e indicazione » (*formales Muster und Fingerzeig*) per nuove scoperte¹⁷.

Un modello formale è stato fornito dalla scienza già posseduta ed è stato usato per stabilire una prima approssimativa connessione tra i fenomeni che si iniziava ad esplorare. Mach insiste che si tratta di « un aiuto dato alla ricerca » nei primi stadi di essa¹⁸. È un mezzo allo scopo, che è « la comprensione astratta dei fatti ». Quando si abbiano idee chiare su questa questione, si è in grado di vedere a fondo in molte altre. Non dubiteremo più allora — dice Mach — dell'opportunità, anzi « necessità di accettare nelle nostre ricerche l'efficace aiuto che ci viene dalle idee teoriche ». Ma non disconosceremo nemmeno come momento del progresso della scienza la necessità di

sostituire gradatamente, a misura che acquistiamo sicura conoscenza di nuovi fatti, alla descrizione indiretta la descrizione diretta, la quale non contiene nulla di inessenziale, e si limita rigorosamente all'astratta comprensione dei fatti¹⁹.

¹⁷ *ibidem*.

¹⁸ E. MACH, *Erkenntnis und Irrtum*, p. 221, p. 229.

¹⁹ E. MACH, *Populär-wissenschaftliche Vorlesungen*, p. 276.

PARTE QUARTA
STUDI SUL MOTO DI PROIETTILI
A VELOCITÀ ULTRASONICHE

CAPITOLO I

METODI E STRUMENTI NUOVI

È noto che l'unità di misura per le velocità superiori a quella del suono è il mach. Numero di Mach è detta l'espressione

$$M = W/C$$

dove W è la velocità del mobile e C quella del suono nell'aria. Numero di Mach 1 equivale alla velocità del suono. Supersonico è detto quel moto in cui M è maggiore di 1. Per la trattazione di fenomeni supersonici sono usate comunemente espressioni come: onda di testa di Mach, angolo di Mach, linea d'urto di Mach. L'adozione di queste espressioni è stata fatta a riconoscimento della parte avuta da Mach nella scoperta di fenomeni prima di lui poco o nulla conosciuti. Vi pervenne dopo molti anni di indagini pazienti, estremamente interessanti oltre che, come è chiaro, per i risultati conseguiti, anche per l'uso di strumenti finissimi di ricerca e di misura.

Attraverso gli studi sulla fisiologia dell'orecchio e sull'acustica fisica, Mach cominciò a interessarsi del comportamento dei corpi alle velocità sonore. Nel 1873 pubblicò un'opera in cui, fra l'altro, dava notizia di osservazioni e misurazioni compiute sulla propagazione delle onde sonore, onde d'esplosione e onde prodotte da scintille elettriche¹.

Continuò poi anche negli anni successivi a studiare questi problemi, pubblicando di volta in volta i risultati ottenuti negli Atti dell'Accademia viennese. Nel 1873 esaminò analogie e differenze tra il modo di propagazione delle onde sonore e quello della luce. Osservò che il suono non presenta il fenomeno di riflessione totale; e che le leggi abituali di

¹ E. MACH, *Optisch-akustische Versuche. Die spectrale und stroboskopische Untersuchung tönender Körper.*

riflessione e di rifrazione non sono verificate nei casi di moto ondosono non periodico².

In uno studio del 1875 riferì su certe tracce prodotte da scintille elettriche su lastre oscure affumicate, che apparivano corrispondere alle leggi acustiche in generale, a quelle di interferenza in particolare³.

Nel 1877 e nel 1878 stabilì che le onde elettriche e in generale tutte le onde di esplosione, di cui quelle sono un caso particolare, hanno nella loro azione proprietà diverse da quelle delle solite onde sonore.

Mach si preoccupava intanto di creare strumenti opportuni. Riuscì così a stabilire in termini quantitativi che la velocità di propagazione dell'onda di esplosione supera notevolmente la velocità abituale del suono, e che essa aumenta con la violenza dell'esplosione e diminuisce nel corso del movimento. Entrò in questo modo nel dominio dei fenomeni ultrasonici. Il suo problema fu allora quello di riuscire a fissare in immagini fotografiche tali fenomeni⁴.

Nello stesso periodo di tempo Mach aveva avuto notizia di un dispositivo usato da August Toepler, che permetteva di riprodurre le variazioni di densità subite dall'aria. È lo *Schlierenapparat*. Die *Schlieren* sono i punti o luoghi di densità non omogenea con diversa capacità di rifrangere i raggi luminosi⁵.

Mach così descrive l'apparecchio: una piccola fonte di luce *a* illumina una lente *L* che proietta una piccola immagine *B*. Se l'occhio si pone in modo che questa immagine cada sulla pupilla, allora l'intera lente appare illuminata in modo uguale, dato che tutte le parti di essa mandano raggi all'occhio. Errori grossolani di forma o ineguaglianze del vetro della lente non sono percepibili. Se però si copre, più o meno, l'immagine *B* con gli orli di un piccolo schermo, allora nella luminosità affievolita appaiono più chiare quelle parti, la cui luce raggiunge l'occhio attraverso una deviazione maggiore vicino allo schermo, e più scure

² E. MACH, *Die Reflexion und Brechung des Schalles*.

³ E. MACH, *Bemerkungen über die Änderung der Lichtgeschwindigkeit im Quarz durch Druck*, in SW., Abt. 2, v. 72 (1875), pp. 315-328.

⁴ E. MACH und J. SOMMER, *Über die Fortpflanzungsgeschwindigkeit von Explosionsschallwellen*, in SW., Abt. 2, v. 75 (1877), pp. 101-130; E. MACH, O. TUMLIERZ und C. KÖGLER, *Über die Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Funkenwellen*, in SW., Abt. 2, v. 77 (1878), pp. 7-32; E. MACH, *Über den Verlauf der Funkenwellen in der Ebene und im Raume*, in SW., Abt. 2, v. 77 (1878), pp. 819-838.

⁵ E. MACH und VON WOLTRUBSKY, *Optische Untersuchungen der Funkenwellen*, in SW., v. 78 (1878), pp. 467-480. L'opera di A. TOEPLER è *Beobachtungen nach einer neuen optischen Methode*, Bonn 1864.

quelle che in seguito a un aumento di deviazione mandano la loro luce sullo schermo ⁶.

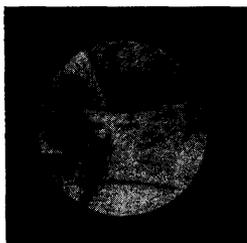


FIG. 1

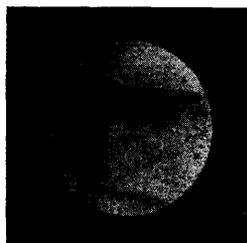


FIG. 2

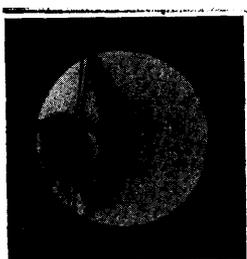


FIG. 3

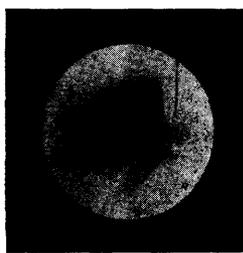


FIG. 4

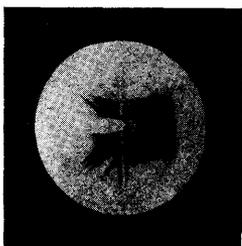


FIG. 5

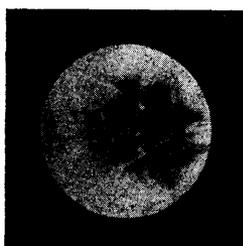


FIG. 6

Il proiettile si muove da sinistra a destra. Le figure 1, 2, 3, 5 riproducono l'onda di testa; le figure 4 e 6 scia e vertici. Le figure 1-3 presentano un proiettile che si muove a 438 m/sec; le figure 4-6 un proiettile che si muove a 530 m/sec.

Da SW., Abt. 2, v. 95 (1887), p. 780.

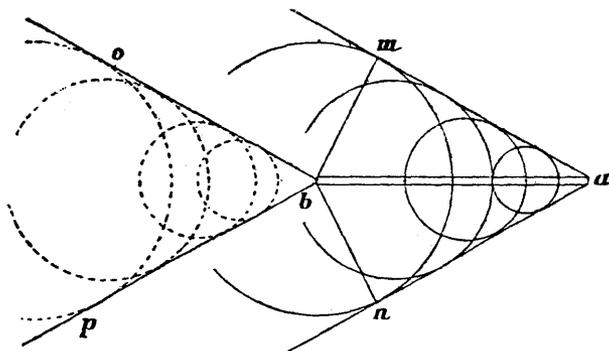
⁶ E. MACH, *Über Erscheinungen an fliegenden Projectilen* (1898), in *Populärwissenschaftliche Vorlesungen*.

Accadde poi a Mach di udire, nel 1881, un discorso tenuto a Parigi in occasione del Congresso internazionale di elettricità dal belga Louis Henri Friedrich Melsens, il quale sosteneva che i proiettili lanciati a grande velocità spingono innanzi a sé masse d'aria compressa capaci, secondo il suo parere, di produrre nei corpi colpiti azioni simili ad esplosioni. Gli venne allora il desiderio di verificare l'ipotesi e di riprodurre il fatto in fotografia, utilizzando lo Schlierenapparat. Le difficoltà furono molte. Nel 1884 riuscì a fissare in alcune fotografie l'immagine di un proiettile di pistola. Altre prove furono compiute, con palle di cannone, a Pola, dal Prof. Salcher di Fiume⁷. Infine nel 1887 fissò in fotografia la scia lasciata dai proiettili. Sulla testimonianza delle fotografie (figure p. 233) poté così annunciare i risultati ottenuti⁸.

1) Si verifica innanzi al proiettile una condensazione di aria, otticamente avvertibile, solo nei casi in cui la velocità del proiettile superi la velocità del suono di 340 m/sec.

2) In caso di sufficiente velocità del proiettile compare l'immagine del bordo dell'aria ammassata, analogamente a un sovraccarico che racchiude il proiettile, il cui vertice sta dinanzi alla testa del proiettile, e l'asse sulla traiettoria di volo. Dalle fotografie, risultò che dietro il proiettile l'aria forma una scia e dei vortici.

Ogni singolo punto della traiettoria del corpo è origine di un'onda



⁷ E. MACH, *Ein Beitrag zur Mechanik der Explosionen*, in SW., Abt. 2, v. 92 (1885), pp. 625-638.

⁸ E. MACH und P. SALCHER, *Photographische Fixirung der durch Projectile in der Luft eingeleiteten Vorgänge*, in SW., Abt. 2, v. 95 (1887), pp. 764-780; E. MACH, *Über die in Pola und Meppen angestellten balistisch-photographischen Versuche*, in SW., Abt. 2, v. 98 (1889), pp. 41-50.

sferica. La tangente comune a tutte le onde sferiche, chiamata *fronte d'onda* forma un angolo con la direzione di moto del corpo. L'angolo è oggi detto angolo di Mach (figura p. 234).

La diversa condizione dinamica modifica il fenomeno tanto da renderlo sostanzialmente diverso. Se il proiettile si muove con velocità minore della velocità di propagazione dell'onda non vediamo alcuna onda di compressione (*Verdichtungswelle*); se però la velocità del proiettile aumenta e supera questo valore, l'onda di testa (*die Kopfwelle*) aumenta a vista d'occhio in potenza, e nello stesso tempo diventa sempre più allungata. Ciò significa che l'angolo formato dai bordi dell'onda con la direzione di volo diventa sempre più piccolo col crescere del numero di Mach.

L'onda di testa è un'onda sonora. Se questo è vero, allora si potrà anche dire che l'onda di testa è un'onda di esplosione. Quindi, quando una parte dell'onda di testa raggiungerà l'orecchio, questo percepirà una esplosione. Si avrà l'impressione che il proiettile abbia portato con sé l'esplosione. In realtà vi è un doppio scoppio. Oltre quella detonazione che il proiettile produce, si verifica una seconda esplosione, avvertita contemporaneamente.

APPENDICI

Chi scrive si augura che un ulteriore chiarimento del pensiero di Mach (e anche una conferma della interpretazione che questo suo studio ne ha dato) possano risultare dai tre scritti che qui aggiunge in appendice. Riguardano alcuni pensatori contemporanei di Mach, ed il giudizio da essi espresso su tale pensiero. Sono Planck, Lenin ed Avenarius.

I. - LA POLEMICA MACH-PLANCK.

Fra il 1908 e il 1910 si svolse una polemica fra Planck e Mach¹. Max Planck, professore di fisica a Berlino dal 1887, pubblicò un articolo sull'unità della scienza². Esponeva l'opinione che allo stato delle conoscenze allora possedute dalla scienza si potessero classificare tutti i fenomeni fisici in reversibili e irreversibili, e per questa via ottenere un ordinamento completo dei diversi domini; chiariva poi la propria concezione del sapere scientifico. In alcune pagine di questo stesso scritto Planck criticava il pensiero machiano, definendolo « un astruso e complicato positivismo ».

Mach rispose nel 1910 con uno scritto, a cui cercò di dare la massima diffusione pubblicandolo contemporaneamente sulla « *Physikalische Zeitschrift* » e su « *Scientia* »³. La replica ha un tono aspro, come forse Mach non ha mai usato in alcun'altra polemica.

Gli scienziati — dice Planck — hanno sempre sentita viva l'esi-

¹ Già precedentemente vi era stata fra i due scienziati una discussione a proposito della termodinamica. PLANCK nelle sue *Vorlesungen über Thermodynamik* aveva notato la necessità di distinguere fra moto perpetuo di prima specie, e moto perpetuo di seconda specie; e aveva anche scritto una lettera su questo problema a Mach (1893). Nei *Prinzipien der Wärmelehre* (1896) MACH tenne conto delle osservazioni di Planck.

² MAX PLANCK, *Die Einheit der physikalischen Weltbildes*, Leipzig 1909. Traduzione italiana in M. PLANCK, *La conoscenza del mondo fisico*, Torino 1964, pp. 33-65 (citerò da questa).

³ E. MACH, *Die Leitgedanken meiner wissenschaftlichen Erkenntnislehre und ihre Aufnahme durch die Zeitgenossen*.

genza di compendiare l'estremamente varia molteplicità dei fenomeni fisici in un sistema unitario, possibilmente in un'unica formula. Ora, è certo che il singolo scienziato non può avvicinarsi alla realizzazione di questo progetto che « emancipandosi dagli elementi antropomorfici, e specialmente dai criteri sensoriali »⁴. Invece Mach rimanda proprio a questi criteri, coerentemente, del resto, alla sua idea « che non esiste altra realtà all'infuori delle nostre sensazioni ». E arriva ad affermare che tutte le sistemazioni compiute dalla scienza sono « provvisorie, ipotetiche, fittizie ». Che è negazione della natura stessa della scienza⁵. Secondo Planck è possibile prevedere che la scienza non darà ascolto ai dubbi machiani.

Oggi i capitoli principali della fisica sono due: la meccanica e l'elettrodinamica, o, come si usa dire, la fisica della materia e la fisica dell'etere. La meccanica, generalizzando, potrebbe abbracciare anche l'elettrodinamica, ed effettivamente vi sono molti indizi che fanno ritenere che questi due rami della fisica, fino ad ora in parte confusi l'uno con l'altro, potranno alla fine venir riuniti in un unico capitolo, la dinamica generale⁶.

Mach risponde che ha sostenuto che le sensazioni possano essere « un legame » fra la fisica e le altre scienze, e lo conferma. Le sensazioni sono state le fonti della conoscenza, e su esse sono stati fondati i concetti della fisica meccanica. Ora alle scienze nuove, alle ricerche compiute, per esempio, nel campo della elettricità e della biologia, sono aperte due strade: accettare l'immagine cinematografica dell'universo abbandonando la ricerca sperimentale, o cercare nuovi concetti mediante l'osservazione; e mediante l'osservazione stabilire quali rapporti valgono fra i diversi domini, e quindi arrivare all'unità della scienza. L'affermazione poi che Planck ricava dagli scritti machiani, secondo cui le sistemazioni compiute dalla scienza sono sempre « provvisorie, ipotetiche, fittizie » non va considerata conseguenza di criteri sensoriali, ma piuttosto intesa nel senso che ogni ampliamento delle conoscenze torna da capo a porre il problema dell'unità. Oggi, per esempio — spiega Mach — la scienza è arrivata a un grado tale di conoscenza che si potrebbe considerare la meccanica come parte dell'elettrodinamica. Lo ha già proposto W. Wien⁷.

La seconda critica che Planck ha formulato è la seguente. Secondo Mach non esiste altra realtà al di fuori delle nostre sensazioni. Le sen-

⁴ M. PLANCK, *Die Einheit* ecc. (trad. it., p. 37).

⁵ *ibidem*, p. 60.

⁶ *ibidem*, p. 38.

⁷ E. MACH, *Die Leitgedanken*, p. 230.

sazioni sono soggettive; come è possibile, allora, un sapere scientifico? Mach parla di un adattamento del pensiero alle sensazioni. Dice che gli unici veri elementi del mondo sono le sensazioni. Questo significa che i nessi e le relazioni, espressi dalle leggi fisiche, hanno validità puramente soggettiva. Ne seguirebbe il più radicale solipsismo. Ogni scienziato, chiuso nel cerchio della propria esperienza, non potrebbe capire gli altri scienziati, e confrontare il risultato della propria ricerca con quello da essi ottenuto⁸. Il positivismo non può spiegare come la descrizione data da un fisico possa valere anche per gli altri. Mach distrugge la scienza, giacché la colpisce nella sua più intima forza. « Lo scopo della scienza è il completo distacco dell'immagine fisica del mondo dall'individualità della mente che la crea »⁹. Una scienza che neghi a sé stessa l'attributo dell'obiettività segna con ciò la propria condanna. Mach è tenuto a rispondere a questa domanda:

la nostra immagine fisica del mondo è esclusivamente una più o meno arbitraria creazione del nostro spirito, o rispecchia fenomeni naturali, reali, assolutamente indipendenti da noi? Per dirla in forma più esplicita, possiamo ragionevolmente ritenere che il principio della conservazione dell'energia fosse già valido in natura anche quando non esistevano uomini che potessero pensarci su?¹⁰.

E ancora. Mach parla di un criterio di economia, molto fruttuoso per la scienza. Ma economia e verità non sono la stessa cosa. Verità è conoscenza della realtà, cioè « della entità costante, indipendente da ogni individualità umana e da ogni intelletto ». Cosa è invece l'economia? I grandi del passato — Copernico, Keplero, Newton, Huygens, Faraday — non furono certo guidati da criteri economici, ma dalla « fede incrollabile nella realtà della loro immagine del mondo, fosse essa fondata su base artistica o su base religiosa »¹¹. « La conoscenza scientifica per Mach ha invece valore puramente formale ». Il principio di economia è dannoso alla fisica. Tutto il pensiero machiano è distruttivo: « Mach ha degradato insieme alla immagine meccanica del mondo, anche l'immagine fisica del mondo »¹².

Mach si difende. Prima di tutto risale agli inizi delle sue ricerche, mettendo in luce la particolare situazione storica da cui esse furono originate, e in riferimento alle quali vanno capite. Passa poi ad esaminare

⁸ M. PLANCK, *Die Einheit*, p. 60.

⁹ *ibidem*, p. 64.

¹⁰ *ibidem*, p. 60.

¹¹ *ibidem*, pp. 64 s.

¹² *ibidem*, p. 63.

la questione di principio. Respinge nella maniera piú decisa l'accusa di soggettivismo, di solipsismo, di formalismo. Nei termini piú chiari indica quale sia il nocciolo della questione: la natura delle relazioni. Tutti gli equivoci in cui cade Planck nascono dal fatto che egli non ha visto bene il significato dell'idea che Mach torna qui ora a formulare: « Quello che noi osserviamo sulla interdipendenza di *A, B, C, D, E* non è per nulla arbitrario, è fisico, o se lo si vuole chiamare cosí, è reale »¹³. Con ciò è stata data risposta alla domanda di Planck.

Non esistono i pericoli che Planck ha denunciato. Quando egli (Mach) ha parlato di influenza della individualità dello scienziato, si è riferito a un fatto innegabile. Esiste, per esempio, un'ottica di Newton, e una di Huygens, una di Biot, e una di Joung-Fresnel; una meccanica di Lagrange, e una di Poinsot, e una di Hertz.

Allo stesso modo, quando ha parlato di economia non ha inteso contrapporre un criterio diverso a quello della verità. Non v'è fra i due criteri quella frattura insanabile che Planck dice. Infatti con la parola economia, egli (Mach) ha voluto richiamare l'attenzione su due fatti. Uno, che la fisica ha la funzione di descrivere i fatti, e non quella di spiegarli (secondo una formulazione data da Rankine già nel 1855). In secondo luogo, per influenza della biologia darwiniana, ha voluto significare che la scienza è legata a bisogni pratici¹⁴. Quanto all'accusa di aver degradato la fisica, Mach fa osservare che studi recenti di Lorentz, Einstein, Minkowsky provano quanto serie e utili siano le ricerche sulla materia, sullo spazio, e sul tempo che egli ha compiuto¹⁵.

Mach conclude con alcune frasi molto aspre. Planck non ha capito il suo pensiero, perché non lo conosce. Con quale diritto, allora, ne parla?

Planck tornò a replicare¹⁶. Il diritto di esprimere una opinione sulla teoria machiana della conoscenza gli viene dal fatto di aver subito l'influenza di questa teoria, attraverso alcuni seguaci di Mach, a Kiel negli anni 1885-1889. Se n'è poi distaccato perché è arrivato alla convinzione che la filosofia machiana non abbia risolto il suo piú brillante impegno: eliminare tutti gli elementi metafisici dalla teoria della conoscenza. Infatti lo stesso concetto di economia, una volta che sia generalizzato nel senso che, come dice Mach, tutti i processi della conoscenza sono casi particolari di processi biologici, è un concetto metafisico. Il criterio della

¹³ E. MACH, *Die Leitgedanken*, p. 236.

¹⁴ *ibidem*, p. 230.

¹⁵ *ibidem*, p. 237.

¹⁶ M. PLANCK, *Zur Mach'schen Theorie der physikalischen Erkenntnis. Eine Erwiderung*, in « *Physikalische Zeitschrift* » (1910), pp. 1186-1190.

comodità non coincide con quello della vera definitiva stabile conoscenza. Non potrebbe accadere che domani, un seguace di Mach scopra che è « economico » affermare l'esistenza dell'atomo, pur criticato da Mach?

Proprio perché Mach dice che la scienza non riesce a formare una immagine costante del mondo, è giusto e onesto dire che per lui la conoscenza ha valore solo formale¹⁷. Del resto l'inconsistenza del criterio economico è provata dai frutti che esso ha dato.

Là dove Mach cerca di procedere in modo indipendente nel senso della sua teoria della conoscenza, cade spesso in errore. Questo accade alle idee sostenute insistentemente da Mach, ma dal punto di vista fisico del tutto inutilizzabili, secondo cui alla relatività di tutti i moti di traslazione corrisponde anche una relatività di tutti i movimenti di rotazione; e dunque, per esempio, non si può decidere per principio, se il cielo delle stelle fisse ruoti rispetto alla terra ferma, o se la terra ruoti rispetto al cielo delle stelle fisse, che sta fermo¹⁸.

Mach non replicò¹⁹.

¹⁷ *ibidem*, p. 1188.

¹⁸ *ibidem*, p. 1189.

¹⁹ Può essere utile riportare qui una lettera di Einstein a Mach scritta nel 1913 e pubblicata nel 1960 da Hoehn nei « *Physikalische Blätter* ». La lettera dice:

Esimio Signor Collega,

Zurigo, 25 giugno 1913

in questi giorni probabilmente Ella ha ricevuto il mio nuovo lavoro sulla relatività e gravitazione [*Entwurf einer verallgemeinerten Relativitätstheorie und einer Theorie der Gravitation*, Leipzig 1913], che dopo infinita fatica e tormentosi dubbi è stato portato a termine. Il prossimo anno in occasione dell'eclissi solare si potrà vedere se i raggi luminosi vengono curvati in vicinanza del sole, se sarà provata, secondo la mia opinione, l'ipotesi che sta a fondamento della equivalenza tra accelerazione del sistema di riferimento da una parte e campo gravitazionale dall'altra.

Se sì, le Sue geniali ricerche sui fondamenti della meccanica — malgrado l'ingiustificata critica di Planck! — troveranno una splendida conferma. Infatti risulta necessario che l'inerzia abbia origine in un tipo di interazione dei corpi, proprio nel senso delle osservazioni che Ella ha espresso sull'esperimento newtoniano del secchio.

Una prima conseguenza in questo senso è esposta a pagina 6 del mio lavoro. Ne risulta inoltre:

1) Se si accelera un vaso rotondo inerziale *S* si verifica secondo la teoria una forza accelerata del corpo in esso contenuto.

2) Se si fa ruotare il vaso *S* intorno ad un asse passante per il centro relativamente al sistema delle stelle fisse (« *Restsystem* »), allora si verifica all'interno del vaso un campo di Coriolis, e cioè il piano del pendolo di Foucault viene trascinato via (con una piccola velocità praticamente non misurabile).

È con molta gioia che Le faccio queste comunicazioni, dato che ho sempre considerato ingiustificata la critica di Planck.

Con la più grande considerazione La saluto cordialmente.

Suo ALBERT EINSTEIN

II. - LENIN CRITICA MACH E I MACHISTI.

Nel 1909 Lenin pubblicò *Materialismo ed Empiriocriticismo*. Come egli stesso chiarisce, questo scritto fu occasionato dalla pubblicazione di alcune opere:

Si tratta anzitutto dei *Saggi intorno alla* (si sarebbe dovuto dire: contro la) *filosofia del marxismo*, Pietroburgo 1908, che sono una raccolta di articoli di Bazarov, Bogdanov, Lunaciarski, Berman, Helfond, Iuskevic, Suvorov, poi dei libri: Iuskevic, *Materialismo e realismo eretico*; Berman, *La dialettica alla luce della moderna teoria della conoscenza*; Valentinov, *Costruzioni filosofiche del marxismo*¹.

Quasi tutti questi pensatori erano iscritti al partito operaio socialdemocratico russo. In particolare, Bogdanov (Aleksander Aleksandrovic Malinovski) e Anatol Vasilievic Lunaciarski, erano personalmente legati a Lenin, di cui avevano sostenuto le tesi nel terzo congresso del partito, tenuto a Londra nel 1905². Il fatto che questi due filosofi, che si dicevano empiriocriticisti e che avevano pubblicato oltre ai *Saggi* citati, opere di una certa notorietà³, militassero fra i bolscevichi, e che i menscevichi, in particolare G. V. Plechanov, mostrassero di voler polemicamente trar vantaggio dalla posizione da loro assunta nei confronti del pensiero marxista, indusse Lenin a intervenire nella questione⁴.

Nell'opera sopra citata Lenin prese un atteggiamento aspramente polemico sia nei riguardi dei filosofi russi che si proponevano di « riformare », o di « correggere », o di « sviluppare » il materialismo dialettico, sia nei riguardi dei filosofi o scienziati, alla cui autorità i primi si appoggiavano. In particolare Lenin mise in evidenza la sostanziale inconciliabilità fra il pensiero di costoro e il materialismo dialettico⁵. Egli radicalizzò le due posizioni attraverso un'indagine sull'origine di quel pensiero, sulle sue implicazioni e sulle conseguenze che da esso si traggono, quando si vada — come non sempre i pensatori russi in questione

¹ LENIN, *Materialismo ed Empiriocriticismo*, trad. it., Roma 1953, p. 9.

² *Storia del partito comunista bolscevico dell'U.R.S.S.*, redatta dalla Commissione incaricata dal Comitato centrale del P. C. dell'U.R.S.S., 1938, edizione italiana, Parigi 1939, pp. 116-118; E. CARR, *La rivoluzione bolscevica*, trad. it., Torino 1964, p. 47.

³ Lenin citerà molte volte *Empirioimonismo* di BOGDANOV nel corso della sua opera.

⁴ Vedi Prefazione di ISAAC DEUTSCHER (1967) all'opera di A. V. LUNACIARSKI, *Profili di rivoluzionari*, trad. it., Bari 1968.

⁵ LENIN, *Materialismo ed Empiriocriticismo*, pp. 321-334; vedi anche p. 73.

hanno saputo fare — al di là delle semplici parole, dei superficiali confronti e delle apparenti concordanze. Chi siano i pensatori e gli scienziati, di cui i marxisti russi accettarono l'insegnamento e che Lenin ha criticato, è noto. Mach, Avenarius e la sua scuola (Petzoldt e Cornelius in particolare), i cosiddetti immanentisti (Schuppe, Leclair, Schubert-Soldern), e poi ancora Poincaré, Duhem, Pearson ⁶.

A noi qui interessa la critica rivolta da Lenin a Mach e ai machisti russi. Tale critica si sviluppa in tre direzioni: 1) è necessario salvare la verità della conoscenza; 2) sussiste una contraddizione insanabile tra la teoria della neutralità degli elementi e il materialismo; 3) il superamento del meccanicismo non può avvenire che nella direzione indicata da Engels, cioè accettando il metodo dialettico.

1. - *La verità.*

La verità è conoscenza di una realtà obiettiva, cioè indipendente dalla mente umana, anzi precedente all'esistenza stessa della specie umana ⁷. Verità è conoscenza di nessi immanenti al reale, conoscenza della legalità intrinseca alla natura ⁸. Lenin dice che la questione effettivamente importante della teoria della conoscenza, la questione che distingue le diverse tendenze filosofiche

sta nel sapere se la fonte della nostra conoscenza è la legge obiettiva della natura, oppure sono le proprietà del nostro intelletto, la capacità ad esso inerente di conoscere certe verità a priori, ecc. Ecco cosa distingue irrevocabilmente i materialisti Feuerbach, Marx, Engels dagli agnostici (humiani) Avenarius e Mach ⁹.

Lenin condanna il dualismo tra dati sensibili e legge ordinatrice. La concezione secondo cui i sensi ci mettono a disposizione soltanto dati sensibili disordinati, porta con sé l'idea che la mente intervenga a ordinare, a stringere nessi tra questi dati. « La verità allora è una forma organizzatrice dell'esperienza » ¹⁰. Esamina « una affermazione tipicamente machista », quella enunciata da A. Bogdanov nel suo *Empirio-monismo*:

Il torrente del dato è privo di razionalità, di ordine, di conformità a leggi: la nostra conoscenza vi introduce la ragione ¹¹;

⁶ *ibidem*, p. 284 e p. 321.

⁷ *ibidem*, pp. 65-76 e p. 112.

⁸ *ibidem*, p. 141.

⁹ *ibidem*, p. 147.

¹⁰ *ibidem*, p. 112.

¹¹ *ibidem*, p. 154.

da cui risulta coerentemente che

le leggi non appartengono affatto alla sfera dell'esperienza. Esse non sono date dall'esperienza, ma sono create dal pensiero, come mezzo per organizzare l'esperienza, per coordinarla armonicamente in una unità simmetrica¹².

Si arriva così a dire che

l'uomo detta leggi alla natura e non la natura all'uomo¹³.

Per Lenin il problema della verità non può essere risolto correttamente che quando si abbia un'idea precisa della natura e della funzione della sensazione. La conoscibilità delle leggi naturali presuppone che la sensazione rispecchi la realtà. E la sensazione rispecchia la realtà, se il senso è recettivo, cioè se esiste una realtà fuori e indipendente dalla nostra mente, e dal nostro corpo¹⁴.

2. - *Materialismo e idealismo. La neutralità degli elementi.*

I machisti giudicano superata ogni forma di materialismo. L'opposizione stessa tra materialismo e spiritualismo è secondo loro priva di significato. I fisici affermano che « la materia è scomparsa », poiché ogni fenomeno, fisico o psichico che sia, è energia, forma di energia¹⁵. Gli epistemologi, da parte loro, ritengono di aver trovato una valida indicazione nella teoria formulata da Mach della neutralità degli elementi. Secondo tale teoria gli elementi sono i dati immediati della conoscenza. Essi, presi in sé, non sono né fisici né psichici, e perciò sono detti neutrali. Lo psichico e il fisico sono risultati della introduzione, compiuta dalla mente, di connessioni diverse. Gli stessi elementi, a seconda del diverso nesso che li stringe, sono di volta in volta definiti psichici o fisici¹⁶.

Come si è visto nel paragrafo 1 (sulla verità), tale era il modo con cui i machisti russi interpretavano Mach. Tenendo ferma questa impostazione Lenin mette in luce il pericolo che era sfuggito ad essi, « ingenui e creduli »¹⁷, colpiti da « epidemia machista »¹⁸. Se gli elementi

¹² *ibidem*, p. 155.

¹³ *ibidem*, p. 148.

¹⁴ *ibidem*, pp. 20 e 35.

¹⁵ *ibidem*, p. 241.

¹⁶ *ibidem*, pp. 44-49.

¹⁷ *ibidem*, p. 80.

¹⁸ *ibidem*, p. 309.

sono i dati immediati della conoscenza, se il mondo fisico è costruzione della mente umana, se « i corpi — come dice esplicitamente Mach — sono formati di elementi », non è possibile parlare di un superamento della opposizione tra materialismo e idealismo. In realtà la posizione machiana è quella di un idealista di stampo berkeleyano. L'elemento machiano mostra di avere la stessa natura e di esercitare la stessa funzione che ha esercitato la sensazione nella filosofia di Berkeley¹⁹. Il superamento, così osannato dai filosofi russi machisti, non è avvenuto né sul piano della ricerca fisica, né su quello della critica della conoscenza. La « moderna filosofia positivista », o — come anche si dice — « la filosofia delle scienze naturali del secolo XX », è e resta una forma di idealismo. La teoria della neutralità degli elementi, quando sia sottoposta ad un esame, riconferma dunque la diagnosi già data a proposito del problema della legalità naturale.

Che il machismo porti a conclusioni idealistiche è provato da Lenin anche per altra via, cioè attraverso l'esame delle dottrine sociali, politiche ed economiche di coloro che si presentano appunto come sostenitori della neutralità degli elementi. Così accade di vedere Bogdanov correggere Marx. A proposito del celebre brano della prefazione a *Zur Kritik der politischen Ökonomie* in cui Marx espone i principi del materialismo storico, Bogdanov afferma che l'essere sociale e la coscienza sociale coincidono. « Senza la coscienza non esiste vita sociale. Perciò la vita sociale, in tutte le sue manifestazioni, è una vita cosciente, psichica... »²⁰. Schubert-Soldern a sua volta scrive: « Ogni processo materiale della produzione è sempre un fenomeno della coscienza per quanto si riferisce al suo osservatore. Dal punto di vista gnoseologico il primordiale (*prius*) non è il processo esterno della produzione, ma il soggetto o i soggetti »²¹. Lenin, al contrario, sostiene che la coscienza sociale riflette l'essere sociale. « Il materialismo in generale riconosce la realtà obiettiva dell'essere (materia) indipendente dalla coscienza, dalla sensazione, dall'esperienza ecc., dell'umanità. Il materialismo storico riconosce che l'essere sociale è indipendente dalla coscienza sociale dell'umanità »²².

Lenin ribadisce il suo realismo, e lo sviluppa in una prospettiva materialistica. Quel che agendo sui nostri organi di senso produce la sensazione è materia: « materia è la realtà oggettiva dataci dalla sensa-

¹⁹ Cfr. alle pp. 212-220 di questo volume la teoria machiana degli elementi.

²⁰ *ibidem*, p. 302.

²¹ *ibidem*, p. 305.

²² *ibidem*, p. 305.

zione »²³. « La materia è una categoria filosofica che serve a designare la realtà obiettiva che è data all'uomo dalle sue sensazioni, che è copiata, fotografata, riflessa dalle nostre sensazioni, ma esiste indipendentemente da esse »²⁴. Questo concetto di materia non può « invecchiare », perché non può essere modificato o corretto da alcuna futura conoscenza conquistata dalle scienze naturali. Lenin insiste molto su questa definizione della materia. « Come abbiamo già detto, il concetto di materia non ha nessun altro significato all'infuori di questo: realtà obiettiva esistente indipendentemente dalla coscienza umana e rispecchiata da essa »²⁵. Lo chiama « concetto filosofico di materia », e lo considera una acquisizione definitiva: proprietà della materia è esistere fuori della nostra mente.

A questo punto va però fatta un'osservazione. Nel corso del suo discorso, e specie nei passi più direttamente polemici contro i machisti, Lenin fa riferimento ad altre proprietà della materia. Alla sola nota dell'esistenza fuori della mente umana ne aggiunge altre: movimento, localizzazione in uno spazio assoluto, temporalizzazione in un tempo assoluto²⁶. Moto, spazio e tempo sono proprietà della materia.

Il materialismo riconoscendo l'esistenza della realtà obiettiva, cioè della materia in movimento, indipendentemente dalla nostra coscienza, deve inevitabilmente riconoscere anche la realtà obiettiva dello spazio e del tempo²⁷.

Mi sembra si possa quindi individuare nel pensiero di Lenin un duplice modo di intendere la materia. Secondo l'uno la materia, per il filosofo, è ciò che esiste indipendentemente dalla mente nella realtà. Secondo l'altro materia è ciò che esiste nella realtà, indipendentemente dalla mente umana, ed ha la proprietà del movimento che si verifica nel tempo e nello spazio assoluti. Il discorso svolto da Lenin si muove tra questi due poli. Alcune volte il « concetto filosofico » è sufficiente. Così quando tratta di economia o della società, o quando si riferisce ai mutamenti recenti avvenuti nelle scienze naturali. Altre volte invece l'argomentazione stessa condotta avanti da Lenin ne mostra l'insufficienza, e allora moto, spazio e tempo sono presentati come caratteri che appartengono necessariamente alla materia.

Non solo, ma in altri passi ancora, vediamo che a queste determi-

²³ *ibidem*, p. 119.

²⁴ *ibidem*, pp. 117-118.

²⁵ *ibidem*, p. 244.

²⁶ *ibidem*, p. 165.

²⁷ *ibidem*, p. 161.

nazioni se ne aggiungono altre. La materia è costituita da corpi. E questi corpi hanno il carattere della sostanzialità. La materia costituisce un nucleo essenziale a cui ineriscono le diverse proprietà. Questo tipo di discorso compare nello scritto di Lenin quando egli tratta della sensazione. « La sensazione è prodotto della materia in movimento »²⁸. Il produrre sensazioni è concepito come un'azione compiuta sui nostri sensi, secondo lo schema della causalità. « La materia agendo sui nostri sensi produce la sensazione »²⁹.

Si sovrappongono dunque due prospettive. Dovendole definire, direi che una è quella di una filosofia sostanzialistica, che per certi versi rimanda alla conoscenza comune, mentre per altri l'ha già superata, attribuendo alla materia reale le sole « qualità primarie ». L'altra è una concezione più astratta, cioè tale quale risulta dall'astrazione da tutte le proprietà della materia, eccetto una.

3. - *Il superamento del meccanicismo.*

Mach, come altri filosofi e fisici, parla di una crisi del meccanicismo. I machisti ripetono le sue parole, e giustificano il loro soggettivismo e idealismo sul fondamento della relatività della conoscenza scientifica, che appunto la crisi del meccanicismo ha messo in luce.

Secondo Lenin la vera e valida critica al meccanicismo è quella compiuta da Engels nelle sue opere. I machisti russi, pur dicendosi marxisti, non hanno capito che il problema aperto dalla crisi del meccanicismo andava visto in una prospettiva dialettica. Il problema della validità della teoria meccanicista e dei limiti di tale validità ripropone il tema della dialettica fra verità relativa e verità assoluta. Marx ed Engels hanno elaborato e padroneggiato a perfezione questo strumento dialettico³⁰.

Aver confuso il relativismo (o soggettivismo o solipsismo) intrinseco al pensiero machiano con una posizione antidogmatica, con una lotta alla verità assoluta e sovrastorica, aver ignorato il significato della dialettica tra verità relativa e verità assoluta è stato l'errore fondamentale, e causa di altri errori, compiuto dai machisti russi³¹. Essi, come altri fisici e filosofi moderni, hanno confuso verità relativa con relativismo e soggettivismo, e sono poi scivolati fino all'idealismo filosofico³².

²⁸ *ibidem*, p. 45.

²⁹ *ibidem*, p. 46.

³⁰ *ibidem*, pp. 238, 289, 309.

³¹ *ibidem*, pp. 122 ss.

³² *ibidem*, p. 335.

Ogni loro successivo tentativo di venir fuori da questa situazione, per quanto compiuto in buona fede, è stato inutile, anzi non ha fatto che aggravarla. Così è accaduto che alcuni machisti pretendano di ristabilire una verità non soggettiva concepandola come verità intersoggettiva. « Ma la verità — torna a ripetere Lenin — non riguarda il rapporto tra le menti, ma tra la mente e la realtà »³³. Altri, riprendendo un insegnamento di Mach, hanno parlato di verità come economia, senza rendersi conto dell'arbitrarietà di questo assunto³⁴.

Senza un sicuro possesso del metodo dialettico i machisti corrono continuamente il pericolo di cadere nello scetticismo o di buttarsi nel fideismo. E cosa ci garantisce che, una volta presa la strada del fideismo, non venga risuscitata la superstiziosa fiducia in « diavoletti e spiriti folletti », o in credenze religiose di vario genere? Nulla lo garantisce. Certe frasi e certi scritti, mostrano che il pericolo è reale, e non solo ipotizzato³⁵. Si rischierebbe di mettere sullo stesso piano la teoria fisica e la credenza religiosa, facendole entrambe oggetto di fede. La ragione umana rinunzierebbe allora a se stessa.

La dialettica del relativo e dell'assoluto permette di spiegare il progresso della scienza, senza cadere in un dannoso relativismo soggettivistico. Senza mettere in pericolo l'affermata esigenza di verità³⁶. Il metodo dialettico è in grado di stabilire il rapporto che vige tra le diverse teorie scientifiche, elaborate in momenti storici diversi. « Il materialismo dialettico insiste sul carattere transitorio, relativo, approssimativo di tutte le tappe della conoscenza della natura da parte della scienza umana, che progredisce »³⁷. Lenin riconosce anche che questo progresso della scienza comporta un mutamento nel modo di concepire la materia: « Il materialismo dialettico insiste sul carattere approssimativo, relativo di ogni teoria scientifica, che si riferisca alla struttura della materia e alle sue proprietà »³⁸.

Le domande che si pongono a noi a questo punto sono le seguenti: la dialettica di cui parla Lenin riguarda il rapporto tra le diverse teorie della materia, o riguarda il rapporto fra le diverse proprietà della materia? La dialettica è intrinseca al reale? Cosa significa precisamente « dialettica », quando sia riferita all'oggetto, al corpo, all'evento fisico,

³³ *ibidem*, pp. 112 ss.

³⁴ *ibidem*, p. 157.

³⁵ *ibidem*, pp. 113 e 322. Lenin si riferisce in particolare a Lunaciarski e a Valentinov. Si veda qui a p. 259 la posizione di Avenarius.

³⁶ *ibidem*, p. 245.

³⁷ *ibidem*, p. 124.

³⁸ *ibidem*, p. 244.

chimico, ecc.? In che senso si potrebbe dire che tra le proprietà meccaniche della materia e quelle non meccaniche vi è un rapporto dialettico? In particolare c'è da chiedersi come, una volta attribuita alla materia come proprietà essenziale il moto, si possa poi effettivamente superare la concezione meccanicistica della materia. E come, avendo parlato dei corpi nei termini di sostanza-accidente e di causa-effetto, si possa sovrapporre alla logica dell'inerenza e dell'identità quella del nesso dialettico e della contraddizione. Lo stesso problema centrale della verità come conoscenza oggettiva, riflesso nella coscienza della realtà oggettiva, acquista un valore e un significato diverso se lo si guarda in questa prospettiva dialettica.

Lenin mostra di aver bene individuato il problema che si veniva a porre con l'inizio della crisi del meccanicismo. Problema che riguardava il nesso delle proprietà osservabili nella realtà, cioè il nesso delle proprietà meccaniche e di quelle non meccaniche. In che modo andava concepito il nesso? La soluzione che egli critica è quella dei machisti, ma non quella di Mach. Nel pensiero machiano vi è sí una parte critica e distruttiva: l'analisi dei concetti fisici di spazio, tempo e materia. Ma accanto ad essa Mach seppe costruire una concezione risolutrice. La sensazione ci dà nessi, come prova una ricerca fisiologica sperimentale. Funzione dell'intelletto è la misura di questi nessi. Le sue ricerche sulla sensazione, e la sua trattazione sulla conoscenza mediante misurazione indicano una prospettiva del tutto nuova sul modo di intendere il problema della conoscenza.

Infine ci si chiede se l'impostazione data da Lenin non porti necessariamente ad alcune conclusioni. Egli dice che il superamento della concezione meccanicistica di materia è problema che riguarda la scienza. Allora, se il concetto filosofico di materia è e non può essere altro che quello di ciò che esiste fuori della nostra mente, sembra seguirne che la filosofia materialista non ha storia. Se la dialettica riguarda il rapporto tra verità assoluta e verità relativa, allora la filosofia materialistica non è dialettica. Verrebbe insomma a verificarsi una rottura tra scienza e filosofia, e proprio in riferimento ai caratteri di dialetticità e di storicità.

4. - *Ancora sulla verità.*

Quanto si è detto in queste ultime pagine può aiutare a chiarire il problema della verità. Alla domanda esplicita che si pone attraverso la lettura di *Materialismo ed Empirio-criticismo*: Mach concepisce la conoscenza come ricerca di una verità oggettiva? mi sembra si possa rispondere affermativamente. Certo è, però, che la verità così come la intese Mach non potrebbe essere definita riflesso o rispecchiamento della

cosa nella mente. Per Mach la conoscenza è misura e perciò determinazione univoca di intervalli, definizione di rapporti mediante formule matematiche.

III. - MACH E AVENARIUS.

Esporremo ora il pensiero di Avenarius raccogliendolo intorno a tre fondamentali problemi: la fondazione dell'esperienza, l'esperienza, l'economia. Cercheremo di chiarire, per ognuno di essi, i punti di accordo e di disaccordo colle concezioni machiane.

1. - *L'empiriocriticismo.*

Avenarius inizia la sua trattazione definendo la natura e i compiti della filosofia¹. La filosofia è la ricerca sulle condizioni della possibilità dell'esperienza in generale². Tali condizioni vanno esperite all'interno della « coscienza empirica », cioè della coscienza particolare, del singolo io. Coscienza empirica è il primo immediato avvertimento che l'io ha di se stesso³.

La coscienza empirica — prosegue Avenarius — nello stesso modo e tempo in cui avverte se stessa, avverte anche l'altro da sé, l'oggetto⁴. L'oggetto non è ciò che nella sensazione esercita dall'esterno un'azione sulla coscienza. Infatti « il conosciuto è conosciuto semplicemente perché lo sperimentiamo esistente nella nostra coscienza. In questo senso il conosciuto è sempre dato mediante esperienza, è un'esperienza che facciamo nel e sul nostro stato di coscienza e l'oggetto vale come è sperimentato e dato, come è trovato nella coscienza »⁵. La coscienza

¹ R. AVENARIUS, *Philosophie als Denken der Welt gemäss dem Prinzip des kleinsten Kraftmasses. Prolegomena zu einer Kritik der reinen Erfahrung*, Berlin 1876. (Citerò dalla 2ª edizione. Seguendo Avenarius indicherò quest'opera con *Prolegomena*).

² R. AVENARIUS, *Prolegomena*, p. 27.

³ R. AVENARIUS, *Über die Stellung der Psychologie zur Philosophie. Eine Eintrittsvorlesung*, in « Vierteljahrsschrift für wissenschaftliche Philosophie » I (1876), p. 487. Vedi anche *Zur Einführung*, *ibidem*, pp. 1-14, e *In Sachen der wissenschaftlichen Philosophie*, *ibidem*, pp. 553-580.

⁴ R. AVENARIUS, *Prolegomena*, p. 35.

⁵ *ibidem*. Le due tesi fondamentali brevemente esposte dal giovane Avenarius negli scritti del 1876: 1) la fondazione del sapere va cercata nella coscienza empirica e non in quella trascendentale, 2) la coscienza empirica contiene in sé l'oggetto, riprendono temi già sviluppati da J. F. FRIES nelle sue opere. (Si veda Reinhold, *Fichte und Schelling*, Lipsia 1803, p. 203; *Neue oder antropologische Kritik der*

non può andare al di là di ciò che essa trova in se stessa (*das Vorgefundene*). Questo legame immediatamente presente alla coscienza « tra un io concreto ordinato ad un particolare non-io e un non-io ordinato a un io individuale è la correlazione empiriocritica »⁶.

Nel momento in cui, mediante un processo di « eliminazione », astraiamo dall'apriori, da ogni struttura « intellettual-formale »⁷, e da ogni sistema o teoria di concetti, riusciamo a cogliere tale correlazione e abbiamo recuperato il momento e il valore dell'« esperienza pura »⁸. L'esperienza pura è dunque l'avvertimento di un dato immediatamente presente nella coscienza empirica. Avenarius sostiene che l'esperienza empirica è « oggettiva », mentre la conoscenza mediante categorie intellettuali è « soggettiva ». Infatti, le categorie sono « proiezioni » del soggetto, strumenti attraverso i quali « l'io proietta se stesso nel mondo esterno, come reale »⁹.

La *Critica dell'Esperienza pura*¹⁰, l'opera a cui Avenarius lavorò per molti anni, chiarisce ulteriormente la sua tesi. Essa studia nella prima parte la fisiologia della sensazione, nella seconda l'origine e la natura del linguaggio. La prima parte vuole provare che l'oggetto non è qualcosa che dall'esterno agisce sul sistema nervoso, ma è un momento, quello estremo di una serie di « stati di oscillazione », che si succedono (*in der Zeit laufend*)¹¹ passando per trasmissione dal sistema nervoso periferico a quello centrale (al cervello)¹². Quelli che chiamiamo corpi e sostanze esterne (S), quelli che chiamiamo stimoli (R) formano con il sistema nervoso (C) un sistema « autoregolatore »¹³. « Cosa » e « percezione della cosa » si differenziano tra loro per la loro diversa localizzazione

Vernunft, Heidelberg 1828, in particolare alle pp. 4, 88, 354 del v. 1, e pp. 45, 94 del v. 3). Come vedremo Avenarius ne darà poi sviluppi originali.

⁶ R. AVENARIUS, *Der menschliche Weltbegriff*, Leipzig 1891, pp. 83 ss.

⁷ R. AVENARIUS, *Prolegomena*, p. 47.

⁸ *ibidem*, pp. 47 ss.

⁹ *ibidem*, p. 63. Probabilmente Avenarius ha qui presente le difficoltà, messe innanzi prima da Schultze (1782), e poi ribadite da Schopenhauer, da Fries e da altri, relativamente alla applicabilità delle categorie intellettuali (e in particolare di quelle di causa) all'esperienza sensibile. Negata tale applicabilità, non era più possibile indicare l'oggetto come « causa » esterna della sensazione avvertita dal soggetto.

¹⁰ R. AVENARIUS, *Die Kritik der reinen Erfahrung*, Leipzig 1888-1890.

¹¹ *ibidem*, v. 1, p. 134; vedi anche pp. 71-79.

¹² Il modo come Avenarius considera il cervello fa ricordare più che le ricerche fisiologiche del suo tempo alcune idee esposte da CABANIS in *Rapports du physique et du moral de l'homme* (1805). Si vedano le critiche di W. WUNDT in *Über naiven und kritischen Realismus*, in « Philosophische Studien » 13 (1898).

¹³ R. AVENARIUS, *Die Kritik der reinen Erfahrung*, v. 1, pp. 40 ss., 61, 71.

in C; ciò che chiamiamo « esterno », « extramentale » ecc., non è in realtà che un « carattere posizionale », cioè è un modo di essere sentito, vissuto ¹⁴.

La seconda parte della *Critica* mostra come il linguaggio sia espressione di « sentimento ». L'esperienza è comunicazione, cioè asserzione, espressione, enunciato. Nell'enunciato si realizza e si esprime l'unità sintetica del soggetto e dell'oggetto, senza alcun intervento dell'intelletto o di strutture categoriali ¹⁵. Il linguaggio è un processo segnico implicante mediazione, e tale mediazione, secondo Avenarius, avviene a livello prelogico. Ogni proposizione è costituita di « elementi », cioè di « cose » (« cielo, diavolo, malattia »), e di « caratteri » ¹⁶. Il carattere esprime il sentimento dell'io, il modo come esso entra in relazione con l'oggetto, il modo come « vive » tale relazione. Il giudizio esprime « valori » (*E-Werte*).

Con una serie di esemplificazioni Avenarius chiarisce il suo concetto di espressione linguistica. Mette in rilievo la direzione pragmatica del simbolo, la capacità di essere tale in riferimento a un soggetto per cui possa significare. Attraverso l'indagine sul linguaggio la natura dell'io si arricchisce di una nuova determinazione, quella « pratica »: è « volontà », è « appetizione », è « fede » ¹⁷.

Questa trattazione sull'io, definito attraverso il suo esprimersi nel linguaggio emozionale è, a mio parere, il momento più interessante del pensiero avenariusiano, sia sotto l'aspetto teorico che sotto quello storico ¹⁸. È a questo punto inoltre che Avenarius compie la saldatura tra

¹⁴ *ibidem*, v. 2, pp. 79 ss.

¹⁵ Questa concezione era già stata propria della linguistica e della estetica romantica. In modo particolare credo vi sia un legame tra il pensiero di Avenarius e l'opera di H. STEINTHAL, *Grammatik, Logik und Psychologie*, Berlin 1855 (si veda le pp. 163-168, 262, 285, 341 s.).

¹⁶ R. AVENARIUS, *Die Kritik der reinen Erfahrung*, v. 1, p. 16; v. 2, p. 261.

¹⁷ *ibidem*, v. 2, pp. 151-211 e 218-222.

¹⁸ L'empirismo del secolo ventesimo ha identificato l'esperienza soggettiva con la proposizione empirica. L'influenza di Avenarius è evidente. Le *Elementarerlebnisse* del primo Carnap, le *Konstatierungen* di Moritz Schlick, come gli *Elementarsätze* del *Tractatus* di Wittgenstein ben poco si differenziano dagli enunciati-fatti di Avenarius. A lui manca l'interesse per una compiuta trattazione di logica; ma ritroviamo negli scrittori dell'empirismo logico posizioni che abbiamo già notato nei suoi scritti. La riduzione della logica delle classi alla logica delle proposizioni; e la concezione estensionale per cui il discorso attinge il suo valore logico (verità-falsità) esclusivamente dalle proposizioni-base che sono le proposizioni empiriche. Ha avuto inoltre gran parte nella tematica dell'empirismo logico (per lo meno prima dell'affermarsi del fisicalismo) il problema della comunicabilità degli enunciati (o del so-

la concezione empiristica da cui era partito e la prospettiva irrazionalistica, a cui lo vedremo approdare.

Il problema del linguaggio porta con sé il problema della comunicabilità. L'esperienza è per sua natura comunicazione. Ma come può l'io singolo uscire da se stesso? Cioè, date le premesse di Avenarius, su quale fondamento si può giustificare l'esistenza di qualcosa altro da sé che non sia « oggetto », ma « soggetto »? La questione già posta nella *Critica* trova la sua soluzione nell'ultima delle opere di Avenarius, *Il concetto umano del mondo* (1891). Mediante un processo « inconscio », involontario e oscuro »¹⁹, che avviene nel mio io, alcuni movimenti, suoni, che esperimento, sono attribuiti ad un altro io, di cui sono « manifestazione » ed « espressione »²⁰. Questo processo è detto « introduzione »²¹ o interiorizzazione, giacché consiste nel riferire fatti che osservo (appunto tali movimenti, ecc.) ad una « interiorità » che non è la mia, e che non posso in alcun modo sperimentare, ma di cui affermo l'esistenza per analogia. Attribuisco agli altri, « per ipotesi », « una natura umana identica alla mia »²².

Abbiamo cercato di definire la teoria della correlazione empirio-critica che è il motivo fondamentale e ricorrente delle opere avenariane. Cerchiamo ora di chiarire i punti di concordanza e discordanza con il pensiero di Mach.

Il problema posto da Avenarius — stabilire le condizioni della possibilità dell'esperienza — rientra nella tematica del criticismo. Anche gli strumenti utilizzati da Avenarius sono ancora quelli elaborati all'interno della grande corrente di pensiero che, sia pure in modo diverso, si ricollegava a Kant. Fra tali strumenti in primo luogo mi sembra essere la intercambiabilità della coppia soggetto-oggetto con l'altra coppia forma-materia. La parola oggetto viene così ad acquistare due significati diversi. Oggetto è il reale, il naturale, il fisico, cioè il non-io, l'opposto dell'io, ma oggetto è anche la materia del conoscere, cioè il momento di una sintesi; solo all'interno e nella unità o correlazione della sintesi oggetto (e soggetto) significano e valgono. Proprio perciò accade che la sintesi finisca con essere assunta come presupposto, e non più come risultato

lipsismo), visto in stretta connessione con l'altro che riguarda la possibilità di un confronto tra gli enunciati stessi e il mondo reale. In particolare si veda R. CARNAP, *Der logische Aufbau der Welt*, Berlin 1928, pp. 182-186; Id., *Scheinproblem in der Philosophie. Das Freundpsychische und der Realismustreit*, Berlin 1928.

¹⁹ R. AVENARIUS, *Der menschliche Weltbegriff*, p. 27.

²⁰ *ibidem*, p. 20.

²¹ *ibidem*, p. 28.

²² *ibidem*, p. 6.

del rapporto tra i due termini. L'operazione compiuta da Avenarius ricorda per certi versi quella che portò Fichte e Schelling a statuire un principio unitario da cui derivano io e non-io. Con la differenza che per Avenarius tale principio si manifesta solo all'interno della coscienza singola.

Può ora essere più chiaro cosa Avenarius intenda quando dice che suo problema di fondo è il « superamento » della metafisica delle due sostanze anima-corpo. Egli ha definito un principio che sta prima della distinzione, che contiene in sé unitariamente io e non-io. Ogni discorso sul fatto fisico-fisiologico (*S, R, C*), o su quello psichico (linguistico) rimanda ad una originaria unità, che l'un fatto e l'altro esprimono.

Mach manifesta con chiarezza il suo pensiero sulla filosofia di Avenarius, quando, riprendendo una frase di questi (« Io non conosco né il fisico né lo psichico, ma solo un *tertium* »), esprime il timore che questo *tertium* finisca per essere una sorta di Cosa in sé. Spiega allora che il proprio problema è diverso, giacché è « un problema metodologico »²³.

Per Mach il superamento delle due sostanze metafisiche è un problema di metodo: è il problema dell'applicabilità del metodo scientifico alla psiche umana. Egli affronta il problema dell'io all'interno di una tematica assai diversa da quella avenariusiana. La sua teoria degli elementi esprime la tesi che la metafisica dell'io possa essere vinta solo con l'estensione del metodo scientifico, osservazione, analisi, misura, ai fenomeni psichici. Stabiliti opportuni metodi di misurazione (che Mach intende aver individuato) fenomeni fisici e fenomeni psichici risultano tra loro omogenei.

La ricerca machiana è indirizzata verso un sapere pubblico, univoco, preciso dell'io, verso l'istituzione di una scienza dell'io che sia parte di « una grande fisica ». La ricerca di Avenarius resta nell'ambito della coscienza; egli non ha mai negato né rifiutato l'affermazione contenuta nel suo scritto del 1876: « *Das Seiende wird demnach als Empfindung zu denken sein* »²⁴. Indicativo è il fatto che egli abbia dovuto salvare l'io dal solipsismo ricorrendo alla teoria della introiezione. Mach mette in rilievo che nel proprio pensiero manca ogni analogo a questa teoria²⁵. E spiega nei termini seguenti quale sia il modo di evitare il solipsismo: « Non esiste uno scienziato isolato. Ciascuno ha anche scopi pratici, cia-

²³ E. MACH, *Erkenntnis und Irrtum*, p. 13, nota.

²⁴ R. AVENARIUS, *Prolegomena*, p. 65.

²⁵ E. MACH, *Analyse der Empfindungen*, p. 46.

scuno ha imparato anche da altri, ciascuno lavora anche per orientare gli altri »²⁶.

2. - L'esperienza.

Mach ed Avenarius ebbero in comune l'esigenza di un ricupero del dato immediato. Da qui la ricerca, in entrambi, indirizzata alla scoperta di una vita indipendente dei sensi, di una autonomia della facoltà sensitiva rispetto a quella intellettuale. È importante che questa esigenza si sia espressa, nell'uno e nell'altro, con una presa di posizione polemica nei confronti dell'apriorismo. E che oggetto del loro rifiuto non sia stata soltanto la teoria kantiana in sé, ma anche e soprattutto una interpretazione di essa che si era andata imponendo dopo il 1860, nell'età della rinascita del kantismo (Bruno Fischer e Otto Liebman), e che aveva avuto la più coerente formulazione da parte di Hermann Cohen nel 1871 in *Die kantische Theorie der reinen Erfahrung*.

Cohen aveva considerato l'esperienza un modo di conoscenza reso possibile dall'intelletto. Senza le regole logiche, senza le relazioni e i concetti puri non esiste alcuna esperienza. Anzi non esiste « oggetto ». L'unità della ragione è la condizione della possibilità dell'oggetto »²⁷.

È l'appartenenza a un ordinamento logico che rende l'oggetto « reale ». Reale infatti è ciò che è congiunto secondo leggi ad altri fatti, e che in tal modo si ordina nel contesto di un'unica esperienza. « Il concetto di empirico è determinato mediante le categorie »²⁸. L'elemento categoriale, il trascendentale è sola condizione dell'esperienza in generale.

Constatiamo anche che in entrambi (sia pure in modo più esplicito in Mach) il rifiuto dell'apriorismo si ricollega alla polemica contro la richiesta di una fondazione meccanica del sapere: il sistema delle categorie kantiane non è altro che la struttura formale della teoria newtoniana²⁹.

Mach e Avenarius trovano dunque il loro punto di incontro nel rifiuto del trascendentale e di una fondazione trascendentale dell'esperienza. Tuttavia, se andiamo oltre questo stadio iniziale, questa presa di posizione, vediamo che i due pensatori percorrono due strade diverse. Già il modo di intendere l'esperienza è diverso. Per Mach il dato immediato è un complesso di sensazioni, intessuto di relazioni. Il senso

²⁶ E. MACH, *Erkenntnis und Irrtum*, p. 9.

²⁷ H. COHEN, *Die kantische Theorie der reinen Erfahrung*, Berlin 1871, p. 177.

²⁸ *ibidem*, p. 239.

²⁹ Si veda qui alle pp. 56 ss. l'esposizione dell'opera di H. HELMHOLTZ, *Die Tatsachen in der Wahrnehmung* (1878).

coglie relazioni tra gli oggetti. Per Avenarius esperienza è la sensazione semplice, slegata da altre, pur nella costante identità della coscienza. Il soggetto avverte ed esprime sempre soltanto se stesso. Per Mach l'esperienza è mezzo di conoscenza, per Avenarius è oggetto di conoscenza. Mach parla di un adattamento dei sensi al mondo esterno. Avenarius con il termine « esperienza pura » introduce l'idea di una unità indifferenziata di soggetto senziente e oggetto sentito. Il soggetto sente ed esprime se stesso in quanto turbato dall'intervento di fatti « esterni ». L'oggetto come qualcosa che stia a sé, esistente per sé è un prodotto dell'attività deformatrice dell'intelletto.

« Esperienza pura » per Avenarius è e resta il rapporto immediato, il primo aurorale emergere dell'oggetto nel soggetto. Invece per Mach esperienza è anche ciò che è conosciuto mediante l'osservazione, mediante una ricerca condotta consapevolmente secondo un fine. *Die Erfahrung enthält das allgemeine Gesetz.*

Molto indicativa è inoltre la differenza tra i due modi di intendere il carattere e la funzione della conoscenza intellettuale. Per Mach il senso coglie relazioni che l'intelletto misura. L'intelletto non ha un proprio oggetto, e cioè un mondo di realtà o di essenze che sia inattuabile dal senso. L'intelletto però ha un proprio modo di conoscere ciò che è dato dai sensi: ricerca, analizza, sceglie, ordina, misura. Quanto Mach ha scritto sul concetto e sulla misura va qui richiamato. Per Avenarius l'intelletto riesce solo a produrre teorizzazioni più o meno arbitrarie, il significato delle quali non può essere colto che nella loro riduzione agli elementi semplici che le compongono. Per lui i rapporti particolari o universali, che la scienza stabilisce come rapporti tra corpi, tra oggetti, sono in realtà sempre relazioni poste dal soggetto. Non certo dal soggetto come capacità legislativa, come kantiana coscienza in generale, ma dal soggetto come capacità sensitiva, coscienza particolare che abbraccia in sé io e non-io. L'origine della conoscenza è sensibile, il contenuto della conoscenza è sempre e soltanto sensibile: il modo e la qualità del conoscere non possono disgiungersi.

Da questa sua concezione Avenarius trae con la più drastica coerenza alcune interessanti conseguenze. Non sussiste, né sarà mai possibile sussista « verità ». Un sapere oggettivo o intersoggettivo, possesso comune di molti o di tutti, suppone infatti la possibilità del confronto. Ma quale confronto? Quello delle asserzioni enunciate dai singoli io con un reale mondo in sé? o quello delle stesse asserzioni tra loro? ³⁰. Il primo caso è stato escluso fin dall'inizio della trattazione. Ora Avenarius esamina il secondo. Conoscere è sperimentare, e sperimentare

³⁰ R. AVENARIUS, *Die Kritik der reinen Erfahrung*, v. 2, pp. 129 ss.

è l'*Perleben* di un individuo; ne risulta che ciò che è conoscenza per uno è non-conoscenza per l'altro. Perciò le cose e i pensieri di cui parla il singolo comprendono in sé identità e alterità: una « tautote » e una « eterote » interne. Conoscere è nello stesso tempo un non-conoscere. All'interno di se stesso ha il suo contrario: *es ist ein Kennen des einen Individuums im Gegensatz zu dem Nicht-Kennen!*³¹. La messa a confronto degli enunciati di individui diversi nonché permettere il raggiungimento del vero, dissolve il concetto stesso di conoscenza, trasformandolo nel suo contrario. Avenarius introduce poi (come avviene nel *Sofista* platonico) il concetto di « apparenza », e mostra come attraverso questo il vero *nuansiert* nel falso, e il falso nel vero. « Come l'essere nel passaggio ai valori negativi si trasforma nel sembrare, così il vero, attraverso il verosimile, sfuma nell'inverosimile e nel falso »³².

La verità — conclude Avenarius — si identifica con la certezza soggettiva. « Sapere » e « credere » sono due gradi diversi di questa certezza³³. Un profondo sostrato emozionale è all'origine di ogni fatto conoscitivo. Tutto questo significa che qualsiasi pretesa da parte della scienza di innalzarsi a un sapere oggettivo, pubblico e universale si rivela illusoria e ingannevole. La riduzione del discorso concettuale alle proposizioni elementari, dalle quali esclusivamente esso attinge il suo valore logico, mette ancora una volta a nudo l'invalidabile limite entro cui è chiusa la coscienza particolare.

In altri termini si potrebbe anche dire che in Mach la riduzione agli « elementi » dà rilievo all'aspetto semantico del linguaggio, in Avenarius invece all'aspetto pragmatico.

3. - *L'economia.*

L'ordinamento sistematico del sapere nasce dalla tendenza ad economizzare energia mentale. Così dicono Mach e Avenarius. Mach aggiunge: a rendere più facile e rapida la trasmissione di nozioni attraverso l'insegnamento.

Vediamo però subito che in Mach il principio di economia porta a negare la possibilità di un immutabile sapere filosofico, apice di tutto lo scibile; mentre in Avenarius lo stesso principio è introdotto proprio allo scopo di giustificare una filosofia quale *scientia scientiarum*. La constatazione di conseguenze opposte tratte da uno stesso principio ci costringe a guardare un poco più a fondo. Allora ci rendiamo conto che

³¹ *ibidem*, v. 2, p. 129.

³² *ibidem*, v. 2, p. 136.

³³ *ibidem*, v. 2, pp. 142 s.

non è possibile definire il concetto machiano di economia se non passando per il concetto di misura. Il sapere scientifico, per Mach, è economico perché si serve di misurazioni. Il linguaggio scientifico è quello dell'ordine seriale, del calcolo, della formula quantitativa, della equazione, cioè è un linguaggio rapido, preciso, univoco. Le formule matematiche che riguardano un dominio di fatti possono essere ordinate in sistema, e dedotte da un solo principio, o da un limitato numero di principi. L'economia, per Mach, è un valore che non sostituisce quello della verità. Anzi, l'affermazione della natura economica della scienza è tutt'uno con l'affermazione secondo cui ogni elemento concettuale che si interponga tra la realtà e la misura della realtà va messo da parte, un poco per volta allontanato dalla sfera del sapere scientifico. La critica delle sostanze, degli enti fittizi, degli imponderabili è il risultato di questa concezione. Proprio per questo l'ordinamento sistematico, dato a una certa massa di conoscenze, non è mai definitivo. Il principio di economia agisce all'interno della scienza come una forza propulsiva del suo progresso.

La posizione di Avenarius è diversa. Nei *Prolegomena* il principio di economia ha la funzione di spiegare « psicologicamente » la ragione di una ricerca filosofica sulle condizioni del sapere in generale. Ripercorrendo lo sviluppo della coscienza dalla percezione all'associazione al ricordo ecc.³⁴ Avenarius mostra che là dove c'è coordinamento, connessione, ordine, ivi è presente *der Kraftaufwand*, la capacità dell'« anima » ad agire secondo « opportunità »³⁵. La filosofia soddisfa nel modo migliore l'esigenza di economia, giacché riesce a raggiungere un sapere perfetto e definitivo³⁶. Questa « legge d'inerzia dell'anima »³⁷ ha la funzione, a mio parere, di indicare la costanza della coscienza nel suo comportamento. Insomma a significare la sua unità e identità, non diverse da quelle della sostanza. In altri termini — quelli biologici della legge di conservazione e quelli fisici del sistema autoregolatore — lo stesso concetto è espresso nella *Critica*.

Un mutamento assai interessante di prospettiva troviamo invece nel *Concetto umano del mondo*. Qui la tendenza della coscienza all'economia si esercita nel senso di una conservazione del suo originario contenuto conoscitivo, cioè dell'esperienza pura. L'identità della coscienza diventa l'identità di tale contenuto. Questo significa il rifiuto da parte di Avenarius di ogni sapere teorico, scientifico o filosofico: ogni concet-

³⁴ R. AVENARIUS, *Prolegomena*, pp. 12-24.

³⁵ *ibidem*, p. 11.

³⁶ *ibidem*, p. 27.

³⁷ *ibidem*, p. 3.

tualizzazione e teorizzazione è il tentativo di risolvere problemi derivanti dalla rottura dell'unità originaria dell'esperienza pura³⁸. All'origine di ogni (presunto) sapere, è un peccato originale. Certezza e sicurezza sono vissute quando si resti all'interno del primo sentirsi e sentire. Staccarsi dall'originaria esperienza non è solo un errore, ma una malattia: le diverse concezioni del mondo nate dalla rottura sono vere e proprie « psicosi »³⁹.

Attraverso la critica delle diverse teorie filosofiche e scientifiche Avenarius arriva a mettere in discussione lo stesso concetto di storia e di progresso. « I concetti storici del mondo » si distruggono a vicenda, dato che la verità dell'uno è affermata insieme alla falsità di tutti gli altri⁴⁰. Prese tutte insieme queste teorie costituiscono qualcosa di assolutamente irrelato. Non formano un organismo, neanche una serie: queste decantate « spiegazioni del mondo » costituiscono invero *das Welträtsel!* Avenarius arriva così con estrema consequenzialità all'affermazione: l'impossibilità di racchiudere il mondo e i concetti storici del mondo nell'ambito della coscienza singola si risolve nella negazione dell'uno e degli altri⁴¹.

Avenarius esprime con originalità di temi un particolare sentimento della vita e dell'uomo. Egli sente l'aspirazione alla piena unità della coscienza singola ed esprime forse, sia pure in modo non sempre chiaro, l'esigenza di una compiutezza dell'io. È riuscito a delineare l'immagine di una entità individuale, che si realizza e si esprime sul piano alogico o prelogico: l'emozione, il sentimento, la volontà, tessono la trama della vita dell'io. Queste forze agiscono nel senso di un diniego del mondo storico, di un rifiuto della società umana, che è ridotta a qualcosa di esterno e di subalterno. I rapporti tra uomini — quelli che presumono instaurarsi nell'accettazione di una verità intersoggettiva, quelli che si realizzano all'interno di una cultura ritenuta capace di esprimere norme universali — sono per Avenarius del tutto irrilevanti: ciò che egli esprime è la destoricizzazione del sentimento della vita.

Concludendo a proposito dei rapporti tra Avenarius e Mach, possiamo dire quanto segue: vi è tra loro un accordo sul piano della polemica contro l'apriori e contro il meccanicismo. Molto diverse invece appaiono le parti costruttive dei due pensieri.

³⁸ R. AVENARIUS, *Der menschliche Weltbegriff*, p. 114.

³⁹ *ibidem*, p. 5.

⁴⁰ *ibidem*, pp. 99 s.

⁴¹ *ibidem*, p. 114.

BIBLIOGRAFIA¹

I. - PUBBLICAZIONI DI ERNST MACH

I. 1. - Pubblicazioni di Ernst Mach e loro traduzioni.

1859

1. *Über elektrische Entladung und Induction.* Von P. Blaserna, Ernst Mach und J. Peterin, SW., v. 37 (1859), pp. 477-524. [SW = Sitzungsberichte der Kaiserlichen Akademie der Wissenschaften. Mathematisch-naturwissenschaftliche Classe. Wien].

1860

2. *Über die Änderung des Tones und der Farbe durch Bewegung,* SW., v. 41, (1860), pp. 543-560.

1861

3. *Über das Sehen von Lagen und Winkeln durch die Bewegung des Auges. Ein Beitrag zur Psychophysik,* SW., Abt. 2, v. 43 (1861), pp. 215-224.
4. *Über die Änderung des Tones und der Farbe durch Bewegung,* « Annalen der Physik », 2. Folge, v. 112 (1861), pp. 58-76. Riprodotto dai SW., v. 41 (1860).
5. *Über die Controverse zwischen Doppler und Petzval bezüglich der Änderung des Tones und der Farbe durch Bewegung,* « Zeitschrift für Mathematik und Physik », 6 (1861), pp. 120-126.

1862

6. *Über die Molecularwirkung der Flüssigkeiten,* SW., Abt. 2, v. 46 (1862), pp. 125-134.
7. *Zur Theorie der Pulswellenzeichner,* SW., Abt. 2, p. 46 (1862), pp. 157-174.
8. *Über die Änderung von Ton und Farbe durch Bewegung,* « Annalen der Physik », Leipzig (1862), pp. 333-338. Completamento della trattazione esposta in SW., v. 41 (1860).

¹ Per la redazione di questa bibliografia mi è stata di grande aiuto la *Ernst Mach Bibliographie* di JOACHIM THIELE, in « Centaurus », v. 8 (1963), pp. 189-237.

1863

9. *Compendium der Physik für Mediciner*, Wien 1863, pp. X, 274.
10. *Über die Gesetze des Mitschwingens*, SW., Abt. 2, v. 47 (1863), pp. 33-48.
11. *Über eine neue Einrichtung des Pulswellenzeichners*, SW., Abt. 2, v. 47 (1863), pp. 53-56.
12. *Zur Theorie des Gehörorgans*, SW., Abt. 2, v. 48 (1863), pp. 283-300.
13. *Vorträge über Psychophysik*, « Österreichische Zeitschrift für praktische Heilkunde », 9 (1863),

pp. 146-148	pp. 225-228	pp. 277-279	pp. 335-338
» 167-(170)	» 242-245	» 249-(298)	» 352-354
» 202-204	» 260-261	» 316-318	» 362-366

1864

14. *Über einige der physiologischen Akustik angehörige Erscheinungen*, SW., Abt. 2, v. 50 (1864), pp. 342-362.
15. *Vorläufige Bemerkungen über das Licht glühender Gase*, « Zeitschrift für Mathematik und Physik », Leipzig (1864), pp. 69-70.

1865

16. *Zwei populäre Vorlesungen über musikalische Akustik*, Graz, Leuchner & Lubensky, 1865, pp. 31. Poi pubblicate in *Populär-wissenschaftliche Vorlesungen*, 1896.
17. *Untersuchungen über den Zeitsinn des Ohres*, SW., Abt. 2, v. 51 (1865), pp. 133-150.
18. *Bemerkungen über die Accomodation des Ohres*, SW., Abt. 2, v. 51 (1865), pp. 343-346.
19. *Über die Wirkung der räumlichen Vertheilung des Lichtreizes auf die Netzhaut*, SW., Abt. 2, v. 52 (1865), pp. 303-322 (prima parte).
20. *Über Flüssigkeiten, welche suspendirte Körperchen enthalten*, « Annalen der Physik », v. 126 (1865), pp. 324-330.
21. *Bemerkungen über den Raumsinn des Ohres*, « Annalen der Physik », v. 126 (1865), pp. 331-333.
22. *Über einige der physiologischen Akustik angehörige Erscheinungen*, « Untersuchungen zur Naturlehre des Menschen und der Thiere », hrsg. von Jac. Moleschott, Giessen, v. 9 (1865), pp. 507-529. Riprodotto dai SW., v. 50 (1864).
23. *Über die anschauliche Darstellung einiger Lehren der musikalischen Akustik*, « Zeitschrift für Mathematik und Physik » (1865), pp. 425-428.
24. *Bemerkungen zur Lehre vom räumlichen Sehen*, « Zeitschrift für Philosophie und philosophische Kritik », Neue Folge, v. 46 (1865), pp. 1-5. Poi raccolto in *Populär-wissenschaftliche Vorlesungen*, 1896.
25. *Bemerkungen über intermittirende Lichtreize*, « Archiv für Anatomie, Phy-

siologie und wissenschaftliche Medicin », hrsg. von Reichert und Du Bois-Reymond (1865), pp. 629-638.

26. *On the Visual Sensations produced by Intermittent Excitations of the Retina*, « The Philosophical Magazine », Serie 4, v. 30 (1865), pp. 319-320.

1866

27. *Einleitung in die Helmholtz'sche Musiktheorie. Populär für Musiker dargestellt*, Graz 1866, p. 98.
28. *Über wissenschaftliche Anwendungen der Photographie und Stereoskopie*, SW., Abt. 2, v. 54 (1866), pp. 123-126. Poi raccolto in *Populär-wissenschaftliche Vorlesungen*, 1903³.
29. *Über den physiologischen Effect räumlich vertheilter Lichtreize*, SW., Abt. 2, v. 54 (1866), pp. 131-144 (seconda parte).
30. *Über die physiologische Wirkung räumlich vertheilter Lichtreize*, SW., Abt. 2, v. 54 (1866), pp. 393-408 (terza parte).
31. *Bemerkungen über den Effect intermittirender Tonreizungen*, « Anzeiger der Kaiserlichen Akademie der Wissenschaften », 3 (1866), pp. 132-133.
32. *Über eine Vorrichtung zur mechanisch-graphischen Darstellung der Schwingungscurven*, « Annalen der Physik », 2. Folge, v. 120 (1866), pp. 464-466.
33. *Über die Wellen mit Flüssigkeit gefüllter elastischer Röhren*, « Untersuchungen zur Naturlehre des Menschen und der Thiere », hrsg. von Jac. Moleschott, Giessen, v. 10 (1866), pp. 71-74.
34. *Untersuchungen über den Zeitsinn des Ohres*, « Untersuchungen zur Naturlehre des Menschen und der Thiere », v. 10 (1866), pp. 181-200. Riprodotto dai SW., v. 51 (1865).
35. *Bemerkungen über die Accomodation des Ohres*, « Untersuchungen zur Naturlehre des Menschen und der Thiere », v. 10 (1866), pp. 201-204. Riprodotto dai SW., v. 51 (1865).
36. *Über Flüssigkeiten, welche suspendirte Körperchen enthalten*, « Untersuchungen zur Naturlehre des Menschen und der Thiere », v. 10 (1866), pp. 311-318. Riprodotto dagli « Annalen der Physik », 2. Folge, v. 126 (1865).
37. *Bemerkungen über den Raumsinn des Ohres*, « Untersuchungen zur Naturlehre des Menschen und der Thiere », v. 10 (1866), pp. 319-321. Riprodotto dagli « Annalen der Physik », 2. Folge, v. 126 (1865).
38. *Bemerkungen über die Entwicklung der Raumvorstellungen*, « Zeitschrift für Philosophie und philosophische Kritik », Neue Folge, v. 49 (1866), pp. 227-232.

1867

39. *Zwei populäre Vorträge über Optik*, Graz, Leuschner & Lubensky, 1867, p. 39. Poi raccolte in *Populär-wissenschaftliche Vorlesungen*, 1896.
40. *Über eine Longitudinalwellenmaschine*, « Annalen der Physik », 2. Folge, v. 132 (1867), pp. 174-176.

41. *Über eine Longitudinalwellenmaschine*, « Carl's Repertorium », v. 3 (1867), pp. 384-385.
42. *On an Arrangement for the Graphical Representation of Curves of Vibration by Means of Mechanism*, « The Philosophical Magazine », Serie 4, v. 33 (1867), pp. 159-160. Tradotto dagli « Annalen der Physik », 2. Folge (1866).

1868

43. *Über die physiologische Wirkung räumlich vertheilter Lichtreize*, SW., Abt. 2, v. 57 (1868), pp. 11-19 (quarta parte).
44. *Beobachtungen über monoculare Stereoskopie*, SW., Abt. 2, v. 58 (1868), pp. 731-736.
45. *Einfache Demonstration des Huyghens'schen Principes*, « Annalen der Physik », 2. Folge, v. 134 (1868), pp. 310-311.
46. *Einfache Demonstration der Schwingungsgesetze gestrichener Saiten*, « Annalen der Physik », 2. Folge, v. 134 (1868), pp. 311-312.
47. *Über die Definition der Masse*, « Carl's Repertorium », v. 4 (1868), pp. 355-359.
48. *Über die Versinnlichung einiger Sätze der Mechanik*, « Carl's Repertorium », v. 4 (1868), pp. 359-361.
49. *Über die Versinnlichung der Poinso't'schen Drehungstheorie*, « Carl's Repertorium », v. 4 (1868), p. 361.
50. *Über die Abhängigkeit der Netzhautstellen von einander*, « Sitzungsberichte der Königlich Böhmisches Gesellschaft der Wissenschaften in Prag », mathematisch-naturwissenschaftliche Classe (1868), pp. 10-11.
51. *Über die Abhängigkeit der Netzhautstellen von einander*, « Vierteljahrsschrift für Psychiatrie », Neuwied (1868).

1870

52. *Vorläufige Mitteilung über einen Apparat zur Beobachtung der Schallbewegung*, « Anzeiger der kaiserlichen Akademie der Wissenschaften », 7 (1870), pp. 3-4.
53. *Weitere Mitteilung über die Beobachtung von Schwingungen*, « Anzeiger der kaiserlichen Akademie der Wissenschaften », 7 (1870), pp. 43-44.
54. *Mitteilungen über einfache Vorlesungsversuche*, « Carl's Repertorium », v. 6 (1870), pp. 8-12.

1871

55. *Optische Vorlesungsversuche*, « Carl's Repertorium », v. 7 (1871), pp. 261-264.
56. *Notiz über eine fehlerhafte Correction bei Bestimmung des specifischen Gewichtes*, « Carl's Repertorium », v. 7 (1871), p. 377.
58. *Eine Bemerkung über den zweiten Hauptsatz der mechanischen Wärmetheorie*, « Lotos », Prag (1871), pp. 17-18.

59. *Über die physikalische Bedeutung der Gesetze der Symmetrie*, « Lotos », Prag (1871), pp. 139-147.

1872

60. *Die Geschichte und die Wurzel des Satzes von der Erhaltung der Arbeit*, Prag, Calve, 1872, p. 58 (con una aggiunta *Über die Definition der Masse*, stralciato da « Carl's Repertorium », v. 4, 1868).
61. *Die Gestalten der Flüssigkeit. Die Symmetrie. Zwei populäre Vorträge*, Prag (1872), p. 33. Poi pubblicate in *Populär-wissenschaftliche Vorlesungen*, 1896.
62. *Zur Theorie des Gehörorgans*, Prag, Calve, 1872, pp. 23. Riprodotto dai SW., Abt. 2, v. 48 (1863).
63. *Über die stroboskopische Bestimmung der Tonhöhe*, SW., Abt. 2, v. 66 (1872), pp. 267-274.
64. *Die Function der Trommelhöhle und der Tuba Eustachii*, von E. Mach und J(ohann) Kessel, SW., Abt. 3, v. 66 (1872), pp. 329-336.
65. *Versuche über die Accomodation des Ohres*, von E. Mach und J(ohann) Kessel, SW., Abt. 3, v. 66 (1872), pp. 337-343.
66. *Über die temporäre Doppelbrechung der Körper durch einseitigen Druck*, « Annalen der Physik », 2. Folge, v. 146 (1872), pp. 313-316.
67. *Spectrale Untersuchung eines longitudinal tönenden Glasstabes*, « Annalen der Physik », 2. Folge, v. 146 (1872), pp. 316-317.
68. *Mitteilung über eine quantitative Bestimmung der Doppelbrechung des gedehnten Glases, welche zum Zwecke der spectralen Untersuchung tönender Körper ausgeführt wurde*, « Lotos », 22 (1872), pp. 17-18.

1873

69. *Optisch-akustische Versuche. Die spectrale und stroboskopische Untersuchung tönender Körper*, Prag 1873, p. 110.
70. *Die Reflexion und Brechung des Schalles*, von E. Mach und A. Fischer, SW., Abt. 2, v. 67 (1873), pp. 81-88.
71. *Über die Stefan'schen Nebenringe am Newton'schen Farbenglas und einige verwandte Interferenzerscheinungen*, SW., Abt. 2, v. 67 (1873), pp. 371-381.
72. *Physikalische Versuche über den Gleichgewichtssinn des Menschen*, SW., Abt. 3, v. 68 (1873), pp. 124-140 (prima parte).
73. *Zur Geschichte des Arbeitsbegriffs*, SW., Abt. 2, v. 68 (1873), pp. 479-488.
74. *Historische Bemerkung betreffend das von Mousson angegebene Verfahren zur Untersuchung der Dispersion*, « Annalen der Physik », 2. Folge, v. 149 (1873), p. 270.
75. *Die Reflexion und Brechung des Schalles*, von E. Mach und A. Fischer, « Annalen der Physik », 2. Folge, v. 149 (1873), pp. 421-429. Riprodotto dai SW., v. 67 (1873).
76. *Über die stroboskopische Bestimmung der Tonhöhe*, « Annalen der Physik », 2. Folge, v. 150 (1873), pp. 157-164. Riprodotto dai SW., v. 66 (1872).

77. *Über die Stefan'schen Nebenringe am Newton'schen Farbenglas und einige verwandte Interferenzerscheinungen*, « Annalen der Physik », 2. Folge, v. 150 (1873), pp. 625-636.
78. *Physikalische Notizen. Drei neue Versuche*, « Lotos », 23 (1873), pp. 145-147.
79. *Resultate einer Untersuchung zur Geschichte der Physik*, « Lotos », 23 (1873), pp. 189-191.

1874

80. *Beiträge zur Doppler'schen Theorie der Ton- und Farbenänderung durch Bewegung. Gesammelte Abhandlungen*, Prag, Calve, 1874, p. 34. Riprodotto dai SW., v. 41 (1860); « Zeitschrift für Mathematik und Physik », 6 (1861); « Annalen der Physik », 2. Folge, v. 116 (1862).
81. *Versuche über den Gleichgewichtssinn*, SW., Abt. 2, v. 69 (1874), pp. 121-135 (seconda parte).
82. *Über den Gleichgewichtssinn*, SW., Abt. 3, v. 69 (1874), pp. 44-51 (terza parte).
83. *Beiträge zur Topographie und Mechanik des Mittelohres*, von E. Mach und J. Kessel, SW., Abt. 3, v. 69 (1874), pp. 221-243.

1875

84. *Grundlinien der Lehre von den Bewegungsempfindungen*, Leipzig, W. Engelmann, 1875, p. 127.
85. *Über einige mechanische Wirkungen des elektrischen Funkens*, von E. Mach und J. Wosyka, SW., Abt. 2, v. 72 (1875), pp. 44-52.
86. *Über eine neue Form der Fresnel-Arago'schen Interferenzversuche mit polarisirten Licht*, von E. Mach und W. Rosioky, SW., Abt. 2, v. 72 (1875), pp. 197-212.
87. *Bemerkungen über die Änderung der Lichtgeschwindigkeit im Quarz durch Druck*, von E. Mach und J. Merten, SW., Abt. 2, v. 72 (1875), pp. 315-328.
88. *Construction eines Apparates zur Untersuchung der Doppelbrechung des Quarzes durch Druck*, « Anzeiger der Kaiserlichen Akademie der Wissenschaften », 12 (1875), p. 30.
89. *Über die Construction eines Rotationsapparates mit optischer Aufhebung der Rotation*, « Anzeiger der Kaiserlichen Akademie der Wissenschaften », 12 (1875), pp. 229-230.
90. *Über einige mechanische Wirkungen des elektrischen Funkens*. Von E. Mach und J. Wosyka, « Annalen der Physik », 2. Folge, v. 156 (1875), pp. 407-416. Riprodotto dai SW., v. 72 (1875).
91. *Über einen Polarisationsapparat mit rotirendem Zerleger*, « Annalen der Physik », 2. Folge, v. 156 (1875), pp. 169-172.
92. *Bemerkungen über die Änderung der Lichtgeschwindigkeit im Quarz durch Druck*, von E. Mach und J. Merten, « Annalen der Physik », 2. Folge, v. 156 (1875), pp. 639-654. Riprodotto dai SW., v. 72 (1875).
93. *Bemerkungen über die Function der Ohrmuskel*, « Archiv für Ohrenheilkunde », v. 9 (1875), pp. 72-76.

1876

94. *Mitteilung über gemeinschaftlich mit J. Sommer ausgeführte Versuche, betreffend die Fortpflanzungsgeschwindigkeit von Explosionsschallwellen*, « Anzeiger der Kaiserlichen Akademie der Wissenschaften », 13 (1876), pp. 144-145.
95. *Weitere Mittheilung über die Fortpflanzungsgeschwindigkeit von Explosionsschallwellen*, « Anzeiger der Kaiserlichen Akademie der Wissenschaften », 13 (1876), pp. 193-195.

1877

96. *Über die Fortpflanzungsgeschwindigkeit von Explosionsschallwellen*, von E. Mach und J. Sommer, SW., Abt. 2, v. 75 (1877), pp. 101-130.
97. *Die Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Funkenwellen*, von E. Mach, O. Tumlirz und C. Kögler, « Anzeiger der Kaiserliches Akademie der Wissenschaften », 14 (1877), pp. 236-238.

1878

98. *Über die Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Funkenwellen*, von E. Mach, O. Tumlirz und C. Kögler, SW., Abt. 2, v. 77 (1878), pp. 7-32.
99. *Neue Versuche zur Prüfung der Doppler'schen Theorie der Ton und Farbenänderung durch Bewegung*, SW., Abt. 2, v. 77 (1878), pp. 299-310.
100. *Über den Verlauf der Funkenwellen in der Ebene und im Raume*, SW., Abt. 2, v. 77 (1878), pp. 819-838.
101. *Optische Untersuchung der Funkenwellen*, von E. Mach und J. von Weltrubsky, SW., Abt. 2, v. 78 (1878), pp. 476-480.
102. *Über die Formen der Funkenwellen*, von E. Mach und J. von Weltrubsky, SW., Abt. 2, v. 78 (1878), pp. 551-560.
103. *Über die elektrische Durchbrechung des Glases*, von E. Mach und S. Doubrava, SW., Abt. 2, v. 78 (1878), pp. 729-732.
104. *Über die Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Funkenwellen*, von E. Mach, O. Tumlirz und C. Kögler, « Carl's Repertorium », v. 14 (1878), pp. 125-127. Riprodotto dall'« Anzeiger der Kaiserlichen Akademie der Wissenschaften », 14 (1877).

1879

105. *Beobachtungen über die Unterschiede der beiden elektrischen Zustände*, von E. Mach und S. Doubrava, SW., Abt. 2, v. 80 (1879), pp. 331-345.
106. *Weitere Untersuchung der Funkenwellen*, von E. Mach und J. Simonides, SW., Abt. 2, v. 80 (1879), pp. 476-486.
107. *Über die elektrische Durchbrechung des Glases*, von E. Mach und S. Doubrava, « Annalen der Physik », 3. Folge, v. 8 (1879), pp. 462-466. Riprodotto dai SW., v. 78 (1878).

1880

108. *Beobachtungen über die Unterschiede der beiden elektrischen Zustände*, von E. Mach und S. Doubrava, « Annalen der Physik », 3. Folge, v. 9 (1880), pp. 61-76. Riprodotto dai SW., v. 80 (1879).
109. *Sur les ondes produites par les étincelles électriques*, « Séances de la Société Française de Physique », Paris 1881, pp. 210-218.

1882

110. *Die ökonomische Natur der physikalischen Forschung*, Wien, Gerold's Sohn, 1882, p. 27. Riprodotto da « Almanach der Kaiserlichen Akademie der Wissenschaften », Wien, 32 (1882).
111. *Über Herrn A. Guébbard's Darstellung der Aequipotentialcurven*, SW., Abt. 2, v. 86 (1882), pp. 8-14.
112. *Die ökonomische Natur der physikalischen Forschung*, « Almanach der Kaiserlichen Akademie der Wissenschaften », Wien, 32 (1882), pp. 293-319. Più tardi raccolto in *Populär-wissenschaftliche Vorlesungen*, 1896.
113. *Erklärung von E. Mach (Distanzierung von S. Doubrava's Abhandlung "Über Elektrizität")*, « Annalen der Physik », 3. Folge, v. 15 (1882), p. 336.
114. *Über Herrn A. Guébbard's Darstellung der Aequipotentialcurven*, « Annalen der Physik », 3. Folge, v. 17 (1882), pp. 858-865. Riprodotto dai SW., v. 86 (1882).

1883

115. *Die Mechanik in ihrer Entwicklung historisch-kritisch dargestellt*, Leipzig, Brockhaus, 1883, pp. X, 483.
116. *Versuche und Bemerkungen über das Blitzableitersystem des Herrn Melsens*, SW., Abt. 2, v. 87 (1883), pp. 632-639.
117. *Vorläufige Mitteilung über Versuche mit einer neuen Influenzmaschine*, « Anzeiger der Kaiserlichen Akademie der Wissenschaften », 20 (1883), pp. 59-60.
118. *Versuche und Bemerkungen über das Blitzableitersystem des Herrn Melsens*, « Carl's Repertorium », v. 19 (1883), pp. 505-511. Riprodotto dai SW., v. 87 (1883).

1884

119. *Über Umbildung und Anpassung im naturwissenschaftlichen Denken*, Rede ... 1883, Wien, Hartleben, 1884, p. 16. Poi raccolto in *Populär-wissenschaftliche Vorlesungen*, 1896.
120. *Mitteilung betreffs Fixirung einer sehr flüchtigen Erscheinung durch ein photographisches Momentbild*, von E. Mach und J. Wentzel, « Anzeiger der Kaiserlichen Akademie der Wissenschaften », 21 (1884), pp. 121-122.
121. *Photographie einer abgeschossenen Flintenkugel und anderer sehr flüchtiger Erscheinungen*, « Photographische Correspondenz », Wien, 21 (1884), pp. 287-289.

122. *Über die Grundbegriffe der Elektrostatik (Lange, Potential, Capacität u. s. w.)*, « Lotos », v. 33 (1884), pp. 90-112. Più tardi raccolto in *Populär-wissenschaftliche Vorlesungen*, 1896.

1885

123. *Einige Versuche über totale Reflexion und anomale Dispersion*, von E. Mach und J. Arbes, SW., Abt. 2, v. 92 (1885), pp. 416-426.
124. *Ein Beitrag zur Mechanik der Explosionen*, von E. Mach und J. Wentzel, SW., Abt. 2, v. 92 (1885), pp. 625-638.
125. *Zur Analyse der Tonempfindungen*, SW., Abt. 2, v. 92 (1885), pp. 1283-1289.
126. *Ein Beitrag zur Mechanik der Explosionen*, von E. Mach und J. Wentzel, « Annalen der Physik », 3. Folge, v. 26 (1885), pp. 628-640. Riprodotto dai SW., v. 92 (1885).

1886

127. *Beiträge zur Analyse der Empfindungen*, Jena, G. Fischer, 1886, p. 168.
128. *Der relative Bildungswert der philologischen und der mathematisch-naturwissenschaftlichen Unterrichtsfächer der höheren Schulen*, Vortrag, gehalten vor der Delegirtenversammlung des deutschen Realschulmännervereins zu Dortmund am 16. April 1886, Prag, Tempsky; Leipzig, Freytag, 1886, p. 29. Poi raccolto in *Populär-wissenschaftliche Vorlesungen*, 1896.
129. *Bemerkungen über L. Hermann's galvanotropischen Versuch*, « Anzeiger der Kaiserlichen Akademie der Wissenschaften », v. 23 (1886), pp. 201-202.
130. *Einige Versuche über totale Reflexion und anomale Dispersion*, von E. Mach und J. Arbes, « Annalen der Physik », 3. Folge, v. 27 (1886), pp. 436-444. Riprodotto dai SW., v. 92 (1885).
131. *Einige Versuche über totale Reflexion und anomale Dispersion*, von E. Mach und J. Arbes, « Carl's Repertorium », v. 22 (1886), pp. 31-39. Riprodotto dai SW., v. 92 (1885).
132. *Ein Beitrag zur Mechanik der Explosionen*, von E. Mach und Josef Wentzel, « Carl's Repertorium », v. 22 (1886), pp. 86-96. Riprodotto dai SW., v. 92 (1885).

1887

133. *Photographische Fixirung der durch Projectile in der Luft eingeleiteten Vorhänge*, von E. Mach und P. Salcher, SW., Abt. 2, v. 95 (1887), pp. 764-778.
134. *Photographische Fixirung der durch Projectile in der Luft eingeleiteten Vorhänge*, von E. Mach und P. Salcher, « Annalen der Physik », 3. Folge, v. 32 (1887), pp. 277-291. Riprodotto dai SW., v. 95 (1887).
135. *Über den Unterricht in der Wärmelehre*, « Zeitschrift für den physikalischen und chemischen Unterricht », 1 (1887-88), pp. 3-7.
136. *Photographische Fixirung der durch Projectile in der Luft eingeleiteten*

Vorhänge, von E. Mach und P. Salcher, « Carl's Repertorium », v. 23 (1887), pp. 587-600. Riprodotto dai SW., v. 95 (1887).

1888

137. *Die Mechanik in ihrer Entwicklung historisch-kritisch dargestellt*, 2. Auflage, Leipzig, Brockhaus, 1888.
138. *Fixation photographique des phénomènes auxquels donne lieu le projectile pendant son trajet dans l'air*, par Mach et P. Salcher, Paris, Berger-Levrault, 1888, p. 24. Extrait de la « Revue d'artillerie », mars 1888.
139. *Über die Fortpflanzungsgeschwindigkeit des durch scharfe Schüsse erregten Schalles*, SW., Abt. 2 a, v. 97 (1888), pp. 1045-1052.
140. *Über eine Lichtquelle zum Photographiren nach der Schlierenmethode*, « Jahrbuch für Photographie und Reproductionstechnik », 2 (1888), p. 284.
141. *Bemerkungen über wissenschaftliche Anwendungen der Photographie*, « Jahrbuch für Photographie und Reproductionstechnik », 2 (1888), pp. 284-286. Poi raccolto in *Populär-wissenschaftliche Vorlesungen*, 1903³.
142. *Ergebnisse der Momentphotographie*, « Jahrbuch für Photographie und Reproductionstechnik », 2 (1888), pp. 287-290.
143. *Über die Anordnung von quantitativen Schulversuchen*, « Zeitschrift für den physikalischen und chemischen Unterricht » (1887-1888), pp. 197-199.
144. *Physikalische Denkaufgaben*, « Zeitschrift für den physikalischen und chemischen Unterricht » (1887-1888), p. 221.
145. *Ein Versuch über die Schwindungsform gestrichener Saiten*, « Zeitschrift für den physikalischen und chemischen Unterricht » (1887-1888), p. 264.
146. *Die experimentelle Darstellung der Linsenabweichungen*, « Zeitschrift für den physikalischen und chemischen Unterricht » (1888-1889), pp. 52-55.
147. *Bemerkungen zum Aufsatz von A. Voss über die Schwingkraft*, « Zeitschrift für den physikalischen und chemischen Unterricht » (1888-1889), p. 103.
148. *Transformation and Adaptation in Scientific Thought*, « Open Court », v. 12 (1888), pp. 1087-1090, pp. 1115-1118. Traduzione del n. 119, 1884.

1889

149. *Über die in Pola und Meppen angestellten ballistisch-photographischen Versuche*, von E. Mach und P. Salcher, SW., Abt. 2 a, v. 98 (1889), pp. 1-50.
150. *Über die Schallgeschwindigkeit beim scharfen Schuss nach von dem Krupp'schen Etablissement angestellten Versuchen*, SW., Abt. 2 a, v. 98 (1889), pp. 1257-1276.
151. *Optische Untersuchung der Luftstrahlen*, von E. Mach und P. Salcher, SW., Abt. 2, v. 98 (1889), pp. 1303-1309.
152. *Weitere ballistisch-photographische Versuche*, von (Ernst) Mach und (Ludwig) Mach, SW., Abt. 2, v. 98 (1889), pp. 1301-1326.

153. *Über longitudinale fortschreitende Wellen im Glase*, von E(rnst) Mach und L(udwig) Mach, SW., Abt. 2, v. 98 (1889), pp. 1327-1332.
154. *Über die Interferenz der Schallwellen von grosser Excursion*, von E(rnst) Mach und L(udwig) Mach, SW., Abt. 2, v. 98 (1889), pp. 1333-1336.
155. *Über den Einfluss des Öles auf die Erregung der Wellen durch den Wind*, « Anzeiger der Kaiserlichen Akademie der Wissenschaften », 16 (1889), p. 257.
156. *Physikalische Denkaufgaben*, « Zeitschrift für den physikalischen und chemischen Unterricht » (1888-1889), p. 130.
157. *Zum Foucault'schen Pendelversuch*, « Zeitschrift für den physikalischen und chemischen Unterricht » (1889-1890), pp. 28-29.

1890

158. *Optische Untersuchung der Luftstrahlen*, von E. Mach und P. Salcher, « Annalen der Physik », 3. Folge, v. 41 (1890), pp. 144-150. Riprodotto dai SW., v. 98 (1889).
159. *Über die Schallgeschwindigkeit beim scharfen Schuss nach von dem Krupp'schen Etablissement angestellten Versuchen*, « Carl's Repertorium », v. 26 (1890), pp. 426-443. Riprodotto dai SW., v. 98 (1889).
160. *Sphärische Concauspiegel zur Photographie mittels des Schlierenapparates*, « Jahrbuch für Photographie und Reproduktionstechnik » (1890), pp. 108-109.
161. *Über die Herstellung von Bildern magnetischer Felder*, « Zeitschrift für den physikalischen und chemischen Unterricht » (1889-1890), p. 160.
162. *Über das psychologische und logische Moment im naturwissenschaftlichen Unterricht*, « Zeitschrift für den physikalischen und chemischen Unterricht » (1890-1891), pp. 1-5.
163. *The Analysis of the Sensation. Antimetaphysical*, « Monist », v. 1, n. 1 (Oct. 1890), pp. 48-68. Tradotto da *Beiträge zur Analyse der Empfindungen*, 1886.
164. *Photographies de projectiles en mouvement*, « Mémorial de l'artillerie de la marine », t. 18 (1890).

1891

165. *Leitfaden der Physik für Studierende*, von E. Mach und G(ustav) Jaumann, Prag u. Wien, Tempsky; Leipzig, Freytag, 1891, pp. 372.
166. *Leitfaden der Physik für Studierende*, 2. umgearb. Auflage, Prag und Wien, Tempsky; Leipzig, Freytag, 1891, pp. 249.
167. *Über weitere Fortschritte in der Momentphotographie*, « Jahrbuch für Photographie und Reproduktionstechnik », 5 (1891), pp. 166-167.
168. *Sensations and the Elements of Reality*, « Monist », v. 1, n. 3 (Apr. 1891), pp. 393-400.

1892

169. *Ergänzungen zu den Mittheilungen über Projectile*, SW., Abt. 2, v. 101 (1892), pp. 977-983.
170. *Zur Geschichte und Kritik des Carnot'schen Wärmegesetzes*, SW., Abt. 2, v. 101 (1892), pp. 1589-1612.
171. *Zur Geschichte der Akustik*, « Mittheilungen der deutschen mathematischen Gesellschaft zu Prag », 1892, pp. 12-18. Poi raccolto in *Populär-wissenschaftliche Vorlesungen*, 1896.
172. *Modell des Mariotte-Gay-Lussac'schen Gesetzes*, « Zeitschrift für den physikalischen und chemischen Unterricht » (1891-1892), p. 138.
173. *Über eine elementare Darstellung der Fraunhoferschen Beugungserscheinungen, insbesondere der Gitterspectren*, « Zeitschrift für den physikalischen und chemischen Unterricht » (1891-1892), pp. 225-229.
174. *Facts and Mental Symbols*, « Monist », v. 2, Nr. 2 (Jan. 1892), pp. 198-208.

1893

175. *The Science of Mechanics. A Critical and Historical Exposition of its Principles*. Translated from the 2nd German edition by Thomas J. McCormack. Chicago, The Open Court Publ. Co., 1893, pp. XIV, 534. Parte dell'edizione uscì a Londra nell'edizione Watts & Co., 1893.
176. *Bemerkungen zu den Theorien der Schallphänomene bei Meteoritenfällen*, von E. Mach und (Carl) B(runo) Doss, SW., Abt. 2 a, v. 102 (1893), pp. 248-252.

1894

177. *Über ein Princip der Verstärkung unterexponirter Bilder*, « Jahrbuch für Photographie und Reproductionstechnik », 1894, pp. 152-153.
178. *Über die rasche Ermittlung der richtigen Expositionszeit*, « Jahrbuch für Photographie und Reproductionstechnik », 1894, pp. 154-156.
179. *Über das Princip der Vergleichung in der Physik*, « Verhandlungen der Gesellschaft Deutscher Naturforscher und Ärzte », Teil 1 (1894), pp. 44-56. Poi raccolto in *Populär-wissenschaftliche Vorlesungen*, 1896.
180. *Einfache Versuche über strahlende Wärme*, « Zeitschrift für den physikalischen und chemischen Unterricht », 7 (1893-1894), pp. 113-116.
181. *On the Principle of the Conservation of Energy*, « Monist », v. 5, n. 1 (Oct. 1894), pp. 22-54.
182. *The Forms of Liquids*, « Open Court », v. 8 (1894), pp. 3935-3939. Traduzione dello scritto qui indicato col n. 61.
183. *Symmetry*, « Open Court », v. 8 (1894), pp. 4015-4019. Traduzione del n. 61.
184. *The Fibres of Corti*, « Open Court », v. 8 (1894), pp. 4087-4090. Traduzione del n. 16.

185. *On the Causes of Harmony*, « Open Court », v. 8 (1894), pp. 4136-4140. Traduzione del n. 16.
186. *The Velocity of Light*, « Open Court », v. 8 (1894), pp. 4167-4171. Traduzione del n. 29.
187. *Why Has Man Two Eyes?*, « Open Court », v. 8 (1894), pp. 4175-4181. Traduzione del n. 29.
188. *On the Fundamental Concepts of Electrostatics (Quantity, Potential, Capacity, etc.)*, « Open Court », v. 8 (1894), pp. 4247-4251, pp. 4255-4259. Traduzione del n. 122.
189. *The Economical Character of Physical Research*, « Open Court », v. 8 (1894), pp. 4263-4269, pp. 4271-4275. Traduzione del n. 112.
190. *On the Principle of Comparison in Physics*, « Open Court », v. 8 (1894), pp. 4283-4286, pp. 4288-4291. Traduzione del n. 179.
191. *On the Relative Education Value of the Classics and the Mathematico-Physical Sciences in Colleges and High Schools*, « Open Court », v. 8 (1894), pp. 4295-4298, pp. 4308-4310, pp. 4311-4314. Traduzione del n. 128.

1895

192. *Popular Scientific Lectures*. Translated by Thomas J. McCormack, Chicago, The Open Court Publ. Co., 1895, p. 313 (12 Lectures).
193. *Über das Princip der Vergleichung in der Physik*, « Zeitschrift für den physikalischen und chemischen Unterricht » 8 (1894-95), pp. 234-236. Stralciato da « Verhandlungen der Gesellschaft Deutscher Naturforscher und Ärzte », 1894.
194. *Physikalische Denkaufgaben*, « Zeitschrift für den physikalischen und chemischen Unterricht », 9 (1895-96), pp. 29.

1896

195. *Die Prinzipien der Wärmelehre. Historisch-kritisch entwickelt*, Leipzig, J. A. Barth, 1896, pp. VIII, 472.
196. *Populär-wissenschaftliche Vorlesungen*, Leipzig, J. A. Barth, 1896, pp. V, 335 (15 Vorlesungen).
197. *Durchsicht-Stereoskopbilder mit Röntgenstrahlen*, « Zeitschrift für Elektrotechnik », Wien, 14 (1896), pp. 259-261.
198. *Über Gedankenexperimente*, « Zeitschrift für den physikalischen und chemischen Unterricht », 10 (1896-97), pp. 1-5.
199. *On the Part played by Accident in Invention and Discovery*, « Monist », v. 6, Nr. 2 (Jan. 1896), pp. 161-175. Poi raccolto in *Populär-wissenschaftliche Vorlesungen*, 1896.
200. *On the Stereoscopic Application of Roentgen's Rays*, « Monist », v. 6, n. 3 (Apr. 1896), pp. 321-323.

1897

201. *Die Mechanik in ihrer Entwicklung historisch-kritisch dargestellt*, 3. verbesserte und vermehrte Auflage, Leipzig, Brockhaus, 1897, pp. XII, 505.
202. *Populär-wissenschaftliche Vorlesungen*, 2. Auflage, Leipzig, J. A. Barth, 1897, p. 344 (15 Vorlesungen).
203. *Popular Scientific Lectures*. Translated by Thomas J. McCormack. 2nd edition revised and enlarged, Chicago, The Open Court Publ. Co., 1897, pp. VIII, 382 (13 Vorlesungen).
204. *Contributions to the Analysis of the Sensations*. Translated by C. M. Williams (*Beiträge zur Analyse der Empfindungen*). Chicago, The Open Court Publ. Co., 1897, pp. VIII, 209.
205. *Bemerkungen über die historische Entwicklung der Optik*, « Zeitschrift für den physikalischen und chemischen Unterricht », 1897-98, pp. 3-8.
206. *Über Orientierungsempfindungen. Vortrag*, « Schriften des Vereines zur Verbreitung naturwissenschaftlicher Kenntnisse in Wien », v. 37 (1897), pp. 403-433. Poi raccolto in *Populär-wissenschaftliche Vorlesungen*, 1903³.
207. *On Sensations of Orientation*, « Monist », v. 8, n. 1 (Oct. 1897), pp. 79-96. Traduzione del n. 206.

1898

208. *Popular Scientific Lectures*. Translated by Thomas J. McCormack. 3rd edition revised and enlarged, Chicago, The Open Court Publ. Co., London, K. Paul, Trench Trubner & Co., 1898, pp. VII, 411.
209. *Über Erscheinungen an fliegenden Projectilen. Vortrag*, « Schriften des Vereines zur Verbreitung naturwissenschaftlicher Kenntnisse in Wien », 1898, v. 38, pp. 37-67. Poi raccolto in *Populär-wissenschaftliche Vorlesungen*, 1903³.
210. *On some Phenomena Attending the Flight of Projectiles*, « Open Court », v. 12 (1898), pp. 150-165. Traduzione del n. 209.

1900

211. *Die Prinzipien der Wärmelehre historisch-kritisch entwickelt*, 2. Auflage, Leipzig, J. A. Barth, 1900, pp. XII, 484.
212. *Die Analyse der Empfindungen und das Verhältnis des Physischen zum Psychischen* (2^a edizione di *Beiträge zur Analyse der Empfindungen*), Jena, G. Fischer, 1900, pp. VII, 244.
213. *Lecture scientifiche popolari*. Traduzione di A. Bongioanni (*Populär-wissenschaftliche Vorlesungen*), Torino 1900, pp. 259.
214. *Names and Numbers*, « Open Court », v. 14 (1900), pp. 37-42. Tradotto dai *Prinzipien der Wärmelehre*, 1896.
215. *Language. (Its Origin, Development and Significance for the Development of Thought)*, « Open Court », v. 14 (1900), pp. 171-178. Tradotto dai *Prinzipien der Wärmelehre*, 1896.

216. *The Concept*, « Open Court », v. 14 (1900), pp. 348-354. Tradotto dai *Prinzipien der Wärmelehre*, 1896.
217. *The Notion of a Continuum. (An Essay in the Theory of Science)*, « Open Court », v. 14 (1900), pp. 409-414. Tradotto dai *Prinzipien der Wärmelehre*, 1896.
218. *The Propensity toward the Marvellous*, « Open Court », v. 14 (1900), pp. 539-550. Tradotto dai *Prinzipien der Wärmelehre*, 1896.
219. *Die Mechanik in ihrer Entwicklung historisch-kritisch dargestellt*, 4. verbesserte und vermehrte Auflage, Leipzig, Brockhaus, 1901, pp. X, 550.
220. *Naučno-populjarnye očerki*. Per. s. něm. A. A. Mejer, pod red. i s vved. P. K. Engelmejer. S predisl. k nast izd. E. Mach (*Populär-wissenschaftliche Vorlesungen*. Traduzione russa). Vyp. 1-2, Moskau, A. J. Manockov 1901. Vyp. 1 Metod i cel'naučnogo issledovanija. Teorija poznanija XX, p. 164. Vyp. 2. Étjudy po estestvoznaniju, pp. 128.
222. *On Physiological, as distinguished from Geometrical Space*, « Monist », v. 11, n. 3 (Apr. 1901), pp. 321-338.
223. *Ob odnositel'noj cennosti filologičeskich i estestvennonaučnych predmetov deja obrazovanija, Žizn 'Fevral' 1901*, pp. 77-96 (*Über den relativen Bildungswert der philologischen und der naturwissenschaftlichen Unterrichtsfächer*. Traduzione russa).

1902

224. *Die Analyse der Empfindungen und das Verhältnis des Physischen zum Psychischen*, 3. vermehrte Auflage, Jena, G. Fischer, 1902, pp. VIII, 286.
225. *The Science of Mechanics. A Critical and Historical Account of its Development*. Translated from the German by Thomas McCormack. 2nd revised and enlarged edition, Chicago, The Open Court Publ. Co., 1902, pp. xix-605.
226. *Die Ähnlichkeit und die Analogie als Leitmotiv der Forschung*, « Annalen der Naturphilosophie », v. 1 (1902), pp. 5-14.
227. *On the Psychology and Natural Development of Geometry*, « Monist », v. 12, n. 4 (Jul. 1902), pp. 481-515. Poi raccolto in *Erkenntnis und Irrtum*, 1905.
228. *The Theory of Heat. A Critical and Historical Account of its Development*, « Open Court », v. 16 (1902), pp. 641-651. Tradotto dai *Prinzipien der Wärmelehre*, 1896.
229. *Sketch of the History of Thermometry*, « Open Court », v. 16 (1902), pp. 733-744.

1903

230. *Die Analyse der Empfindungen und das Verhältnis der Physischen zum Psychischen*, 4. vermehrte Auflage, Jena, G. Fischer, 1903, pp. x-294.
231. *Populär-wissenschaftliche Vorlesungen*, 3. vermehrte und durchgesehene Auflage, Leipzig, J. A. Barth, 1903, pp. X, 403 (19 Vorlesungen).

232. *Analisi delle sensazioni*. Traduzione sulla terza edizione tedesca di Antonio Vaccaro e Camillo Cessi (*Die Analyse der Empfindungen und das Verhältnis des Physischen zum Psychischen*). Torino, Bocca, 1903, pp. XI, 438.
233. *Space and Geometry from the Point of View of Physical Inquiry*, « Monist », v. 14, n. 1 (Oct. 1903), pp. 1-32. Poi raccolto in *Erkenntnis und Irrtum*, 1905.
234. *Sketch of the History of Thermometry (Concluded)*, « Open Court », v. 17 (1903), pp. 26-36. Tradotto dai *Prinzipien der Wärmelehre*, 1896.
235. *Critique of the Concept of Temperature*, « Open Court », v. 17 (1903), pp. 95-101, pp. 154-161. Tradotto dai *Prinzipien der Wärmelehre*, 1896.
236. *On the Determination of High Temperatures*, « Open Court », v. 17 (1903), pp. 297-302. Tradotto dai *Prinzipien der Wärmelehre*, 1896.

1904

237. *Die Mechanik in ihrer Entwicklung historisch-kritisch dargestellt*, 5. verbesserte und vermehrte Auflage, Leipzig, Brockhaus, 1904, pp. XVI, 561.
238. *La Mécanique, exposé historique et critique de son développement*. Ouvrage traduit sur la 4^{ème} édition allemande par Émile Bertrand avec une introduction de Émile Picard (*Die Mechanik in ihrer Entwicklung historisch-kritisch dargestellt*). Paris, A. Hermann, 1904, pp. IX, 498.
239. *Objektive Darstellung der Interferenz des polarisierten Lichtes*, in *Festschrift Ludwig Boltzmann gewidmet zum 60. Geburtstag (am) 20. Februar 1904*, Leipzig, J. A. Barth, 1904, pp. 441-447.
240. *Analiz očkuščenij i otnošenje fiziceskogo k psihičeskomu*. Per. s 4-go dop. něm. izd. V. M. Filippov (*Die Analyse der Empfindungen und das Verhältnis des Physischen zum Psychischen*. Traduzione russa). Petersburg, red. Novogo zurn. inostr. literatury, 1904, pp. 148.
241. *Versuche über Totalreflexion und deren Anwendung*, von E(rnst) Mach und L(udwig) Mach, SW., Abt. 2 a, v. 113 (1904), pp. 1219-1230.

1905

242. *Erkenntnis und Irrtum. Skizzen zur Psychologie der Forschung*, Leipzig, J. A. Barth, 1905, pp. XI, 461.
243. *Leben und Erkennen*, « Die Neue Gesellschaft. Sozialistische Wochenschrift ». Berlin, v. 1 (1905), pp. 371-372. Poi raccolto in *Populär-wissenschaftliche Vorlesungen*, 1910⁴.

1906

244. *Die Analyse der Empfindungen und das Verhältnis des Physischen zum Psychischen*, 5. vermehrte Auflage, Jena, G. Fischer, 1906, pp. X, 309.
245. *Erkenntnis und Irrtum. Skizzen zur Psychologie der Forschung*, 2. durchgesehene Auflage, Leipzig, J. A. Barth, 1906, pp. XII, 474.
246. *Space and Geometry in the Light of Physiological, Psychological and Physical Inquiry*. Translated from the German by Thomas J. McCormack. Chi-

- cago, The Open Court Publ. Co., 1906, pp. 148. Riprodotto da « Monist », Apr. 1901, Jul. 1902, Oct. 1903.
247. *Über den Einfluss räumlich und zeitlich variierender Lichtreize auf die Gesichtswahrnehmung*, SW., Abt. 2, v. 115 (1906), pp. 633-648.
248. *Beschreibung und Erklärung*, « Naturwissenschaftliche Rundschau » n. 38 (1906), pp. 481-482. Poi raccolto in *Populär-wissenschaftliche Vorlesungen*, 1910⁴.
249. *Über die Phasenänderung des Lichtes durch Reflexion*, in *Festschrift, Adolf Lieben zum fünfzigjährigen Doktorjubiläum und zum siebenzigsten Geburtstage ... gewidmet*, Leipzig, C. F. Winter, 1906, pp. 291-296.
250. *Sur le rapport de la physique avec la psychologie*, « L'Année Psychologique », Paris, 12^{ème} année (1906), pp. 303-318. Poi raccolto in *Populär-wissenschaftliche Vorlesungen*, 1923⁵.
251. *Razvitie individual'nosti v estestvennyh uslovijach i v kul'turnoj srede*, « Russkaja mysl » (Fevral 1906), pp. 27-40 (*Die Entwicklung der Individualität in der natürlichen und kulturellen Umgebung*. Traduzione russa da *Erkenntnis und Irrtum*, 1905).

1907

252. *The Science of Mechanics. A Critical and Historical Account of its Development*. Translated from the German by Thomas McCormack. 3rd ed. Chicago, The Open Court Publ. Co., 1907.
253. *Analiz oščuščenij i otnošenje fizičeskogo psihiceskomu*. Razreš. avtorom per. s rukopisi 5 dop. něm. izd. G. Kotljär, s predisl. avtore k rus. perevodu i vstup. stat'ej A. Bogdanov. Moskau, S. Skirmunt, 1907, pp. XII, 304.
254. *Die Phasenverschiebung durch Reflexion an den Jamin'schen Platten*, SW., Abt. 2 a, v. 116 (1907), pp. 997-1000.

1908

255. *Die Mechanik in ihrer Entwicklung historisch-kritisch dargestellt*, 6. verbesserte und vermehrte Auflage, Leipzig, Brockhaus, 1908, pp. XVIII, 576.
256. *Über den relativen Bildungswert der philologischen und der mathematisch-naturwissenschaftlichen Unterrichtsfächer der höheren Schulen*, Wien, Manz, 1908, pp. 32. Riproduzione del n. 128, 1886.
257. *La connaissance et l'erreur*. Traduit sur la dernière édition allemande par Marcel Dufour (*Erkenntnis und Irrtum*). Paris, Flammarion, 1908, pp. 392.
258. *I principi della meccanica, esposti criticamente storicamente nel loro sviluppo*. Traduzione di Dionisio Gambioli (*Die Mechanik in ihrer Entwicklung historisch-kritisch dargestellt*), con prefazione di Giovanni Vailati. Roma-Milano, Albrighi e Segato, 1908, pp. XVI, 547.
259. *Analiz oščuščenij i otnošenje fizičeskogo psihiceskomu*. Razreš. avtorom per. s rukopisi 5 dop. něm. izd. G. Kotljär, s predisl. avtora k rus. perevodu i vstup. stat'ej A. Bogdanov. Moskau, S. Skirmut, 1908, pp. 308.

260. *Istoriko-kritičeskij očerak razvittija mehaniki*. Vvedenie i dve peruyja glavy. Per. s 5 něm. izd., s Predisl. B. N. Lebedev (*Die Mechanik in ihrer Entwicklung historisch-kritisch dargestellt*. Einleitung Kap. I, 1, 2. Traduzione russa). Petersburg, I. Luře, 1908, pp. 39.
261. *Ob otnošenii fiziki i psichologii (Über das Verhältnis des Physischen zum Psychischen)*, in N. VALENTINOV, *E. Mach i Marksizm*, Moskau, 1908, pp. 63-86.

1909

262. *Die Geschichte und die Wurzel des Satzes von der Erhaltung der Arbeit*. Vortrag . . . 2. unveränderter Abdruck nach der in Prag 1872 erschienenen 2. Auflage, Leipzig, A. J. Barth, 1909, pp. IV, 60.
263. *Princip sochranenija raboty. Istorija i koreń ego*. Per. s. persemotr. i ispr. avtorom něm. izd. G. A. Kotljar (*Die Geschichte und die Wurzel des Satzes von der Erhaltung der Arbeit*. Traduzione russa). Pod. red. prof. N. A. Gezechus S predisl. avt. k rus. izd. Petersburg, Obščestvennaja pol'za, 1909, pp. 68.
264. *Mechanika. Istoriko-kritičeskij očerak eja razvittija*. Razreš. avtorom per. s 6 ispr. i dop. nem. izd. G. A. Kotljar. Pod. red. prof. N. A. Gezechus. Petersburg, Obscestvennaja pol'za, 1909, pp. 448.
265. *Populjarno-naučnye očerki*. Avtoriz. per s. 3-go něm. izd. dop. novymi stat'jami G. A. Kotljar (*Populär-wissenschaftliche Vorlesungen*. Traduzione russa). S predils. avtora. Petersburg, Obrazovanie, 1909, pp. 340.
266. *Poznaie i zabluzdenie. Očerki po psichologii issledovanija*. Razreš. avtorom per. so 2-go, vnov prosmotr. něm. idz. G. A. Kotljar (*Erkenntnis und Irrtum. Skizzen zur Psychologie der Forschung*. Traduzione russa). Pod. red. pref. N. Lange. Moskau, S. Skirmunt, 1909, pp. 471.

1910

267. *Populär-wissenschaftliche Vorlesungen*, 4. vermehrte und durchgesehene Auflage, Leipzig, J. A. Barth, 1910, pp. XII, 508 (26 Vorlesungen).
268. *Popular Scientific Lectures*. Translated by Thomas J. McCormack. 4th edition reprint of 3rd edition revised and enlarged, Chicago, The Open Court Publ. Co., London, K. Paul, Trench, Truebner & Co., 1910, pp. VIII, 411.
269. *Az erzékletek elemzése*. Fordította Polányi Károly (*Die Analyse der Empfindungen und das Verhältnis des Physischen zum Psychischen*. Estratto in ungherese). Budapest, Deutsch & Co., 1910, pp. VII, 48.
270. *Die Leitgedanken meiner naturwissenschaftlichen Erkenntnislehre und ihre Aufnahme durch die Zeitgenossen*, « Physikalische Zeitschrift », 11 (1910), pp. 599-606.
271. *Eine Betrachtung über Zeit und Raum*, « Das Wissen für Alle », Wien, 10 (1910), n. 3. Poi raccolto in *Populär-wissenschaftliche Vorlesungen*, 1910'.

272. *Sinnliche Elemente und naturwissenschaftliche Begriffe*, « Pflüger's Archiv für die gesamte Physiologie des Menschen und der Tiere », v. 136 (1910), pp. 263-274. Poi raccolto in *Populär-wissenschaftliche Vorlesungen*, 1923⁵.
273. *Die Organisierung der Intelligenz*, « Neue Freie Presse », Wien, 24 Juli 1910. Poi pubblicato in parte in VIKTOR HUEBER, *Die Organisierung der Intelligenz*, 3. erweiterte Auflage, Leipzig, J. A. Barth, 1910, pp. III-IV.
274. *Die Leitgedanken meiner naturwissenschaftlichen Erkenntnislehre und ihre Aufnahme durch die Zeitgenossen*, « Scientia », v. 7, nr. 14 (1910), pp. 225-240.

1911

274. *Die Analyse der Empfindungen und das Verhältnis des Physischen zum Psychischen*. 6. vermehrte Auflage, Jena, G. Fischer, 1911, pp. XIII, 323.
276. *History and Root of the Principle of the Conservation of Energy*. Translated from the German and annotated by Philip E. B. Jourdain (*Die Geschichte und die Wurzel des Satzes von der Erhaltung der Arbeit*). Chicago, The Open Court Publ. Co., 1911, pp. 116.
277. *Psychisches und organisches Leben*, « Österreichische Rundschau », Wien, v. 29 (1911), pp. 22-31. Poi raccolto in *Populär-wissenschaftliche Vorlesungen*, 1923⁵.
278. *Allerlei Erfinder und Denker*, « Naturwissenschaftliche Wochenschrift », v. 26 (1911), pp. 497-501. Poi raccolto in *Populär-wissenschaftliche Vorlesungen*, 1923⁵.

1912

279. *Die Mechanik in ihrer Entwicklung historisch-kritisch dargestellt*, 7. verbesserte und vermehrte Auflage, Leipzig, Brockhaus, 1912, pp. XII, 494.
280. *Das Paradoxe, das Wunderbare und das Gespenstische*, « Kosmos », 9 (1912), pp. 17-20. Poi raccolto in *Populär-wissenschaftliche Vorlesungen*, 1923⁵.
281. *Psychische Tätigkeit, insbesondere Phantasie, bei Mensch und Tier*, « Kosmos » (1912), pp. 121-125. Poi raccolto in *Populär-wissenschaftliche Vorlesungen*, 1923⁵.
282. *Inventors I have Met*, « Monist », v. 22 (1912), pp. 230-242. Tradotto dal n. 277 (1911).

1913

283. *Psychic and Organic Life*, « Monist », v. 23 (1913), pp. 1-15. Tradotto dal n. 276 (1911).
284. *Memory, Reproduction and Association*, « Open Court », v. 27 (1913), pp. 1-16. Tradotto da *Erkenntnis und Irrtum*, 1905.

1914

285. *The Analyses of Sensations and the Relation of the Physical to the Psychological*. Translated from the 1st German edition by C. M. Williams, revised

and supplemented from the 5th German edition by Sidney Waterlow, Chicago a. London, The Open Court Publ. Co., 1914. pp. XV, 380.

286. *Über Erscheinungen an fliegenden Projektilen. Vom räumlichen Sehen*, 2. Vorträge, Leipzig, J. A. Barth, 1914, pp. 31. Riprodotto da *Populär-wissenschaftliche Vorlesungen*, 1910⁴.

1915

287. *Kultur und Mechanik*, Stuttgart, W. Spemann, 1915, pp. 86.
288. *The Science of Mechanics. A Critical and Historical Account of its Development*. Supplement to the 3rd English translation, cont. the authors add. to the 7th German edition, translated by Ph. E. B. Jourdain. Chicago, The Open Court Publ. Co., 1915, pp. XIV, 106.
289. *Einige Experimente über Interferenz, insbesondere über complementär-farbige Interferenzringe*, in *Festschrift für Wilhelm Jerusalem zu seinem 60. Geburtstag ...* Wien 1915, pp. 154-173.

1916

290. *Einige vergleichende Tier- und Menschenpsychologische Skizzen*, « Naturwissenschaftliche Wochenschrift », v. 31 (1916), pp. 241-247. Poi pubblicato in *Populär-wissenschaftliche Vorlesungen*, 1923⁵.

1917

291. *Erkenntnis und Irrtum. Skizzen zur Psychologie der Forschung*, 3. durchgesehene Auflage, Leipzig 1917, pp. XI, 483. (Mit einem Anhang *Ernst Mach und seine neueste Arbeit "Erkenntnis und Irrtum"* von Fr[iedrich] Jodl).

1918

292. *Die Analyse der Empfindungen und das Verhältnis des Physischen zum Psychischen*, 7. Auflage, Jena 1918, pp. XIII, 323.

1919

293. *Die Analyse der Empfindungen und das Verhältnis des Physischen zum Psychischen*. 8. Auflage, Jena, G. Fischer, 1919, pp. XIII, 323.
294. *Die Prinzipien der Wärmelehre. Historisch-kritisch entwickelt*, 3. Auflage, Leipzig, J. A. Barth, 1919, pp. XII, 484.
295. *Die Leitgedanken meiner naturwissenschaftlichen Erkenntnislehre und ihre Aufnahme durch die Zeitgenossen. Sinnliche Elemente und naturwissenschaftliche Begriffe*, 2. Aufsätze, Leipzig, J. A. Barth, 1919, p. 31. Riprodotti da « *Scientia* », v. 7 (1910), e da « *Pflüger's Archiv für die gesamte Physiologie des Menschen und der Tiere* », v. 136 (1910).
296. *The Science of Mechanics. A Critical and Historical Account of its Development*. Translated from the German by Thomas McCormack. 4th edition, Chicago, The Open Court Publ. Co., 1919.

1920

297. *Erkenntnis und Irrtum. Skizzen zur Psychologie der Forschung*, 4. mit der 3. übereinst. Auflage, Leipzig, J. A. Barth, 1920, pp. XI, 476.
298. *Populjarno-naučne očerki*. Avtoriz. per s 3-go něm. izd. G. A. Kotljjar, Petersburg, Obrazovanie, 1920, pp. 95.

1921

299. *Die Prinzipien der physikalischen Optik. Historisch und erkenntnispsychologisch entwickelt*, Leipzig, J. A. Barth, 1921, pp. X, 443.
300. *Die Mechanik in ihrer Entwicklung historisch-kritisch dargestellt*, 8. mit der 7. gleichlautende Auflage. Con l'introduzione *Das Verhältnis der Machschen Gedankenwelt zur Relativitätstheorie* di Joseph Petzoldt. Leipzig, Brockhaus, 1921, pp. XIV, 521.

1922

301. *Die Analyse der Empfindungen und das Verhältnis des Physischen zum Psychischen*, 9. Auflage, Jena, G. Fischer, 1922, pp. XIII, 323.
302. *As érzetek elemzése*. Fordította Erdős Lajos (*Die Analyse der Empfindungen und das Verhältnis des Physischen zum Psychischen*. Traduzione ungherese). Budapest 1922, pp. XXVII, 265.

1923

303. *Populär-wissenschaftliche Vorlesungen*, 5. vermehrte und durchgesehene Auflage, Leipzig, J. A. Barth, 1923, pp. XII, 628 (33 Vorlesungen).
304. *Die Prinzipien der Wärmelehre. Historisch-kritisch dargestellt*, 4. Auflage, Leipzig, J. A. Barth, 1923, pp. XII, 484.

1924

305. *Der Sinn für das Wunderbare (und verwandte Aufsätze)*, Wien, Verlag der Wiener Volksbuchhandlung, 1924, p. 56 (« Aberglauben und Wissenschaft ». Volkstümliche Hefte über Fragen der Natur und Kultur, H. 1). Riprodotto da *Die Prinzipien der Wärmelehre*, 1919³ e da *Die Mechanik in ihrer Entwicklung ...*, 1921⁸.

1925

306. *Análisis de las sensaciones*. Trad. de Ed. Ovejero y Maury (*Die Analyse der Empfindungen und das Verhältnis des Physischen zum Psychischen*. Traduzione spagnola). Madrid 1925, pp. XV, 352.

1926

307. *Erkenntnis und Irrtum. Skizzen zur Psychologie der Forschung*, 5. mit der 4. übereinst. Auflage, Leipzig, J. A. Barth, 1926, pp. XII, 476.
308. *Die Hypothese*, Bielefeld, Velhagen & Klasing, 1926 (Velhagen & Klasing's deutsche Lesebogen herausgegeben und erl. von P(aul) Zuhlke, n. 64). Riprodotto da *Erkenntnis und Irrtum*.

309. *The Principles of Physical Optics. An Historical and Philosophical Treatment.* Translated by John S. Anderson and A. F. A. Young (*Die Prinzipien der physikalischen Optik. Historisch und erkenntnis-psychologisch entwickelt*). London, Methuen & Co., 1926, pp. XI, 324.

1933

310. *Die Mechanik in ihrer Entwicklung historisch-kritisch dargestellt*, 9. Auflage, Leipzig, Brockhaus, 1933, pp. XXII, 493, con una introduzione di Ludwig Mach.

1935

311. *Bilgi ve hata.* Fransızcadan çeviren Sabri Esat Ander (*Erkenntnis und Irrtum. Skizzen zur Psychologie der Forschung.* Traduzione turca). Istanbul, Devlet Basimevi, 1935.

1942

312. *The Science of Mechanics. A Critical and Historical Account of its Development.* Translated from the German by Thomas J. McCormack containing additions and alterations up to the 9th (final) edition. 5th edition La Salle, London, The Open Court Publ. Co., 1942, pp. XXXI, 635.

1953

313. *The Principles of Physical Optics. An Historical and Philosophical Treatment.* Translated by John S. Anderson and A. F. A. Young. New York, Dover Publications, 1953, pp. XI, 324. (Ristampa invariata della traduzione pubblicata nel 1926).
314. *Newton's Views of Time, Space and Motion*, in *Readings in the Philosophy of Science*, edited by Herbert Feigl and May Brodbeck. New York, Appleton, 1953, pp. 165-170. Riprodotto da *The Science of Mechanics ...* 1942⁵.

1956

315. *The Principles of Physical Optics. An Historical and Philosophical Treatment.* Translated by John S. Anderson and A. F. A. Young. London, Mayflower, 1956, pp. XI, 324.

1959

316. *The Analysis of Sensations and the Relation of the Physical to the Psychical.* Transl. from the 1st German ed. by C. M. Williams, rev. and supplemented from the 5th German ed. by Sidney Waterlow, with a new introd. by Thomas S. Szasz. New York, Dover Publications, 1959, pp. 380, XLII.

1960

317. *The Science of Mechanics...* Translated from the German by Thomas J. McCormack. 6th edition La Salle, London, The Open Court Publ. Co., 1960.

318. *Kankaku No Bunscki (Die Analyse der Empfindungen*. Traduzione giapponese). Conosuke Sudô - Wataru Hiromatsu. Tôkyô, Sobun-sha, 1963.

1966

319. *Ninshiko No Bunscki (Populär-wissenschaftliche Vorlesungen*. Traduzione giapponese). Suematsu Wataru Kato Hisatake. Tôkyô, Sogensha, 1966.
320. *Grundlinien der Lehre von den Bewegungsempfindungen*, Amsterdam, Bousset, 1967.

1968

321. *La meccanica nel suo sviluppo storico-critico*. Traduzione, introduzione e note di A. D'Elia. Torino, Boringhieri, 1968, pp. 509.

I. 2. - Opere di Mach per le scuole secondarie.

1. *Grundriss der Naturlehre für die unteren Classen der Mittelschulen. Für Gymnasien*, von Ernst Mach und Johann Odstril, Prag, Tempsky, 1887, pp. 231 (settima edizione, 1910).
2. *Grundriss der Naturlehre für die unteren Classen der Mittelschulen. Für Gymnasien*, Prag 1891, pp. 320.
3. *Grundriss der Naturlehre für die oberen Classen der Mittelschulen. Für Realschulen*, Prag 1891, pp. 288.
4. *Grundriss der Physik für die höheren Schulen des Deutschen Reiches*, Bearb. von Ferdinand Harbordt und Max Fischer, Drei Teile, Leipzig, G. Freytag, 1893, 1894, 1897.
5. *Grundriss der Naturlehre für Mädchenlyzeen*, von Ernst Mach und K. Habart, Bearb. von Gallus Wenzel, Drei Teile, Wien 1913.

I. 3. - Recensioni, Prefazioni, Lettere aperte di Mach.

1. HERMANN V. HELMHOLTZ, *Die Lehre von den Tonempfindungen als physiologische Grundlage für die Theorie der Musik*, Braunschweig 1863. « Österreichische Zeitschrift für praktische Heilkunde », 9, 1863, pp. 915-917, 930-933, 953-954.
2. WILHELM JERUSALEM, *Woher und wohin? Gesammelte Aufsätze...*, Wien 1905. « Neue freie Presse », Wien, 27 agosto 1905.
3. ROBERT FRANCESCHINI, *Woher und wohin? Gesammelte Aufsätze...* Nebst einem Vorwort von Ernst Mach und einer biographischen Einleitung von Adolf Gelber, Dresden und Leipzig 1901.
4. RUDOLF VOLZAFFEL, *Panideal. Psychologie der sozialen Gefühle*. Mit einem Vorwort von Ernst Mach (pp. VII-VIII), Leipzig 1901.
5. J. B. STALLO, *Die Begriffe und Theorien der modernen Physik*. Nach der 3. Aufl. des englischen Originals übers. und hrsg. von Hans Kleinpeter. Mit einem Vorwort von Ernst Mach (pp. III-XIII), Leipzig 1901.

6. EDUARD KULKE, *Kritik der Philosophie des Schönen*. Mit Geleitbriefen von Ernst Mach (pp. X-XIII) und Friedrich Jodl hrsg. von Friedrich S. Krauss, Leipzig 1906.
7. PIERRE DUHEM, *Ziel und Struktur der physikalischen Theorien*. Autoris. Übers. von Friedrich Adler, mit einem Vorwort von Ernest Mach (pp. III-V), Leipzig 1908.
8. P. K. VON ENGELMEYER, *Der Dreiakt als Lehre von der Technik und der Erfindung*, Berlin 1901. Vorwort von Ernst Mach, pp. 3-5.
9. VIKTOR HÜBER, *Organisierung der Intelligenz*. Mit einer Einführung von Ernst Mach (pp. III-VI), Leipzig 1910.
10. MARIE MACH, *Erinnerungen einer Erzieherin*. Nach Aufzeichnungen von "" (Marie Mach), mit einem Vorwort (pp. V-VI) hrsg. von Ernst Mach, Wien 1912.
11. Lettera a Paul Carus. Riportata in PAUL CARUS, *A Letter from Professor Mach*, « Monist », 16, n. 4 (Ott. 1906), p. 628.
12. Lettera a Hugo Heller. Risposta alla domanda: *Nennen Sie zehn gute Bücher?*, riportata in *Vom Lesen und von guten Büchern. Eine Rundfrage*, « Neue Blätter für Literatur und Kunst », Wien, Dezember 1906, p. XII.
13. Lettera a Th. Häbler. Riportata in TH. HÄBLER, *Ein Brief von Ernst Mach*, « Zeitschrift für math. und naturw. Unterricht », Leipzig, 49 (1918), pp. 96-97.
14. Lettera a Gabriele Rabel. Riportata in GABRIELE RABEL, *Mach und die "Realität der Aussenwelt"*, « Physikalische Zeitschrift », 21 (1920), pp. 433-434.
15. Briefe von Richard Avenarius und Ernst Mach an Wilhelm Schuppe. « Erkenntnis » 6 (1936), pp. 73-80.
16. Letters from Ernst Mach to Robert H. Lowie. « Isis », Cambridge-Mass., v. 37 (1947), pp. 65-68.
17. Annotazioni su Jan Ingen-Housz (Mitteilung an Julius Wiesner), in JULIUS WIESNER, *Jan Ingen-Housz. Sein Leben und sein Wirken als Naturforscher und Arzt*. Unter Mitwirkung von Theodor Escherich, Ernst Mach, R. von Töply und R. Wegscheider, Wien, 1905, pp. 189-190.

I. 4. - Epistolario privato.

È raccolto presso il *Ernst Mach Institut* di Freiburg im Breisgau.

II. - RECENSIONI AD OPERE MACHIANE

1. *Die Geschichte und die Wurzel des Satzes von der Erhaltung der Arbeit*, 1909². « Monist », 20 (1910), p. 478 (P. Carus).
2. *Die Mechanik in ihrer Entwicklung historisch-kritisch dargestellt*, 1883.
 - a) « Vierteljahrsschrift für wissenschaftliche Philosophie und Soziologie », Leipzig, 8 (1884), pp. 372-375 (G. Helm).

- b) « Annalen der Physik », Leipzig, Beiblätter, n. 8 (1884), p. 542.
3. *Die Mechanik . . .*, 1901⁴.
- a) « Naturwissenschaftliche Rundschau », Braunschweig, 16 (1901), p. 488 (E. Lampe).
- b) « Zeitschrift für den physikalischen und chemischen Unterricht ». Berlin, 14 (1901), p. 313 (F. Poske).
- c) « Naturwissenschaftliche Wochenschrift », Jena, 17 (1902), p. 48 (F. Koerber).
4. *Die Mechanik . . .*, 1904⁵.
- a) « Archiv für die gesammelte Psychologie », Abt. Referate, Leipzig, 5 (1905), p. 228 (E. Neumann).
- b) « Mitteilungen zur Geschichte der Medizin und der Naturwissenschaften », Leipzig, 4 (1905), pp. 97-100 (Gerland).
- c) « Naturwissenschaftliche Rundschau », Braunschweig, 20 (1905), p. 76 (E. Lampe).
- d) « Zeitschrift für physikalische Chemie », Leipzig, 52 (1905), p. 251 (W. Ostwald).
- e) « Physikalische Zeitschrift », Leipzig, 6 (1905), 525 (H. Lorenz).
5. *Die Mechanik . . .*, 1921⁸.
- a) « Zeitschrift für mathematischen und naturwissenschaftlichen Unterricht », Leipzig, 51 (1920), p. 59 (W. Hillers).
- b) « Zeitschrift für den physikalischen und chemischen Unterricht », Berlin, 34 (1921), p. 38 (F. Poske).
6. *The Science of Mechanics . . .* Transl. by Th. J. McCormack, 1902.
« Monist », 13 (1902-1903), pp. 317-318.
7. *La Mécanique . . .* Traduit par E. Bertrand, 1904.
« Revue Philosophique », Paris, 58 (1904), pp. 285-292 (A. Rey).
8. *Die Analyse der Empfindungen und das Verhältnis des Physischen zum Psychischen*, 1900.
- a) « Annalen der Physik », Leipzig, Beiblätter, 24 (1900), pp. 941-942 (E. Wiedemann).
- b) « Physikalische Zeitschrift », Leipzig, 2 (1901), p. 635 (Borruttau).
- c) « Rivista di biologia generale », Torino (genn. 1901) (Vailati).
9. *Die Analyse der Empfindungen . . .*, 1918⁷.
« Naturwissenschaftliche Wochenschrift », 34 (1919), pp. 47-48 (L. Reiche).
10. *Contributions to the Analysis of the Sensations*. Transl. by C. M. Williams, 1897.
« Monist », 2 (1897-98), pp. 303-305.
11. *Über das Prinzip der Vergleichung in der Physik*, 1894.
« Archiv für systematische Philosophie », Berlin, N. F. 3 (1897), pp. 241-244 (E. Husserl).
12. *Populär-wissenschaftliche Vorlesungen*, 1896.
- a) « Annalen der Physik », Leipzig, Beiblätter, 20 (1896), 611 (E. Wiedemann).

- b) « Rivista sperimentale di freniatria », Reggio Emilia (1896) (Vailati).
 c) « Rivista di studi psichici », Padova-Milano (nov. 1896) (Vailati).
13. *Populär-wissenschaftliche Vorlesungen*, 1903³.
 a) « Annalen der Naturphilosophie », Leipzig, 2 (1903), pp. 143-144 (W. Ostwald).
 b) « Annalen der Physik », Leipzig, Beiblätter, 27 (1903), pp. 403-404 (W. König).
 c) « Naturwissenschaftliche Rundschau », Braunschweig, 19 (1904), p. 87 (E. Lampe).
 d) « Zeitschrift für Psychologie und Physiologie der Sinnesorgane », Leipzig, 36 (1904), pp. 101-102.
14. *Populär-wissenschaftliche Vorlesungen*, 1910⁴.
 a) « Naturwissenschaftliche Rundschau », Braunschweig, 25 (1910), p. 554 (E. Lampe).
 b) « Naturwissenschaftliche Wochenschrift », Jena, 25 (1910), p. 779 (F. Körber).
15. *Die Prinzipien der Wärmelehre. Historisch-kritisch entwickelt*, 1896.
 a) « Annalen der Physik », Leipzig, Beiblätter, 20 (1896), p. 1029 (C. G. Schmidt).
 b) « Zeitschrift für den physikalischen und chemischen Unterricht », Berlin, 10 (1896-97), p. 111 (H. Jahn).
 c) « Monist », 7 (1896-97), pp. 463-467 (Th. J. McCormack).
 d) « Vierteljahrsschrift für wissenschaftliche Philosophie und Soziologie », Leipzig, 21 (1897), pp. 254-256 (G. Krebs).
16. *Die Prinzipien der Wärmelehre . . .*, 1900².
 a) « Annalen der Physik », Leipzig, Beiblätter, 24 (1900), pp. 623-624 (E. Wiedemann).
 b) « Archiv der Mathematik und Physik », Leipzig, 6 (1903), pp. 306-309 (A. Roth).
17. *Erkenntnis und Irrtum. Skizzen zur Psychologie der Forschung*, 1905.
 a) « Leonardo », ottobre 1905 (Vailati).
 b) « Neue freie Presse », Wien, 24 settembre 1905 (Fr. Jodl).
 c) « Annalen der Physik », Leipzig, Beiblätter, 30 (1906), pp. 743-746 (A. Messer).
 d) « Literarisches Zentralblatt für Deutschland », Leipzig, 57 (1906), colonne 1030-31 (Hoh. Maier).
 e) « Deutsche Literaturzeitung », Berlin, 27 (1906), colonne 2071-2075 (Jos. K. Kreibitz).
 f) « Physikalische Zeitschrift », 7 (1906), p. 614 (Behrendsen).
 g) « Zeitschrift für den physikalischen und chemischen Unterricht », Berlin, 19 (1906), p. 49 (F. Poske).
 h) « Zeitschrift für Psychologie », Leipzig, 41 (1906), pp. 311-315 (W. Jerusalem).
 i) « Monist », 16 (1906), pp. 319-320.

- l) « Göttingische gelehrte Anzeigen », Berlin, 169 (1907), v. 2, pp. 636-658 (Leonard Nelson).
18. *La connaissance et l'erreur*. Traduit par M. Dufour, 1908.
« Revue Philosophique », Paris, 67 (1909), I, pp. 192-199 (A. Lalande).
19. *Die Leitgedanken meiner naturwissenschaftlichen Erkenntnislehre und ihre Aufnahme durch die Zeitgenossen*.
a) « Physikalische Zeitschrift », 11 (1910). Pubblicato in opuscolo, 1919.
b) « Zeitschrift für den physikalischen und chemischen Unterricht », Berlin, 23 (1910), pp. 296-299 (F. Poske).
c) « Annalen der Physik », Leipzig, Beiblätter, 43 (1919), p. 835 (W. Gerlach).
d) « Naturwissenschaftliche Wochenschrift », Jena, 35 (1920), p. 652 (R. Zaunick).
20. *Über Erscheinungen an fliegenden Projektilen. Vom räumlichen Sehen. 2 Vorträge*.
« Zeitschrift für den mathematischen und wissenschaftlichen Unterricht », Leipzig, 49 (1918), pp. 150-151 (H. Rebenstorff).
21. *Kultur und Mechanik*, 1915.
a) « Wiener prähistorische Zeitschrift », 2 (1915), p. 135 (M. Hoernes).
b) « Zeitschrift für Psychologie und Physiologie der Sinnesorgane », Abt. 1, Leipzig, 82 (1919), p. 365 (H. Henning).
22. *Die Prinzipien der physikalischen Optik. Historisch und erkenntnis-psychologisch entwickelt*, 1921.
a) « Zeitschrift für den physikalischen und chemischen Unterricht », Berlin, 34 (1921), pp. 285-286 (F. Poske).
b) « Naturwissenschaftliche Wochenschrift », 36 (1921), p. 750 (A. Becker).
c) « Deutsche Literaturzeitung », Berlin, 43 (1922) (Joh. Stark).

III. - SCRITTI SU ERNST MACH

- ABB EDMUND, *Kritik des kantschen Apriorismus vom Standpunkt des reinen Empirismus aus, unter besonderer Berücksichtigung von J. St. Mill und Mach*, « Archiv für die gesamte Psychologie », Leipzig, Bd. 7 (1906), pp. 227-302.
- ADLER FRIEDRICH, *Bemerkungen über die Metaphysik in der Ostwaldischen Energetik (Mach und Ostwald)*, « Vierteljahrsschrift für wissenschaftliche Philosophie und Soziologie », Leipzig, n. 29 (1905), pp. 187-223.
- ADLER FRIEDRICH. *Ernst Machs Überwindung des mechanischen Materialismus*, Wien 1918.
- ADLER MAX, *Mach und Marx. Ein Beitrag zur Kritik des modernen Positivismus*, « Archiv für Sozialwissenschaft und Sozialpolitik », Tübingen, v. 33 (1911), pp. 348-400.

- ALIOTTA ANTONIO, *Ernesto Mach*, « La cultura filosofica », Firenze, n. 2 (1908), pp. 120-138. Ora in *Le origini dell'irrazionalismo contemporaneo*, Napoli 1950, pp. 87-138.
- AUERBACH FELIX, *Ernst Machs Lebenswerk*, « Die Naturwissenschaften », Berlin 1916, pp. 177-183.
- BAEGE MAX HERMANN, *Die Naturphilosophie von Ernst Mach*, Berlin 1916, pp. 31.
- BAEGE MAX HERMANN, *Ernst Mach*, « Die Naturwissenschaften », Berlin, 31, Nr. 24 (1916), pp. 337-343.
- BAHR HERMANN, *Ernst Mach*, in *Bilderbuch*, Wien 1921, pp. 35-41.
- BAUMANN JULIUS, *Über Ernst Machs philosophische Ansichten*, « Archiv für systematische Philosophie », Berlin, N. F. 4 (1898), pp. 44-64.
- BAUMANN JULIUS, *Ist Mach von mir missverstanden worden?*, « Archiv für systematische Philosophie », N. F. 5 (1899), pp. 367-369.
- BAUMANN JULIUS, *Wo steht der Fehler oder die Einseitigkeit in Machs philosophischen Ansichten?*, « Archiv für systematische Philosophie », N. F. 7 (1901), pp. 260-274.
- BAUMANN JULIUS, *Ernst Mach*, in *Deutsche und ausserdeutsche Philosophie der letzten Jahrzehnte*, Gotha 1903, pp. 125-159.
- BECHER ERICH, *Ernst Mach als Philosoph*, in *Deutsche Philosophen*, München u. Leipzig 1929, pp. 165-203.
- BECHER JULIUS, *Erkenntnistheoretische Untersuchungen über Ernst Mach*, Bonn 1927, pp. 138.
- BEER THEODOR, *Die Weltanschauung eines modernen Naturforschers. Ein nicht-kritisches Referat über Machs "Analyse der Empfindungen"*, Dresden 1903.
- BIRK ALFRED, *Zur hundertjahrfeier zweier grossen Freunde: Ernst Mach - Joseph Popper*, « Ingenieur-Zeitschrift », Teplitz-Schönau, 18 (1938), pp. 12-13.
- BLÜH OTTO, *Ernst Mach as an Historian of Physics*, « Centaurus », v. 13, n. 1 (1968).
- BLÜH OTTO, *Ernst Mach as a Teacher and Thinker*, « Physics Today », v. 20, n. 6, p. 32 (1967).
- BOUVIER ROBERT, *La pensée d'Ernst Mach. Essai de biographie intellectuelle et de critique*, Paris 1923.
- BUZELLO HERBERT, *Kritische Untersuchung von Ernst Machs Erkenntnistheorie*, « Kantstudien », Ergänzungsheft, 23, Berlin 1911.
- CARUS PAUL, *Feelings and the Elements of Feelings*, « Monist », 1, Nr. 3 (Apr. 1891), pp. 401-420.
- CARUS PAUL, *Professor Ernst Mach's Term "Sensation". Supplementary to his Controversy with the Editor (Carus)*, « Monist », 3, n. 2 (1893), pp. 298-299.
- CARUS PAUL, *Professor Mach's Philosophy*, « Monist », 16, n. 3 (Jul. 1906), pp. 331-356.

- CARUS PAUL, *A Letter from Professor Mach*, « Monist », 16, n. 4 (Oct. 1906), pp. 627-629.
- CARUS PAUL, *Professor Mach and his Work*, « Monist », 21, n. 1 (1911), pp. 19-42.
- CLASSEN JOHANNES, *Der Empirismus von Ernst Mach*, in *Vorlesungen über moderne Naturphilosophen*, Hamburg 1908, pp. 83-107.
- DICKE R. H. and P. A. DIRAC, *Cosmology and Mach's Principle*, « Nature », 192 (1961), pp. 440-441.
- DINGLER HUGO, *Die Grundgedanken der Machschen Philosophie. Mit Erstveröffentlichungen aus seinen wissenschaftlichen Tagebüchern*, Leipzig 1924.
- EINSTEIN ALBERT, *Ernst Mach* (Necrologio), « Physikalische Zeitschrift », Leipzig, 17 (1916), pp. 101-104.
- EISELE C., *C. S. Peirce and the Scientific Philosophy of Ernst Mach*, in *Résumés Commun. XII Congrès internat. Hist. Scienc.*, Paris 1968.
- EISLER RUDOLF, *Ernst Mach*, in *Philosophen-Lexikon*, Berlin 1912, pp. 437-441.
- EXNER F., *Ernst Mach* (Necrologio), *Almanach Akad. Wien*, 66 (1916), pp. 328-334.
- FRANK PHILIPP, *Die Bedeutung der physikalischen Erkenntnistheorie Machs für das Geistesleben der Gegenwart*, « Die Naturwissenschaften », 5 (1917), pp. 65-72.
- FRANK PHILIPP, *Ernst Mach. The Centenary of his Birth*, « Erkenntnis », VI, 7 (1937-38), pp. 247-256.
- FRANK PHILIPP, *Einstein, Mach und der logische Positivismus*, in *Albert Einstein als Philosoph und Naturforscher*, hrsg. von P. A. Schilpp, Stuttgart 1955, pp. 173-187. Traduzione italiana, Torino 1958.
- GERHARDS KARL, *Zur Kontroverse Planck-Mach*, « Vierteljahrsschrift für wissenschaftliche Philosophie und Soziologie », 36 (1912), pp. 19-68.
- GERHARDS KARL, *Studien zur Erkenntnislehre Machs*, Stuttgart 1914. Ripubblicata sotto il titolo *Machs Erkenntnistheorie und der Realismus*, « Münchener Studien zur Psychologie und Philosophie », H. 3 (1914), pp. 139-296.
- GERHARDS KARL, *Ein innerer Widerspruch des Machschen Positivismus*, « Vierteljahrsschrift für wissenschaftliche Philosophie und Soziologie », 39 (1915), pp. 98-99.
- GOMPERZ HEINRICH, *Ernst Mach*, « Archiv für Geschichte der Philosophie », VI, 29 (1916), pp. 321-328.
- GROSSE W., *Die psychologischen Grundlagen der Erkenntnis (Über Ernst Machs Erkenntnis und Irrtum)*, « Deutsche Literaturzeitung », Berlin, 27 (1906), colonne 2925-2932, 2989-2932.
- GRÜNBAUM HEINRICH, *Zur Kritik der modernen Causalanschauungen* (Kap. VI, Ernst Mach), « Archiv für systematische Philosophie », N. F., VI, 5 (1899), pp. 392-409.
- HAMBURGER CHARLOTTE, *Unser Verhältnis zur Sinnenwelt in der mathematischen*

- Naturwissenschaft. Ein Weg von Mach zu Kant*, « Vierteljahrsschrift für wissenschaftliche Philosophie und Soziologie », 36 (1912), pp. 256-292.
- HELL BERNHARD, *Ernst Machs Philosophie. Eine erkenntniskritische Studie über Wirklichkeit und Wert*, Stuttgart 1907.
- HELLER K. D., *Ernst Mach, Wegbereiter der modernen Physik*, Wien, Springer Verlag, 1964.
- HENNING HANS, *Ernst Mach als Philosoph, Physiker und Psycholog*, Leipzig 1915.
- HENNING HANS, *Ernst Mach*, in *Deutsches Biographisches Jahrbuch*, hrsg. vom Verband der deutschen Akademie, Berlin u. Leipzig 1925, pp. 233-237.
- HERNECK FRIEDRICH, *Über eine unveröffentlichte Selbstbiographie Ernst Machs*, « Wissenschaftliche Zeitschrift der Humboldt-Universität Berlin », math.-naturwiss. Reihe 6, n. 3 (1956-57), pp. 209-220.
- HOFLER ALOIS, *Zur Geschichte und Wurzel der Machschen Philosophie*, « Zeitschrift für den physikalischen und chemischen Unterricht », Berlin, 23 (1910), pp. 1-16.
- HOFLER ALOIS, *Ernst Mach. Geb. 18. Februar 1838, gest. 19 Februar 1916*, ibidem, 29 (1916), pp. 57-63.
- HOYLE F. and NARLIKAR J. V., *A New Look at Gravitation. At the Royal Society last week, Prof. F. Hoyle and the author presented their new theory which implements in modern term the idea of the 19th century German philosopher Mach, that the mass of a particle results from the effect of the rest of the matter of the universe*, « New Scientist », 18 giugno 1964.
- HÖNIGSWALD RICHARD, *Zur Kritik der machschen Philosophie. Eine erkenntnistheoretische Studie*, Berlin 1903.
- HORN KARL, *Goethe als Energetiker, verglichen mit den Energetikern Robert Mayer, Ottomar Rosenbach, Ernst Mach*, Leipzig 1914.
- HYGEN G., *Om Machs identitetsprinsipp og dets anvendelse pa biologiske problemer*, Oslo Akademia, mat-naturv. Klasse n. 4 (1945).
- JENSEN ADOLF, *Max Plancks erkenntnistheoretischer Standpunkt im Gegensatz zu Ernst Machs Positivismus*, Kiel 1923. (Tesi di laurea dattiloscritta).
- JERUSALEM WILHELM, *Ernst Machs Populärwissenschaftliche Vorlesungen, in Gedanken und Denker*, Gesammelte Aufsätze, Wien 1905, pp. 185-193.
- JERUSALEM WILHELM, *Ernst Machs "Analyse der Empfindungen"*, ibidem, pp. 202-211.
- JERUSALEM WILHELM, *Ernst Mach*, ibidem, pp. 194-202.
- JODL FRIEDRICH, *Ernst Mach und seine Arbeit Erkenntnis und Irrtum*, in *Vom Lebenswege*, Gesammelte Vorträge und Aufsätze hrsg. von Wilhelm Börner, Stuttgart 1916, pp. 469-478.
- JOURDAN PH. E. B., *The Principle of Least Action. Remarks on some Passages of Mach's Mechanics*, « Monist », 22 (1912), pp. 285-304.
- KALLFELZ FRANZ, *Das Ökonomieprinzip bei Ernst Mach. Darstellung und Kritik. Das Prinzip der Maximalleistung des Denkers*, München 1929.

- KLEINPETER HANS, *Über Ernst Machs und Heinrich Hertz's prinzipielle Auffassung der Physik*, « Archiv für systematische Philosophie », N. F. V, 5 (1899), pp. 159-184.
- KLEINPETER HANS, *Ernst Mach und die "Analyse der Empfindungen"*. *Himmel und Erde*, Berlin 1903, pp. 221-224.
- KLEINPETER HANS, *Kant und die naturwissenschaftliche Erkenntniskritik der Gegenwart (Mach, Hertz, Stallo, Clifford)*, « Kantstudien », v. 8 (1903), pp. 258-320.
- KLEINPETER HANS, *Die Erkenntnistheorie der Naturforschung der Gegenwart. Unter Zugrundelegung der Anschauungen von Mach, Stallo, Clifford, Kirchhoff, Hertz, Pearson und Ostwald*, Leipzig 1905.
- KLEINPETER HANS, *On the Monism of Professor Mach*, « Monist », 16, Nr. 2 (Apr. 1906), pp. 161-162.
- KLEINPETER HANS, *Die prinzipiellen Fragen der machschen Erkenntnislehre*, « Zeitschrift für Philosophie und philosophische Kritik », Leipzig, v. 151 (1913), pp. 129-162.
- KRAFT VIKTOR, *Ein österreichischer Denker: Ernst Mach*, « Donauland », 2 (1919), pp. 1209-1213.
- KÜLPE OSWALD, *Ernst Mach*, in *Die Philosophie der Gegenwart in Deutschland*, Leipzig 1902, pp. 17-24.
- LAMPA ANTON, *Ernst Mach*, Prag 1918.
- LAMPA ANTON, *Ernst Mach*, in *Neue österreichische Biographie 1815-1918*, hrsg. von Anton Bettelheim, Wien 1923, pp. 93-102.
- LENIN V. I., *Materialismo ed Empiriocriticismo. Osservazioni critiche su una filosofia reazionaria*, 1^a ediz. russa 1909. Trad. it. Editori Riuniti, Roma 1953.
- LOWY HEINRICH, *Die Erkenntnistheorie von Joseph Popper-Lynkeus und ihre Beziehung zur machschen Philosophie*, « Die Naturwissenschaften », Berlin, 20 (1932), pp. 770-772.
- LOHR E., *Ernst Mach als Physiker*, « Zeitschrift für die gesamte Naturwissenschaft », 4 (1938-1939), pp. 108-116.
- LUCKA EMIL, *Das Erkenntnisproblem und Machs "Analyse der Empfindungen"*. *Eine kritische Studie*, « Kantstudien », 8 (1903), pp. 396-447.
- LÜBBE HERMANN, *Positivismus und Phänomenologie (Mach und Husserl)*, in *Beiträge zur Philosophie und Wissenschaft*, Wilhelm Szilasi zum 70. Geburtstag, München 1960, pp. 161-184.
- MACH MARIE, *Erinnerungen einer Erzieherin. Nach Aufzeichnungen von ... (Marie Mach)*, mit einem Vorwort hrsg. von Ernst Mach, 2. verm. Aufl., Wien 1913, pp. VIII, 333.
- MIRANDA LUIGI, *Mach o Hegel?*, « Rivista filosofica », Pavia, 10 (1908), pp. 372-380.
- MISES (von) RICHARD, *Ernst Mach und die empiristische Wissenschaftsauffassung*. Zu Ernst Machs 100. Geburtstag am 18. Februar 1938, 's Gravenhage 1938.

- MISES (VON) RICHARD, *Kleines Lehrbuch des Positivismus. Einführung in die empiristische Wissenschaftsauffassung*, The Hague 1939. Traduzione italiana a cura di V. Villa. Milano 1950.
- MUSIL ROBERT, *Beitrag zur Beurteilung der Lehren Machs*, Berlin-Wilmersdorf 1908.
- NATORP PAUL, *Zur Streitfrage zwischen Empirismus und Kritizismus*, « Archiv für systematische Philosophie », Berlin, N. F. 5 (1899), pp. 185-201.
- NELSON LEONARD, *Ist metaphysikfreie Naturwissenschaft möglich?*, in *Die Reformation der Philosophie durch die Kritik der Vernunft*, Leipzig 1918, pp. 119-178.
- NICOLLE JACQUES, *Lénine, Mach et Paul Langevin*, « La Pensée », Paris, N. S. 57 (Sept.-Oct. 1954), pp. 66-70.
- NIEWEN HELLMUT, *Zur Rechtfertigung des Begriffes der Kausalität*, « Annalen der Naturphilosophie », Leipzig 13 (1917), pp. 113-138.
- OEKLAND FRIDTHJOF, *Machs Elementlaere og Biologien*, Oslo 147, « Avhandling utg. av det Norske Videnskaps-Akademi i Oslo », n. 3 (1947), p. 35.
- PERSICO ENRICO, *Esperienza mentale nel metodo galileiano*, « Scienza e tecnica », v. 5 (1951).
- PETZOLDT JOSEPH, *Das Verhältnis der machschen Gedankenwelt zur Relativitätstheorie*. Introduzione a Ernst Mach, *Die Mechanik*, Leipzig 1921⁸, pp. 490-517.
- PETZOLDT JOSEPH, *Mach und die Atomistik*, « Die Naturwissenschaften », 10 (1922).
- PLANCK MAX, *Die Einheit des physikalischen Weltbildes*, Leipzig 1908. Traduzione italiana a cura di E. Persico e A. Gamba, Torino 1964.
- PLANCK MAX, *Zur machschen Theorie der physikalischen Erkenntnis. Eine Erwiderung*, « Vierteljahrsschrift für miss. Philosophie und Soziologie », Leipzig, 34 (1910), pp. 497-507; « Physikalische Zeitschrift », Leipzig, 11 (1910), pp. 1186-1190.
- POPPER K. R., *A Note on Berkeley as Precursor of Mach*, « Brit. Journ. Philosoph. Sc. » (1953), pp. 26-36.
- RABEL GABRIELE, *Mach und die "Realität der Aussenwelt"*, « Physikalische Zeitschrift », 21 (1920), pp. 433-437.
- RATLIFF FLOYD, *Mach Bands. Quantitative Studies on Neural Networks in the Rethina*, San Francisco - London 1965.
- REINHOLD FERDINAND, *Machs Erkenntnistheorie. Darstellung und Kritik*, Leipzig 1908.
- REY ABEL, *La théorie de la physique chez les physiciens contemporains*, Paris, F. Allan, 1907.
- RUDAJEW MORDCHAI-BER, *Mach und Hume*, Berlin 1913.
- SCHLICK MORITZ, *Ernst Mach, der Philosoph*, « Neue Frei Presse », Wien 12 (giugno 1926).

- SCHULLER WERNER, *Ernst Machs Erkenntnispsychologie*, « Natur. Halbmonatsschrift für Naturfreunde », Leipzig, 12 (1922), pp. 107-114.
- SCIAMA, *The Unity of the Universe*, London 1959. Traduzione italiana a cura di L. Sciana e L. Pecchioli, Torino 1965.
- SEAMAN FRANCIS, *Mach's Rejection of Atomism*, « Journal of History of Ideas », 29 (1968).
- SOMMERFELD ARNOLD, *Ernst Mach* (Necrologio), « Jahrbuch der Königlich Bayerischen Akademie der Wissenschaften », München 1917, pp. 58-67.
- SOMMERFELD ARNOLD, *Ernst Mach als Physiker, Psycholog und Philosoph* (in occasione del centenario della nascita), « Verhandlungen der deutschen Physikalischen Gesellschaft », 19 (1938), pp. 51-52.
- STERN VIKTOR, *Die logischen Mängel der machschen Antimetaphysik und die realistische Ergänzung seines Positivismus*, « Vierteljahrsschrift für wissenschaftlichen Philosophie und Soziologie », v. 38 (1914), pp. 372-415.
- STOCK EUGEN, *Ernst Machs Elementenlehre in ihren Beziehungen zur Metaphysik*, Greifswald, Philosophische Dissertation, 1920, pp. 56.
- STOHR ADOLF, *Ernst Mach* (Necrologio). Die feierliche Inauguration des Rektors der Wiener Universität für das Studienjahr 1916-17, Wien 1916, pp. 37-46.
- SYMPOSIUM AUS ANLASS DES 50. TODESTAGES VON E. MACH, VERANSTALTET VOM ERNST MACH - INSTITUT, FREIBURG I. B. AM 11/12 MÄRZ 1966 IN FREIBURG. Contributi di G. V. Békésy, M. Bunge, F. v. Hayck, F. Herneck, D. B. Hermann, N. Hiebert, H. Hönl, H. P. Jochim, R. E. Kutterer, E. Lesky, J. Mayerhofer, W. F. Merzkirch, J. Pachner, F. Ratliff, M. Strauss, J. Thiele.
- SYMPOSIUM ON E. MACH, « Synthese », v. 18, n. 2-3 (1968). Contiene gli articoli: R. S. COHEN, *Ernst Mach: Physics, Perception and the Philosophy of Science*; M. CAPEK, *Ernst Mach's Biological Theory of Knowledge*; S. G. BRUSCH, *Mach and Atomism*; A. KOSLOW, *Mach's Concept of Mass: Program and Definition*; W. JOURGRAU and A. VAN DER MERWE, *Did Ernst Mach «Miss the Target»?*; M. STAUSS, *Einstein's Theories and the Critics of Newton. An Essay in Logical-Historical Analysis*; J. THIELE, *Briefe deutscher Philosophen an Ernst Mach*.
- THIELE JOACHIM, *William James und Ernst Mach*, « Philosophia Naturalis », v. 9 (1966).
- THIELE JOACHIM, *Naturphilosophie und Monismus um 1900 (Briefe von W. Ostwald, E. Mach, E. Haeckel und H. Driesch)*, « Philosophia Naturalis » v. 10 (1968).
- THIELE JOACHIM, *Ein zeitgenössisches Urteil über die Kontroverse zwischen M. Planck und E. Mach*, « Centaurus », v. 13, n. 1 (1969), pp. 85-90.
- THIELE RUDOLF, *Zur Charakteristik von Machs Erkenntnislehre*, in *Abhandlungen zur Philosophie und ihrer Geschichte*, hrsg. von B. Erdmann, Heft 45, Berlin.

- VAILATI GIOVANNI, Prefazione alla traduzione italiana della *Meccanica* (1909).
- VARI AUTORI, *Ernst Mach, Physicist and Philosopher*, Humanities Press, New York 1970. Contiene gli articoli:
- O. BLÜH, *Ernst Mach. His Life as a Teacher and Thinker*;
- FLOYD RATLIFF, *On Mach's Contributions to the Analysis of Sensations*;
- W. F. MERZKIRCH, *Mach's Contribution to the Development of Gas Dynamics*;
- R. J. SEEGER, *On Mach's Curiosity about Shockwaves*;
- E. N. HIEBERT, *The Genesis of Mach's Early Views on Atomism*;
- K. MENGER, *Mathematical Implications of Mach's Ideas: Positivist Geometry, the Clarification of Functional Connections*;
- R. S. COHEN, *Ernst Mach: Physics, Perception and the Philosophy of Science*;
- G. J. HOLTON, *Mach, Einstein, and the Search for Reality*;
- H. GOENNER, *Mach's Principle and Einstein's Theory of Gravitation*.
- Seguono in appendice la ristampa di articoli di Ph. Frank e di R. von Mises, i dati biografici e la bibliografia.
- VOLKMANN PAUL, *Studien über Ernst Mach vom Standpunkt eines theoretischen Physikers der Gegenwart*, « Annalen der Philosophie », v. 4 (1924), pp. 303-312.
- WEINBERG CARLTON BERENDA, *E. Mach's Empirio-Pragmatism*, in *Physical Science*, New York 1937.
- WENTSCHER ELSE, *Geschichte des Kausalproblems in der neueren Philosophie*, Leipzig 1921 (Ernst Mach, pp. 270-277).
- WERNICK G., *Der Begriff des physikalischen Körpers nach Mach*, « Vierteljahrsschrift für wissenschaftliche Philosophie und Soziologie », 1915, pp. 92-97, 178-200; 1916, pp. 1-32.
- WILLY RUDOLF, *E. Mach als Psycholog*, in *Die Krisis in der Psychologie*, Leipzig 1899, pp. 131-165.
- WLASSAK RUDOLF, *Ernst Mach*, Gedächtnisrede, Leipzig 1917, pp. 47.
- ZIEHEN THEODOR, *Erkenntnistheoretische Auseinandersetzungen. Ernst Mach*, « Zeitschrift für Psychologie », Leipzig, v. 43 (1906), pp. 241-267.

INDICE DEI NOMI

- ALEMBERT J. (D') 127-129, 133.
AMPÈRE A. M. 4, 11.
ARAGO D. F. 4.
ARCHIMEDE 99-101, 220.
ARISTOTELE 272.
AVENARIUS R. VII, 245, 252-261.
- BACONE F. 6.
BAZAROV V. 244.
BERKELEY G. 52-54, 181, 219, 220.
BERMAN J. A. 244.
BERNOULLI D. 86, 105, 106, 225.
BERNOULLI Jacques 86, 106, 127, 130.
BERNOULLI Jean 127, 130, 131.
BERZELIUS J. 4.
BIOT J. 11.
BLACK J. 178, 223.
BOGDANOV A. 244, 247.
BOLTZMANN L. 207, 208.
BRAHE Tycho 136.
BREUR J. 51.
- CABANIS P. J. 253.
CAPPELLETTI V. 42.
CARNAP R. 254, 255.
CARNOT S. 82, 88, 91, 94, 207.
CARR E. 244.
CARUGO A. 114.
CARUS P. 218.
CAUCHY A. L. 10.
CLAUPEYRON B. 82.
CLAUSIUS R. 4, 9, 14, 193, 194, 207, 225.
COHEN H. 257.
COMTE A. 91, 95.
CONDILLAC S. E. 52.
COPERNICO N. 241.
- CORIO LIS G. 243.
CORNELIUS H. 245.
CORTI A. 21, 22.
COULOMB C. 10, 11.
CRELLE A. L. 4.
CYON E. 51.
- DAL PRA M. VIII.
DALTON J. 9, 178, 203.
DARWIN C. 43-46.
DEUTSCHER J. 244.
DIDEROT D. 46, 52.
DOPPLER C. 24.
DU BOIS REYMOND E. 4, 12, 27, 36, 38, 41.
DUHEM P. 245.
DULONG P. 178.
- EHRENFELS Ch. 76.
EINSTEIN A. 143, 144, 160, 163, 242, 243.
ENGELS F. 245, 249.
ETTINGHAUSEN A. (von) 5.
EULER L. 128, 129, 131, 156, 225.
EWALD R. 51.
EXNER S. 71.
- FARADAY M. 91, 134, 241.
FECHNER G. F. 7, 15, 29, 35.
FERMI E. 185.
FICHTE J. A. 236.
FICK A. 12.
FISCHER B. 257.
FLOURENS P. 48, 50.
FOUCAULT L. 160.
FOURIER J. B. 10, 20, 21, 115, 225.

- FRESNEL A. 10.
 FRIES J. F. 252, 253.
- GALILEI G. 30, 86, 91, 108-115, 120,
 124, 146, 158, 159, 171, 220.
 GALVANI L. 36.
 GAUSS K. 4, 9, 11, 12, 128, 185, 186,
 188.
 GAY-LUSSAC J. 178, 224.
 GEYMONAT L. VIII, 114.
 GLAZEBROOK R. T. 10.
 GOLTZ Fr. 48, 50, 71.
 GREEN G. 10.
- HAMILTON W. R. 128, 133.
 HARTLEY D. 43.
 HEISENBERG W. 205.
 HELFOND O. I.
 HELLER K. D. 3.
 HELM P. 81.
 HELMHOLTZ H. (von) 4, 10, 12, 20-28,
 37, 42, 52, 54-56, 81-85, 185, 257.
 HERBART J. 29, 71.
 HERING E. 35, 36, 39, 40, 46, 57-61.
 HERMANN L. 38, 39.
 HERNECK F. 5.
 HERTZ H. 153, 154.
 HÖNIGSWALD R. 221.
 HOYLE F. 163.
 HUMBOLDT A. (von) 4.
 HUME D. 181.
 HUYGENS Ch. 86, 117, 120, 125, 127,
 134, 138, 147, 241.
- JAMES W. 71.
 JANG C. N. 185.
 JELLET J. 131.
 JOULE J. 207, 224.
 JUSCKEVIC P. S. 244.
- KANT I. 147, 181, 255.
 KEKULÉ A. F. 206.
 KEPLERO J. 120, 136, 241.
 KIRCHHOFF G. R. 153, 154, 226.
 KLEIN F. 5.
 KLEINPETER H. 218.
 KOFFKA K. 77.
- KÖGLER C. 232.
 KÖNIG C. R. 9.
- LAGRANGE J. L. 83, 87, 107, 108, 131-
 133.
 LAMBERT J. H. 178.
 LAPLACE P. S. 11.
 LAVOISIER A. L. 4.
 LECLAIR A. (von) 351.
 LEE T. D. 185.
 LEIBNIZ G. W. 52.
 LE ROY É. 142.
 LIEBMANN O. 257.
 LINDELÖF L. 131.
 LOBAČEVSKIJ N. I. 185.
 LOEB J. 71.
 LORENTZ H. A. 242.
 LUDWIG K. F. 12.
 LUNAČARSKIJ A. V. 244.
- MACCULLAGH J. 10.
 MACLAURIN C. 157.
 MAGENDIE F. 36.
 MARIOTTE E. 224.
 MARX K. 247, 249.
 MAUPERTUIS P. L.
 MAUROLICO F. 100.
 MAXWELL J. C.
 MAYER R. 91, 93, 94, 207, 223.
 MEINONG A. 77.
 MENDELEYEFF D. 203.
 METSCHERLICH E. 4.
 MILL J. 43.
 MILL J. S. 5, 181, 197.
 MINKOWSKY H. 242.
 MOLYNEUX W. 52.
 MÜLLER J. P. 4, 22, 29.
- NARLIKAR J. V. 163.
 NEWTON J. 91, 105, 114, 115, 119-126,
 133, 134, 136, 138, 143, 145-150,
 155, 161, 164, 172, 191, 241.
 NEUMANN C. 158, 160.
 NEUMANN F. 4, 88.
- OERSTED Ch. 11.
 OHM G. S. 20-22, 25.

- PASTEUR L. 206.
PEARSON K. 245.
PETIT P. 178.
PETTINGER H. W. 205.
PETZOLDT J. 245.
PIGHETTI C. 118.
PITAGORA 185.
PLANCK M. VII, 218, 239-243.
PLECHANOV G. V. 244.
POGGENDORFF J. Ch. 4.
POINCARÉ H. 137-144, 245.
POISSON S. D. 9.

RANKINE W. J. 86, 93, 207.
RATLIFF Floyd 35, 77.
REICHERT K. B. 28.
REINHOLD F. 218.
RIEMANN B. 185-187.
ROBERVAL G. 106.
ROSCCELLINO 166.

SALCHER P. 234.
SAUVEUR J. 115.
SAVART F. 11.
SCHELLING F. W. 256.
SCHLICK M. 254.
SCHOPENHAUER A. 253.
SCHUBERT - SOLDERN R. 245, 247.

SCHUTZE G. 253.
SCHUPPE W. 245.
SEELINGER H. 163.
SOMMER J. 232.
SPENCER H. 95.
STEINTHAL H. 254.
STEVIN S. 86, 102-105, 220.
STOKES G. G. 10.

TAYLOR BROOK 225.
THOMSON W. 224.
TORRICELLI E. 85.
TOPLER A. 232.
TUMLIERZ O. 232.

VALENTINOV N. V. 352.
VARIGNON P. 105, 106.
VOLTA A. 36.
VOLTAIRE 52.

WEBER E. H. 35.
WEBER W. 4, 11.
WESTON 106.
WIEN W. 240.
WITTGENSTEIN L. 254.
WÖHLER F. 4, 12.
WOLTRUBSKY J. (von) 232.
WUNDT W. 12, 37, 38, 89, 253.

Stampato nel dicembre 1971
presso la Tipografia Editoriale
Vittore Gualandi di Vicenza